

गणित ज्यो.

५

अंकगणित भाग २

अपूर्णांक

म. ग्रं. सं. टाणें
 विषय
 सं. नं. ५०

५
 ग. ज्यो

मराठी ग्रंथ संग्रहालय, टाणें.
 संग्रहालय वाचनालय/ जिल्हा वाचनालय शाखा.

अनुक्रम न.	विभाग	क्रमांक
पुस्तकाचे नांव	[Handwritten text]	
लेखक	[Handwritten text]	

सूचना— पुस्तक आठ दिवसांवर ठेवू नका. पुस्तकाची सारांशी करू नका

01-8

म. ग्रं. सं. टाणें

विषय	लेखक	सन
५०	[Handwritten text]	१९४०
संग्रहालय क्रमांक	पुस्तकाचे नांव	

Handwritten text at the top of the page, possibly a library or collection number.



व. म. २२६

अंकगणित

व. २१३५० ३
३१

दुसरा भाग.



७०

अपूर्णांक



सन इसवी १८४०

शके १७६३

शहरपुणे वाडा विश्राम बाग एथे पाठशाळे कडील छापखान्यांत छापिला



सूचना.

जार्ज जार्विस साहेब याणें केलेलां जो अपूर्ण-
क ग्रंथ त्याच्या आधारानें व कांहीं अन्य ग्रंथाच्या आ-
धारानें हा ग्रंथ विद्याभ्यास करणारे मुलांसाठीं लिहू के-
ला आहे.



दुसरे भागाची अनुक्रमणिका.

प्रकरण.

कार्यप्रकाशक चिन्हे.

व्यवहारीअपूर्णांक.

भांजणी.

मिळवणी.

वजाबाकी.

गुणाकार.

भागाकार.

त्रैराशिक.

दशांशअपूर्णांक.

मिळवणी.

वजाबाकी.

गुणाकार.

भागाकार.

भांजणी.

त्रैराशिक.

पंचराशिक.

सदशांश. अथवा पांकडागुणाकार.

प्रकरण	पृ
घात.	६७
मूलकर्म.	७१
वर्गमूल.	७३
घनमूल.	८१
कोणतेंहीमूल.	८६
श्रेढीचीव्याख्या.	९४
गणितश्रेढी.	९७
भूमितिश्रेढी.	१०८
घातवमूलांघेचक्रवाढव्याज.	११४
सर्कतवांटणी.	१२०
एकेरीसर्कतीचीरीति.	१२१
दुहेरीसर्कतीचीरीति.	१२६
मिश्रगणित.	१३२
मध्यमिश्रगणित.	१३२
व्युत्क्रममिश्रगणित.	१३६
इष्टराशि.	१४७
एकेरीइष्टराशि.	१४७
दुहेरीइष्टराशि.	१४९
प्रश्नसमुदाय	१५९

कार्य प्रकाशक चिह्न.

गणित आणि बीजगणित यांमध्ये कित्येक कामांची प्रकाशक ह्मणजे दारवविणारी चिह्ने आहेत-
नीलिहितें.

- + हें चिह्न अधिक करण्याचें, ह्मणजे मिळवण्याचें-
- हें उणे करण्याचें, ह्मणजे वजा करण्याचें.
- × हें गुणण्याचें.
- ÷ हें भागण्याचें.
- :: : हें त्रैशु गणित करण्याचें.
- == हें ह्मणजे शब्दाचें. किंवा बराबर-
- √ हें वर्गमूळ करण्याचें.
- २ हें घनमूळ करण्याचें.

यांची उपयोग स्थळे.

- १ + २ यांत ५ आणि ३ यांची मिळवणी करावी, असें मध्य चिह्न दारववितें,
- ६ — २ यांत ६ तून २ उणे करावे, ह्मणजे साहांत दोन वजा करावे, असें मध्य चिह्न दारववितें,
- ७ × ३ यांत सातांला तिहींनी गुणावें, हें मध्य चिह्न दाखवितें,
- ८ ÷ ४ यांत आठ चौहोंनी भागावे, असें मध्य चिह्न

दाखविने

२३ : ४ : ६ यांत जसे दोन तिहींस नते चार साहांस.

७ यांत सातांचा वर्ग कराया हें तो बरवा अंक दाखविता.

८ यांत आठांचा घन कराया हें तो बरवा अंक दाखविता.

९ किंवा ३ यांत तिहींचें वर्गमूळ करावें.

१० किंवा ५ यांत पांचांचें घनमूळ करावें.

व्यवहारी अपूर्णांक.

याच्या पूर्वपूर्णांकांचा गणित मार्ग लिहिला. परंतु सर्वत्र पूर्णांक गणितानेंच निवृत्ति होत नाही, वाजकरिता अपूर्णांक गणिताचा मार्ग लिहितो.

जे अंक एके सगळे वस्तूचे किंवा संख्येचे एक किंवा अनेक अवयव दाखवितात त्यांस अपूर्णांक म्हणतात. त्या वस्तूचे किती अवयव तें या दोन अंकांपासून कळते.

अपूर्णांक म्हणजे भाग = तुकडा. जसें १ वस्तूचे ५ तुकडे करून त्यांतून जो १ तुकडा त्यास १ पंचमांश म्हणतात. तो १ पंचमांश लिहिण्याचा संप्रदाय असा. किं. प्रथम बर १ त्याचे खोली—अशी रेष आणि त्या रेषेखा-
जी

लीं ५ मिळून असें $\frac{1}{2}$ अंश स्रणजे हा ५ पंचमारा प्राळा . तम
 कोणे वस्तूचे ३६५ भाग करून त्यांतून ३० भाग घेणं तर त्र-
 थम वर ३० त्याचे खालीं—रेघ त्याचे खालीं ३६५ मिळून
 असें $\frac{30}{365}$ अंश स्रणजे ३६५ भागांतून ३० भाग घाले .

छेद स्रणजे सगळे वस्तूचे समान किमतीचे केलेले
 भाग , ते रेघेखालीं मांडावे . हे छेद भागाकारांत भाजक स्थ-
 कीं होतात .

अंश स्रणजे छेदांतून घेतलेले भाग , ते रेघेवर मांडा-
 वे . हे भागाकाराची बाकी दाखवितात .

आणि त्या दोन संख्यांस अपूर्णाकांचीं पदे स्रणतात .
 हे अपूर्णाक गणित व्यवहारांत फार लोक घेताना ना-
 हे उद्योगी आहे व याच्या रीति बद्धत प्रकारच्या आहेत .
 त्यांत वर लिहिले रीतीचें नाव सर्वास समजावें स्रणून
 लिहितो , किं या रीतीस व्यवहारी अपूर्णाक गणित रीति अ-
 से स्रणावें .

या अपूर्णाकांत जाति ५ आहेत . अशाकिं , सय . वि-
 षम , भाग जाति , प्रभाग जाति , आणि भागानुबंधपूर्णाक .

जेव्हां अंश छेदांहून उणे आहेत तेव्हां त्यांस सय अपूर्-
 णाक स्रणतात . जसें $\frac{1}{2}$ अथवा $\frac{1}{3}$ अथवा $\frac{2}{3}$

जेव्हां अंश छेदांवे बरोबर अथवा अधिक आहेत तेव्हां
 त्यांस विषम अपूर्णाक स्रणतात . जसें $\frac{3}{2}$ अथवा $\frac{4}{3}$ अथवा $\frac{5}{2}$

जेव्हां केवळ अपूर्णाकच आहे जो एक सगळे वस्तूचा

तुकडा ते व्हां त्यास भागजाति अपूर्णाक सणता-
त, जसे $\frac{3}{2}$ अथवा $\frac{3}{2}$

जे व्हां अपूर्णाकाचा तुकडा अथवा बहुत
अंक ज्याचे मध्ये चा लिहिला आहे, त्याचा अंश
त्यास प्रभागजाति अपूर्णाक सणतात. जसे, $\frac{3}{2}$ चा $\frac{1}{2}$
अथवा $\frac{1}{2}$ चे $\frac{1}{2}$ चे $\frac{1}{2}$

जे व्हां पूर्णाक लिहून पुढे त्यांजवळच अपूर्णाक
लिहिले, ते व्हां त्यांस भागानुबंध पूर्णाक सणतात.

जसे, $2\frac{1}{2}$ अथवा $1\frac{1}{2}$ अथवा $2\frac{1}{2}$

पूर्णाक संख्येस अपूर्णाकाचे रूप होते ते असे, पूर्णाक
संख्येखाली छेद स्थळी १ लिहावा. जसे ३ याखाली रेघ काडू-
न खाली १ लिहावा सणजे $\frac{3}{1}$ अथवा $\frac{3}{1}$ इत्यादि.

अपूर्णाक भागाकार (सुचवितात. आणि अंश
छेदांनीं भागून जो भागाकार येतो ती त्याची किंमत
आहे. जसे, $\frac{12}{4}$ यांची किंमत ३ आहेत. आणि
 $\frac{12}{3}$ यांची किंमत ४ र्हे याचे बराबर आहे.

यावरून दिसते की जर अंश छेदांहून उणे आ-
हेत तर अपूर्णाकांची किंमत १ हून उणी आहे.
आणि जर अंश छेदांबराबर आहेत तर अपूर्णाकां
ची किंमत बराबर केवळ १ आहे. आणि जर अंश
छेदांहून अधिक आहेत तर अपूर्णाकांची किंमत
१ हून अधिक आहे.

१-५५-०
व्यवहारी अपूर्णांकांची भांजणी.

व्यवहारी अपूर्णांकांची भांजणी स्रणजे रूपाचा बदल करणे. ही भांजणी, मिळवणीत वजावाकीत व दुसऱ्याही गणितांत बहुत लागत्ये, याजकरितां हिच्या रीती पुढें सांगतां.

कृत्य.

दृढ भाजक.

दृढ भाजक स्रणजे, अनेक रकमा आहेत त्या ज्या अंकांनि निःशेष भागल्या जातात त्या अंकास दृढ भाजक स्रणतात. तो काढण्याची रीति.

जेव्हां दोन रकमा आहेत, तेव्हां त्यांत जी मोठी रकम असेल ती लहान रकमेने भागावी, आणि बाकी राहिल ती भाजक कल्पून ती लहान रकम भागावी. जी बाकी राहिल ती भाजक आणि पूर्व भाजक तो भाज्य असें कल्पून त्याणें तो भागावा. या प्रमाणें बाकी होई पर्यंत करावें. शेवटील जो भाजक स्रणजे ज्या भाजकांनि भागितां भाज्य निःशेष झाले तो दृढ भाजक जाणावा.

जेव्हां तीन किंवा चार रकमा आहेत, तेव्हां जो दोहों रकमांचा दृढ भाजक आला असेल त्याणें

नितरि रकम वर तां गितल्या प्रमाणे भागावी. शेवटी ज्या-
भाजकाने शेवटील भाज्य निःशेष भागला जाईल. तो त्या
रकमांचा दृढ भाजक म्हणावा.

कदाचित् भाजकाने भागतां भाज्याचा १ मान बाकी
राहिला तर त्या रकमांचा दृढ भाजक निघत नाही असे
जाणावे.

उदाहरणे.

पहिले, २४६ आणि ३७२ या दोन रकमांचा दृढ
भाजक कोणता?

$$\begin{array}{r}
 २४६) ३७२ \\
 \underline{२४६} \\
 १२६ \\
 \underline{१२६} \\
 ०
 \end{array}$$

या दोहों रकमांत लहान
रकम आहे तो भाजक आ-
णि मोठी रकम भाज्य असे
मांडावे, नंतर भागावे. आतां
बाकी १२६ राहिले त्यांणीं

पूर्व भाजक २४६ ते भाज्य कल्पून भागावे, बाकी १२० रा-
हिले ते भाजक, त्यांणीं पूर्व भाजक १२६ ते भाज्य कल्पून
भागावे, बाकी ६ राहिले ते भाजक त्यांणीं पूर्व भाजक १२०
ते भाज्य कल्पून भागावे, बाकी ०. तेजां शेवटील भाजक ६
यास दृढ भाजक म्हणावा. याणे दोन्ही रकमा निःशेष
भागल्या जातात.

दुसरे, २१६ आणि २०० यांचा दृढ भाजक को-

णता?

उत्तर, ७२

निसरे, ३२४ आणि ६१२ यांचा दृढभाजक को

णता?

उत्तर, ३६

त्रैशे, ५२५ आणि ६३० यांचा दृढभाजक कोणता?

उत्तर, १०५

पांचवे, १९५ आणि ७०० यांचा दृढभाजक कोण-

ता?

उत्तर, १९५

साहस्ये, ३२४ आणि १०३२ यांचा दृढभाजक-

कोणता?

उत्तर, ३२

सातवे, ६३० आणि ९३६ यांचा दृढभाजक को-

णता?

उत्तर, १८

तीन रकमांची उदाहरणे.

पहिले १३६, १९०० आणि ६३० यांचा
दृढभाजक कोणता?

१३६, १९०० (२)

१०७२

१३६) १३६ (२६

७२

२१६

२१६

समजे १९०० आणि १३६ यांचा दृढ भाजक ३६

आहे, नंतर.

३६) ६३० (१७

३६

२७०

२५२

१०) ३६ (३

३६

याजकरिता सांगितल्या संख्यांचा दृढभाजक १० आहे
दुसरे, ३२४ · ६३२ आणि ३०३२ यांचा दृढभाज-
क कोणता?

उत्तर, १२

प्रथम प्रकार.

अपूर्णांक संक्षेप.

रीति.

पूर्वरीतीप्रमाणे छेद व अंश यांचा दृढभाजक
काढावा, नंतर त्याने ते छेद व अंश भागावे, जो भागा-

कार येईल तो संक्षेप झाला. छेदांचा भागाकार छेदस्य-
 चीं मांडावा. हा छेदसंक्षेप त्या छेदांचे बराबर किंमती
 चा होय. तसा अंशांचा भागाकार अंशस्यचीं मांडावा.
 हा अंशसंक्षेप. त्या अंशांचे बराबर किंमतीचा होय.

उदाहरणें.

पहिलें, $\frac{२१६}{२००}$ यांचा संक्षेप काय होतो?

$\frac{२१६}{२००} = \frac{३}{४}$ यांचा दढ भाजक ७२ त्यानें २१६ हा अंशांक
 भागावा, भागाकार ३ आले ते अंशस्यचीं
 लिहावे, नंतर ७२ या दढ भाजकानें २००
 हा छेद भागावा, भागाकार ४ आले ते छेद-
 स्यचीं लिहावे. $\frac{२१६}{२००}$ हे अपूर्णांक व $\frac{३}{४}$
 हा अपूर्णांकसंक्षेप, हे दोन्ही बराबर किंम-
 तीचे होत.

दुसरें, $\frac{११५}{७००}$ यांचा संक्षेप काय होतो?

उत्तर, $\frac{१}{६}$

तिसरें, $\frac{१३६}{२००४}$ यांचा संक्षेप काय होतो?

उत्तर, $\frac{३}{३१}$

चौथें, $\frac{५२५}{६३०}$ यांचा संक्षेप काय होतो?

उत्तर, $\frac{५}{६}$

संक्षेप करण्याची दुसरी रीति.

सांख्यिकीं अपूर्णांकाचीं पदे निःशेष होतील अशीं

कोणतेहि संख्येने भागाची, नंतर जे भागाकार येतील त्यांत तसेच दुसरे संख्येने भागाचे यारीतीने जोपर्यंत एका वाचून दुसरे कोणतेहि संख्येने भागतां नयेईल तोपर्यंत पुढेहि करावे, सगजे शेवटील भागाकार सांगितल्या अपूर्णाक पदांचा संक्षेप सात्ता.

उदाहरण.

$\frac{216}{200}$ यांत अतिसंक्षेप रूप दे.

$\frac{216}{200} = \frac{32}{25} = \frac{36}{31} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = \frac{3}{4}$ हे उत्तर.

दुसरा प्रकार.

विषम अपूर्णाक रूप.

भागानुबंध पूर्णाकिस विषम अपूर्णाकाचे रूप घावयाचा.

रीति.

पूर्णाकिस अपूर्णाक छेदाने गुणावे, आणि त्यांत अंश निघवावा. जी बेरीज होईल त्याचे खाली रेष फाडून छेदाक निहावा, सगजे हे विषम अपूर्णाक त्या भागानुबंध पूर्णाकाचे बराबर किमतीचे होतात.

उदाहरणे.

पहिले, $23\frac{3}{4}$ या भागानुबंध पूर्णाकिस विषम अपूर्णाकाचे बराबर किमतीचे रूप दे.

$$\frac{२३ \frac{२}{५} = \frac{११७}{५}}$$

$$\frac{११५}{२}$$

$$\frac{११७}{११७}$$

पूर्णांक २३ ते ५ छेदांनि गुण्यत
 त्यांत २ अंश मिळवावे, सणजे
 $२३ \times ५ = ११५ + २ = ११७$
 याचे रंवालीं छेदांक ५ लिहावा,
 सणजे हे त्यांचे बराबर किमती-
 चे होत.

दुसरें, १२ $\frac{९}{९}$ या भागानुबंध पूर्णांकास विषम
 अपूर्णांकाचें रूप दे. उत्तर, $\frac{११५}{९}$

तिसरें, १४ $\frac{९}{९}$ या भागानुबंध पूर्णांकास विषम
 अपूर्णांकाचें रूप दे. उत्तर, $\frac{१४७}{९०}$

चौथें, १०३ $\frac{५}{२}$ या भागानुबंध पूर्णांकास विष-
 म अपूर्णांकाचें रूप दे. उत्तर, $\frac{३०४६}{२१}$

तिसरा प्रकार.

विषम अपूर्णांकास पूर्णांकाचें अथवा भागानुबंध
 पूर्णांकाचें रूप द्यावयाचा.

रीति.

अंशांक छेदांकानें भागावा, भागाकार येईल तो
 पूर्णांक जाणावा. बाकी राहिल ती व्यवहारी अपूर्णांक
 जाणावा.

उदाहरणें.

पहिलें, १२ $\frac{१}{२}$ या विषम अपूर्णांकास पूर्णांकाचें रूप दे.
 उत्तर, ६

दुसरे, $\frac{१५}{७}$ या विषम अपूर्णाकास भागानुबन्धपूर्णिकाचें रूप दे. उत्तर, २ $\frac{३}{७}$

तिसरे, $\frac{७४९}{१७}$ या विषम अपूर्णाकास भागानुबन्धपूर्णिकाचें रूप दे. उत्तर, ४४ $\frac{१७}{१७}$

चौथे, $\frac{५६५}{७}$ या विषम अपूर्णाकास पूर्णाकाचें रूप दे. उत्तर, ८

पांचवें, $\frac{१३६३}{२५}$ या विषम अपूर्णाकास भागानुबन्धपूर्णिकाचें रूप दे. उत्तर, ५४ $\frac{१३}{२५}$

साहाबे, $\frac{२९१८}{१७}$ या विषम अपूर्णाकास भागानुबन्धपूर्णिकाचें रूप दे. उत्तर, १७१ $\frac{११}{१७}$

चौथा प्रकार.

अपूर्णिक रूप.

पूर्णिकास सांगितले तितके छेद करावयाकरिता बराबर किमतीचें अपूर्णाकाचें रूप द्यावयाचा.

रीति.

जितके छेद करावयाचे तितक्या संख्येच्या अंकानें पूर्णिक गुणावा, आणि त्या गुणाकाराखालीं तो गुणक छेदांक लिहावा.

उदाहरणें.

पहिलें, ९ या पूर्णाकास अपूर्णाकाचें रूप दे, असें किं छेदस्थळीं ७ होतील आणि किंमत बराबर राहील.

$९ \times ७ = ६३$ तेहां $\frac{६३}{७}$ हे उत्तर.

$\frac{६३}{७} = ६३ \div ७ = ९$ हा ताका.

दुसरें, १२ या पूर्णाकास अपूर्णाकाचें रूप दे असें किं
छेदस्थळीं १३ होतील. उत्तर, $\frac{१५५}{११}$

तिसरें, २७ या पूर्णाकास अपूर्णाकाचें रूप दे. असें किं
छेदस्थळीं ११ होतील. उत्तर, $\frac{२९७}{११}$

चौथें, ३२ या पूर्णाकास बराबर किमतीचें अपूर्णा-
काचें रूप दे. असें किं, छेदस्थळीं १५ होतील.

उत्तर, $\frac{४८०}{१५}$

पांचवें, ४० या पूर्णाकास बराबर किमतीचें अपूर्णा
काचें रूप दे. असें किं, छेदस्थळीं २० होतील.

उत्तर, $\frac{८००}{२०}$

पांचवा प्रकार.

प्रभागजाति अपूर्णाकास भागजाति अपूर्णाकाचे ब-
राबर किमतीचें रूप द्यावयाचा.

रीति.

सर्वअंश परस्पर गुणावे, जो गुणाकार होईल तो
भागजाति अपूर्णाक अंशस्थळीं लिहावा. तसें सर्व छेद
परस्पर गुणावे, जो गुणाकार येईल तो भागजाति अपूर्णा
क छेदस्थळीं लिहावा.

प्रभागजाति अपूर्णाकांमध्ये जर भागानुबंधपूर्णक
असेल तर त्यास पूर्वरीतीनें विषम अपूर्णाकाचें रूप द्यावे

जर अंशांचे ओळींतला अंक छेदांचे ओळींत आहे
किंवा छेदांचे ओळींतला अंक अंशांचे ओळींत आहे, तर

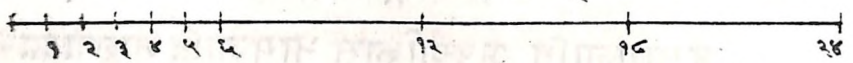
ते दोन्ही छेकून त्याच्या ओळींत नाहीत असें समजावे. त-
सें अंशानें छेदांक किंवा छेदांकानें अंशाक बराबर भागला
जातो तर तो भागून ते दोन्ही भाज्य आणि भाजक छेकून
त्या स्थळीं नाहीत असें समजावे, आणि जो भागाकार आ-
च्या असेल तो छेकल्या भाज्यांकावर मांडून त्या स्थळीं तो
आहे असें समजावे.

उदाहरणे.

पहिलें, $\frac{3}{4}$ चे $\frac{2}{3}$ चा $\frac{1}{2}$ हे प्रभागजाति अपूर्णाक
आहेत. यांस बराबर किमतीचें भागजाति अपूर्णाकांचें रू-
पदे.

$$\frac{3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2} = \frac{6}{24} \text{ यांचा संक्षेप. } \frac{1}{4}$$

$$\text{संक्षेपरीति } \frac{3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2} = \frac{1}{4}$$



दुसरें, $\frac{10}{99}$ चे $\frac{3}{2}$ चे $\frac{2}{3}$ हे प्रभागजाति अपूर्णाक आ-
हेत. यांस बराबर किमतीचें भागजाति अपूर्णाकांचें रूपदे.

$$\frac{10 \times 3 \times 2}{99 \times 2 \times 3} = \frac{60}{66} \text{ यांचा संक्षेप } \frac{5}{11}$$

$$\text{संक्षेपरीति } \frac{10 \times 3 \times 2}{99 \times 2 \times 3} = \frac{5}{11}$$

तिसरें, $\frac{5}{4}$ चे $\frac{2}{3}$ हे प्रभागजाति अपूर्णाक आहेत,
यांस बराबर किमतीचें भागजाति अपूर्णाकांचें रूपदे.

उत्तर, $\frac{15}{32}$

चौथें, $\frac{5}{4}$ चे $\frac{2}{3}$ चे $\frac{2}{3}$ हे प्रभागजाति अपूर्णाक आ-
हेत, यांस बराबर किमतीचें भागजाति अपूर्णाकांचें रूपदे.

उत्तर. $\frac{5}{4}$

पांचवें, $२\frac{१}{२}$ चे $\frac{५}{६}$ चे $\frac{३}{४}$ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, यांस बराबर किमतीचें भागजाति अपूर्णांकांचें रूप दे.

उत्तर, $\frac{९}{८}$

साहायें, ४ चे $३\frac{१}{२}$ चे $\frac{५}{६}$ चे $\frac{३}{४}$ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, यांस बराबर किमतीचें भागजाति अपूर्णांकांचें रूप दे.

उत्तर, $२\frac{१}{२}$

सातवें, $\frac{५}{६}$ चे $\frac{३}{४}$ आणि २ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, यांस बराबर किमतीचें भागजाति अपूर्णांकांचें रूप दे.

उत्तर, $२\frac{१}{२}$

आठवें, $५\frac{३}{४}$ चे $\frac{५}{६}$ चे $\frac{३}{४}$ चे $\frac{३}{४}$ चा $\frac{१}{२}$ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, यांस भागजाति अपूर्णांकांचें रूप दे.

उत्तर, $\frac{३३}{३२}$

नववें, $\frac{१}{३}$ चे $\frac{५}{१२}$ चे $\frac{३}{४}$ चे $\frac{१३}{१४}$ चे $\frac{१५}{१६}$ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, यांस भागजाति अपूर्णांकांचें रूप दे.

उत्तर, $\frac{१}{१६}$

साहावा प्रकार.

समछेद करण्याचा.

अपूर्णांक रकमांमध्ये वेगळाले किमतीचे व्यस्त छेद असले तर ते बराबर किमतीचे समछेद करावे.

शिति.

हर एक अंश व त्याचे र्वालच्या छेदा बांचून सर्व रकमांचे छेद हे परस्पर गुणावे, या प्रमाणे जितक्या

रकमा

रकमा आहेत तितके वेगळाले गुणाकार करावे, ते अंश होत. तसें सर्व रकमांतील छेद परस्पर गुणावे, तो गुणाकार त्या सर्व रकमांत छेदस्यळीं लिहावा.

जेव्हां भागानुबंधपूर्णांक किंवा पूर्णांक अथवा प्रभागजातिअपूर्णांक येतो तेव्हां त्या सर्वांस भागजातिअपूर्णांकांचें रूप देऊन मग समछेद करावे.

उदाहरणें.

पहिलें, $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ यांस बराबर किमतीचें समछेद अपूर्णांकांचें रूप दे.

$$1 \times 3 \times 4 = 12 \text{ हा } \frac{1}{2} \text{ याचा नवा अंश झाला.}$$

$$2 \times 2 \times 4 = 16 \text{ हा } \frac{2}{3} \text{ याचा नवा अंश झाला.}$$

$$3 \times 2 \times 3 = 18 \text{ हा } \frac{3}{4} \text{ याचा नवा अंश झाला.}$$

$$2 \times 2 \times 4 = 16 \text{ हा सर्व अंशांचा समछेद झाला.}$$

$$\frac{12}{16} \quad \frac{16}{16} \quad \frac{18}{16} \text{ हे उत्तर.}$$

अथवा.

या कामांतील गुणाकार मनांत करून लिहावे, ते या प्रमाणें.

$$\frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{3}{4} = \frac{12}{24} \frac{16}{24} \frac{18}{24} \text{ किंवा संक्षेप करून} =$$

$$\frac{3}{6} \frac{4}{6} \frac{3}{4} \text{ असें लिहावे.}$$

दुसरें, $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ यांस बराबर किमतीचें समछेद अपूर्णांकांचें रूप दे.

$$\text{उत्तर, } \frac{15}{20} \quad \frac{16}{20}$$

तिसरें, $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ यांस बराबर किमतीचें समछेद

अपूर्णांक रूप दे.

$$\text{उत्तर, } \frac{४०}{६०} \frac{४५}{६०} \frac{३५}{६०}$$

चौथें, $\frac{५}{६}$ $\frac{३}{४}$ ४ यांस बराबर किमतीचें सम छेद

अपूर्णांक रूप दे.

$$\text{उत्तर, } \frac{२५}{३०} \frac{७५}{३०} \frac{१२०}{३०}$$

जर दोन किंवा त्यांहून अधिक व्यवहारी अपूर्णांकांच्या रकमा आहेत, आणि सर्व रकमांच्या छेदांचा दृढ भाजक मिळत आहे, तर त्या सर्व रकमांचे छेद दृढ भाजकानें वेगळाले भागून भागाकार त्याच्या छेदांखाली लिहावे. नंतर हर एक रकमेचे अंश व छेद दुसऱ्या रकमांखालचे भागाकारांनी वेगळाले गुणावे, ते गुणाकार अंश व छेद होतात.

उदाहरणें.

पहिलें, $\frac{३}{२५}$ $\frac{४}{३५}$ हे व्यवहारी अपूर्णांक आहेत, यांस बराबर किमतीचें सम छेद अपूर्णांक रूप दे.

$$\frac{३}{२५} \frac{४}{३५} = \frac{३१}{१३५} \frac{३०}{१३५} \text{ हे सम छेद अपूर्णांक झाले.}$$

दुसरें, $\frac{३}{२५}$ $\frac{४}{३५}$ $\frac{३}{४०}$ यांस बराबर किमतीचें सम छेद अपूर्णांक रूप दे.

$$\frac{३}{२५} \frac{४}{३५} \frac{३}{४०} = \frac{१६५}{१४००} \frac{१६०}{१४००} \frac{७०}{१४००} \text{ हे सम छेद अपूर्णांक झाले.}$$

तिसरें, $\frac{३}{५}$ $\frac{४}{३५}$ यांस बराबर किमतीचें सम छेद अपूर्णांक रूप दे.

$$\text{उत्तर, } \frac{४०}{१५०} \frac{४०}{१५०}$$

जेव्हां नवे अंश आणि सम छेद यांचा दृढ भाजक

असेल तर त्या वेगळाले संख्यांचे स्थळां त्यांचे त्यांचे कर्ते लिहावे. नंतर जे कर्ते अंश आणि छेद या दोन स्थळां साधारण आहेत, त्यांस त्या त्या स्थळांतून रद करावे. म्हणजे अपूर्णांकांस अति संक्षेप रूप झालें, ज्यापासून समछेद होतील.

उदाहरण, $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{1}{2}$ यांस बराबर भावांचे समछेद अपूर्णांक रूप दे.

आतां या अपूर्णांकांस सांगितल्या प्रमाणें समछेद करून हें रूप होतें $\frac{2 \times 9}{4 \times 6 \times 2}$ $\frac{3 \times 9}{4 \times 6 \times 2}$ $\frac{3 \times 6}{4 \times 6 \times 2}$ आतां २ आणि ३ या संख्या ४, ६ आणि ६, ९ यांचे अनुक्रमें भाजक आहेत. याज करितां जर पहिल्या आणि तिसऱ्या अपूर्णांकांत ६ टाकून त्यांचे कर्ते २ आणि ३ हे लिहिले, आणि दुसऱ्या अपूर्णांकांत ४ आणि ९ टाकून त्यांचे स्थळां त्यांचे वेगळाले कर्ते २ आणि ३ हे लिहिले, तर त्या अपूर्णांकांस हें रूप होईल.

$\frac{2 \times 2 \times 2 \times 3}{4 \times 2 \times 3 \times 2}$ आणि $\frac{3 \times 2 \times 3}{4 \times 2 \times 3 \times 2}$ एथें २ आणि ३ हे दोन कर्ते जे अंश आणि छेद यांत साधारण आहेत त्यांस रद करून अपूर्णांकांस हें रूप होतें. $\frac{2 \times 3}{4 \times 9}$ $\frac{3 \times 3}{4 \times 9}$ म्हणजे $\frac{2}{36}$ $\frac{3}{36}$ $\frac{3}{36}$ यांत जी ३६ समछेद संख्या उपलब्ध झाली ती ४, ६, ९ यांचा साधारण गुणाकार आहे. अथवा या संख्यांनीं ती निःशेष भागिली जाती. आणि या रीतीनें कोणत्याही दुसरे सांगितले संख्यांचा लघुतम सा-

धारण गुणाकार उत्पन्न होईल, परंतु अशा संख्या छेद
असून त्यांचे अंशस्थळीं १ असावा.

लघुतमसाधारण गुणाकार काढायाची.

रीति.

सांगितल्या संख्या एके ओळींत लिहाव्या, आणि
जर त्यांतील दोन किंवा अधिक संख्या २ या अविभाज्य
संख्येनें भागिल्या जातात, तर त्यांस भागून त्यांचे भागाका-
र त्यांचे त्यांचे खालीं दुसरे ओळींत लिहावे, आणि ज्या भा-
गत नाहीत त्यातशाच खालीं पुनः लिहाव्या.

त्या दुसरे ओळीस तसेंच २ यांनीं भागावे, पुढें तिसरी
स इत्यादि. असें करितां जर २ या संख्येनें भागिल्या जात ना-
हींत, तर ३ या अविभाज्य संख्येनें भागावे तिनेंही सर्व जा-
गत नाहीत तर ५, ७ इत्यादि अविभाज्य संख्यांनीं भागावे.
जोंपर्यंत दोन संख्या भागल्यावांचून राहतील. नंतर ते सर्व
भाजक आणि शेवटील ओळीतील भागाकार व भागल्या-
वांचून राहिल्या संख्या हे सर्व परस्पर गुणून जो गुणाकार
होईल तो लघुतमसाधारण गुणाकार होय.

उदाहरणें.

पहिलें . ७ , २४ , ४० , ४५ आणि ७२ यांचा
लघुतमसाधारण गुणाकार काढ .

२)	७	२४	४०	४५	७२
२)	७	१२	२०	४५	३६
२)	७	६	१०	४५	१८
३)	७	३	५	४५	९
३)	७	१	५	१५	३
५)	७	१	५	५	१
	७	१	१	१	१

तेह्नां $२ \times २ \times २ \times ३ \times ३ \times ५ \times ७ = २५२०$ हा इडित्वा लघुतम साधारण गुणाकार आहे. हा गुणाकार ७, २४, ४०, ४५ आणि ७२ या सर्व संख्यांनीं निःशेष भागायास शक्य आहे.

दुसरे, किती एक गाई होत्या, त्या तिहीं बेशींतून सारख्या गेल्या व पांवां गवळ्यांनीं सारख्या राखिल्या व लतां तळ्यांत सारख्या पाणी प्याल्या व नवां झाडां रवालीं सारख्या बसल्या व अकरा वाटांनीं गांवांत सारख्या आल्या आणि तेरा ठिकाणीं सारख्या बांधल्या, तेह्नां त्या गाई किती होत्या?

३, ५, ७, ९, ११, १३ यांचा लघुतम साधारण गुणाकार घेईल तें उत्तर जाणवें. म्हणजे ४५०४५ हे उत्तर आहे.

जेह्नां अपूर्णांक अथवा भागानुबंधपूर्णांक सां

मितले आहेत, तेव्हा भागानुबंधपूर्णांकास विषमअपूर्णांकाचे रूप द्यावे, आणि अतिसंक्षेपसमछेद काढावे. नंतर त्या अतिसंक्षेपसमछेदांनी अंशांचे लघुतमसाधारणगुणाकारास भागून जो भागाकार येतो तो इच्छित अपूर्णांकाचा लघुतमसाधारणगुणाकार होतो.

उदाहरण, $4\frac{1}{2}$ $5\frac{1}{2}$ आणि $\frac{5}{9}$ सणजे = $\frac{24}{9}$
 $\frac{12}{3}$ $\frac{5}{9}$ यांचा लघुतमसाधारणगुणाकार काढ.

आतां अपूर्णांकांस अतिसंक्षेपसमछेद करून हे रूप होतें $\frac{52}{90}$ $\frac{92}{90}$ आणि $\frac{12}{90}$ आणि ३५, ९६, ३६ यांचा लघुतमसाधारणगुणाकार २४०० आहे त्यास १० यांनी भागून भागाकार १३३ $\frac{1}{3}$ हा इच्छित लघुतमसाधारणगुणाकार झाला.

जेव्हा सांगितले दोन अपूर्णांकांतील एकाच्या छेदानें दुसऱ्याचे छेद निःशेष भागिले जातात, तेव्हा त्या लाहान अपूर्णांकांची दोनही पदे त्या भागाकारानें गुणाचीं सणजे दोनही समछेद झाले. जसे, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{2}{4}$

यांस समछेद करायासाठीं लाहान अपूर्णांक $\frac{3}{4}$ यास २ यांनीं सणजे $6 \div 4 = 2$ यांनीं गुणायाचें इतकें मात्र आहे, असें करून त्यांस हे रूप होतें $\frac{6}{4}$ $\frac{4}{4}$

आणि $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{4}$ आणि $\frac{11}{12}$ यांस समछेद करायासाठीं ३ यांचीं दोन पदे ४ यांनीं गुणायाचीं आणि ६ यांचीं २ यांनीं गुणायांचीं, इतकें मात्र आहे. सणजे

असे कतून त्यांचे हे इच्छिले रूप झाले. $\frac{5}{12}$ $\frac{10}{12}$

आणि $\frac{11}{12}$

अथवा या प्रमाणे.

सांगितल्या अपूर्णाकांस अतिसंक्षेप रूप देऊन छेदांचा लघुतम साधारण गुणाकार काढावा. नंतर त्या गुणाकारास वेगळाले सांगितल्या छेदांनी भागून जे जे भागाकार येतील ते त्याचे त्याचे अंशांनी गुणावे. नंतर त्या त्या गुणाकारां खाली लघुतम साधारण गुणाकार लिहावा. सगळे सांगितल्या अपूर्णाकांस बरोबर भावाचे अतिसंक्षेप मन छेद रूप झाले.

उदाहरण, $\frac{3}{12}$ $\frac{4}{12}$ आणि $\frac{10}{12}$ यांस अतिसंक्षेप मन छेद रूप दे.

३६, २२, १२१ यांचा लघुतम साधारण गुणाकार दरोबर १६९४ तेझां.

$$\frac{१६९४}{१४} = १२१$$

$$\frac{१६९४}{२२} = ७७$$

$$\frac{१६९४}{१२१} = १४$$

} हे तीन वेगळाले भागाकार ज्यांनी अंश गुणायाचे आहेत.

$$\text{सगून } १२१ \times ३ = ३६३$$

$$७७ \times ५ = ३८५$$

$$१४ \times १० = १४०$$

} हे इच्छिले अंश आहेत.

यास्तव $\frac{३६३}{१६९४}$ $\frac{३८५}{१६९४}$ $\frac{१४०}{१६९४}$ हे इच्छिले अतिसंक्षेप मन छेद रूपाचे अपूर्णाक झाले.

$$\begin{array}{r} ५३० \text{ पा.} \\ \text{पा. १} - ३ \\ \hline १०० \\ ५३ \overline{) ३००} \\ \underline{१६०} \\ १४० \\ \underline{१४०} \\ ० \end{array}$$

राहिले, ते पावल्यांनी गुणावे. $४ \times ३ = ०$ पावले झाले, ते छेदांनी भागावे. $५ \div ० = १$ बाकी ३ पावले राहिले, ते

रेसांनी गुणावे. $१०० \times ३ = ३००$ रस झाले. ते छेदांनी भागावे. $५ \div ३०० = ६०$ रस झाले.

रु. पा. रे.

१० - १ ... ६० हें उत्तर.

दुसरे, १५ रुपये २ पावले ५० रस यांचे $\frac{३}{५}$ हे पूर्णांकान्त किती किमतीचे आहेत?

$$\begin{array}{r} \text{रु. पा. रे.} \\ १५ \cdot \cdot २ \cdot \cdot ५० \\ ३) \underline{३१ \cdot \cdot १ \cdot \cdot ०} \\ १० \quad १ \quad ६६ \frac{३}{५} \text{ हें उत्तर.} \end{array}$$

तिसरे, १ रुपयाचे $\frac{३}{५}$ हे पूर्णांकान्त किती किमतीचे आहेत?

रु. पा. रे.

उत्तर, ० ... १ ... ५०

चौथे, १ रुपयाचे $\frac{३}{४}$ हे पूर्णांकान्त किती किमतीचे आहेत?

रु. पा. रे.

उत्तर, ० ... ० ... ०० $\frac{६}{४}$

पांचवे, ५ रुपयांचे $\frac{३}{४}$ हे पूर्णांकान्त किती किमतीचे आहेत?

रु. पा. रे.

उत्तर, ३ ... ३ ... ०

साहायें, २ रुपये ३ पावले ५० रेस घांवे $\frac{1}{4}$ हे पूर्णांकांत किती किमतीचे आहेत? रु. पा. रे.

उत्तर, १ ... ६०

सातवें, यजनी १ मणाने $\frac{1}{4}$ हे पूर्णांकांत किती किमतीचे आहेत? उत्तर, ३२ शेर.

आठवें, केली १ खंडीचे $\frac{1}{4}$ हे पूर्णांकांत किती किमतीचे आहेत? म. पा.

उत्तर, ६ ... ३

नववें, १ विघ्याने $\frac{1}{4}$ हे पूर्णांकांत किती किमतीचे आहेत? पा. का.

उत्तर, ७७ ... १०

दाहावें, विलायतीमानाने १ दिवसाचे $\frac{3}{10}$ हे पूर्णांकांत किती किमतीचे आहेत? अबेरें. मि.

उत्तर, ७ ... १२

आठवा प्रकार.

उतरतें चढतें अपूर्णांक रूप.

व्यवहारी अपूर्णांकांस उतरतें अपूर्णांक रूप देणें आहे तर त्या पूर्णांका खालीं जितके हलके पूर्णांक आहेत तितके वर अंशांचे पंक्तीस लिहून त्यांचे वरचे भारी पूर्णांक त्यांचेच खालीं लिहावे, नंतर अंशपंक्तीचे सर्व अंक परस्पर गुणावे, तो गुणाकार अंश झाला. तसे छेद्द पंक्तीचे सर्व अंक परस्पर गुणावे, तो गुणाकार छेद्द झाला.

चदनें अपूर्णांक रूप देणें आहे तर भारी अंक अंश पंक्तीस लिहून त्यांचे हलके अंक त्यांचे खाली छेद पंक्तीस लिहावे; नंतर परस्पर गुणलेले अंश पंक्तीचे अंक अंश झाले. तसे छेद पंक्तीचे गुणलेले छेद झाले.

उदाहरणें.

पहिलें, १ रुपयाचे $\frac{3}{4}$ यांस रेसांचें अपूर्णांक रूप दे.

$\frac{3}{4} \times \frac{100}{100} \times \frac{100}{100} = \frac{7500}{40000}$ हें उतर.

दुसरें, १ रेताचे $\frac{5}{8}$ यांस रुपयाचें अपूर्णांक रूप दे.

$\frac{5}{8} \times \frac{100}{100} \times \frac{100}{100} = \frac{62500}{32000}$ हें उतर.

तिसरें, एकारुपयाचे $\frac{5}{12}$ यांस रेसाचें अपूर्णांक रूप

दे.

उतर, $\frac{4166}{3}$ रस

चौथें, वजनी एकामणाचे $\frac{3}{4}$ यांस खंडीचें अपूर्णांक

रूप दे.

उतर, $\frac{1}{4}$ खंडी.

पाचवें, वजनी एके खंडीचे $\frac{2}{3}$ यांस शेराचें अपूर्णांक

रूप दे.

उतर, $\frac{12500}{9}$ शेर.

साहाचें, कैली एकाशेराचे $\frac{3}{4}$ यांस खंडीचें अपूर्णांक

रूप दे.

उतर $\frac{1}{1600}$ खंडी.

सातवें, एकारेसाचे $\frac{1}{2}$ यांस रुपयाचें अपूर्णांक रूप

दे.

उतर, $\frac{3}{2000}$ रुपया.

आठवें, एकारुपयाचे $\frac{1}{4}$ यांस रेसाचें अपूर्णांक रूप दे.

उत्तर, $\frac{१०००}{३}$ रेस

नववें, ३ पावले ५० रेस यांस रूपयाचें अपूर्णांक
पदे. उत्तर, $\frac{३}{३}$ रूपया.

दाहावें, ३ पावले ३३ रेस यांस रूपयाचें अपूर्णांक
रूपदे. उत्तर, $\frac{३३३}{३००}$ रूपया.

व्यवहारी अपूर्णांकांची मिळवणी.

जेव्हां सगळ्या रकमा समछेद आहेत, तेव्हां सर्व अंशांची येरीज घेऊन वर लिहावी. आणि त्या रवालीं समछेद लिहावा. म्हणजे मिळवणी झाली.

समछेद नाहीत तेव्हां समछेद करून रीतीप्रमाणें मिळवणी करावी, कदाचित् कांहीं रकमा प्रभागजाति - अपूर्णांक असल्यास त्यांस भागजाति अपूर्णांक रूप घावें. तसें रकमा अनेक जातीच्या असल्यास त्यांस समजातिक गळ्या नंतर समछेद करून त्यांच्या अंशांची मिळवणी करावी. जर रकम भागानुबंध पूर्णांक आहे तर तीसं विषम अपूर्णांकाचें रूप देऊन वर सांगितल्या प्रमाणें मिळवणी करावी. अथवा भागानुबंध पूर्णांकांत जे अपूर्णांक असतील त्यांस वर सांगितल्या प्रमाणें समछेद करून मिळवणी करावी. आणि त्या वेरजेवे डावे बाजूस पूर्णांकांची मिळवणी करून लिहावी.

उदाहरण.

पहिले, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{4}$ यांची बेरीज काय होती?

$\frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{8}{4} = 2$ हें उत्तर.

दुसरे, $\frac{3}{5}$ आणि $\frac{2}{5}$ यांची बेरीज काय होती?

$\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1$ हें उत्तर.

तिसरे, $\frac{1}{2}$ आणि $3 \frac{1}{2}$ आणि $\frac{3}{4}$ चा $\frac{1}{2}$ यांची बेरीज काय होती?

$3 \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$ आणि $\frac{3}{4}$ चा $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$, $\frac{7}{2} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$
 $= \frac{7}{2} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{14}{4} = 3 \frac{3}{4}$ हें उत्तर.

चौथे, $\frac{3}{5}$ आणि $\frac{2}{5}$ यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, $1 \frac{2}{5}$

पाचवे, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{4}$ यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, $1 \frac{9}{4}$

सातवे, $\frac{3}{5}$ आणि $\frac{2}{5}$ यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, $\frac{5}{5}$

आठवे, $\frac{3}{2}$ आणि $\frac{3}{2}$ आणि $\frac{5}{2}$ यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, $1 \frac{11}{2}$

आठवे, $\frac{5}{4}$ आणि $\frac{3}{4}$ आणि $2 \frac{1}{4}$ यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, $3 \frac{9}{4}$

* टीप. समलक्ष के ल्याचे पूर्वी अपूर्णाकांत जातिभेद आहे. जसे, रूपय, पावनां, म, यांची परस्पर भिन्नवणी होत नाही. तशी ल्यांची होत नाही. परंतु जेव्हा अपूर्णाकांत समलक्ष केले. म्हणजे. वस्तूचे समजाति वस्तूंचे ल्यांचे ल्यांची भिन्नवणी आणि वजाबाकी अंगांत परस्पर होती.

नवबें, $\frac{3}{2}$ आणि $\frac{1}{3}$ चे $\frac{5}{6}$ आणि $9\frac{3}{4}$ यांची बेरीज काय होती? उत्तर, $10\frac{1}{20}$

दाहाबें, एकारुपयाने $\frac{2}{3}$ आणि एकापावल्याने $\frac{4}{5}$ यांची बेरीज काय होती? उत्तर, $2\frac{14}{15}$ रे.

अकराबें, एकापावल्याने $\frac{3}{4}$ आणि एकरेमाने $\frac{5}{6}$ यांची बेरीज काय होती? उत्तर, $10\frac{5}{12}$ रे.

बाराबें, एकारुपयाना $\frac{1}{2}$ आणि एकापावल्याने $\frac{3}{4}$ आणि एकरेमाने $\frac{5}{6}$ यांची बेरीज काय होती? उत्तर, $3\frac{19}{12}$ रे.

तेराबें, $\frac{5}{6}$ चे $\frac{2}{3}$ मिळविले असता १ पूर्णांक होईल, अशी संख्या कोणती? उत्तर, $\frac{53}{63}$

व्यवहारी अपूर्णाकांची वजाबाकी.

जसे मिळवणी करावयाकरितां व्यवहारी अपूर्णांक समजाति, समछेद केले तसे तयार करावे. नंतर भारी अंशांत थोडे अंश वजा करून बाकी राहिल तिच्या खाली समछेद लिहावा, म्हणजे वजाबाकी झाली.

उदाहरणें.

पहिलें, $\frac{1}{2}$ आणि $\frac{1}{3}$ यांची वजाबाकी कर.

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$ बाकी, हें उत्तर.

दुसरें, $\frac{2}{3}$ आणि $\frac{1}{4}$ यांची वजाबाकी कर.

$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$ बाकी, हें उत्तर.

तिसरे, $\frac{1}{12}$ आणि $\frac{1}{12}$ यांची वजा बाकी कर.

उत्तर, $\frac{1}{6}$ बाकी.

चौथे, $\frac{1}{12}$ आणि $\frac{1}{12}$ यांची वजा बाकी कर.

उत्तर, $\frac{1}{6}$ बाकी.

पाचवे, $\frac{1}{12}$ आणि $\frac{1}{12}$ यांची वजा बाकी कर.

उत्तर, $\frac{1}{6}$ बाकी.

साहावे, $५ \frac{1}{2}$ आणि $४ \frac{1}{2}$ चे $\frac{2}{3}$ यांची वजा बाकी कर.

उत्तर $४ \frac{31}{60}$ बाकी.

सातवे, एकारुपथाचे $\frac{5}{6}$ आणि एकापावल्याचे $\frac{3}{4}$ चे $\frac{2}{3}$ यांची वजा बाकी कर. उत्तर, १ पा. ७२ $\frac{2}{3}$ रे.

आठवे, $५ \frac{1}{2}$ चे $\frac{2}{3}$ रुपये आणि एकापावल्याचे $\frac{3}{4}$ यांची वजा बाकी कर. उत्तर, १ रुपया १ पावला ३० $\frac{20}{60}$ रे.

नववे, कोणे एकाजवळ एकापावल्याचा $\frac{1}{2}$ होता. त्याचे त्याने $\frac{2}{3}$ विकले, तेजां त्याजपाशीं काय राहिलें?

उत्तर, $\frac{1}{12}$

व्यवहारी अपूर्णाकांचा गुणाकार.

भागानुबंध पूर्णांक असला तर त्यास विषम अपूर्णाकांचें रूप द्यावें. नंतर सर्व अंश परस्पर गुणावे, ते अंश होत, तसे सर्व छेद परस्पर गुणावे, ते छेद होत. आणि भिन्न जाति असल्यान त्यांस जो मूळ पूर्णांक असेल त्याचें रूप देऊन परस्पर गुणावें.

उदाहरणें.

महिनें, $\frac{3}{4}$ यांस $\frac{2}{5}$ यांनीं गुण.

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10} \text{ हे उत्तर.}$$

दुसरें, $\frac{3}{5}$ आणि $3\frac{1}{4}$ आणि ५ आणि $\frac{3}{4}$ वे $\frac{3}{4}$ हे

सर्व परस्पर गुण.

$$\frac{3}{5} \times \frac{13}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{3^3}{2^6} = \frac{27}{64}$$

हे उत्तर. $\frac{27}{64}$

तिसरें, $\frac{3}{5}$ यांस $\frac{4}{5}$ यांनीं गुण.

$$\text{उत्तर. } \frac{12}{25}$$

चौथें, $\frac{4}{5}$ यांस $\frac{3}{4}$ यांनीं गुण.

$$\text{उत्तर. } \frac{3}{5}$$

पाचवें, $\frac{3}{5}$ आणि $\frac{4}{5}$ आणि $\frac{3}{4}$ हे सर्व परस्पर

गुण.

$$\text{उत्तर. } \frac{3}{10}$$

साहाबें, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{3}{5}$ आणि ३ हे सर्व परस्पर गुण.

$$\text{उत्तर. } 1$$

सातवें, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{3}{5}$ आणि ४ हे सर्व परस्पर

गुण.

$$\text{उत्तर. } 2\frac{3}{20}$$

आठवें, $\frac{4}{5}$ आणि $\frac{4}{5}$ वे $\frac{3}{4}$ हे परस्पर गुण.

$$\text{उत्तर. } \frac{12}{25}$$

नववें, ४ आणि ५ वे $\frac{3}{4}$ हे परस्पर गुण.

$$\text{उत्तर } 20$$

दाहाबें, $\frac{3}{4}$ वे $\frac{3}{4}$ आणि $3\frac{3}{4}$ वे $\frac{3}{4}$ हे परस्पर गु

ण,

अकरावें, $२ \frac{३}{५}$ आणि $४ \frac{१५}{३५}$ हे परस्पर गुण.

उत्तर, $१४ \frac{१५}{३५}$

बारावें, ५ आणि $\frac{३}{५}$ आणि $\frac{३}{५}$ चे $\frac{३}{५}$ आणि $४ \frac{१}{५}$

हे सर्व परस्पर गुण.

उत्तर, $२ \frac{३}{५}$

तेरावें, रुपया वा $\frac{१}{५}$ आणि एका पावल्या वा $\frac{३}{५}$

हे परस्पर गुण.

उत्तर, $\frac{१}{५}$ रु. = २५ रे.

चौदावें, १० मण आणि पायलीचे $\frac{५}{१०}$ हे परस्पर

गुण.

उत्तर, $\frac{५}{१०}$ खं. अथवा . १ शेर. १ पायली.

ज्यवहारी अपूर्णाकांचा भागाकार.

जसे गुणाकार करावयास अपूर्णाक तयार केले, तसेच भागाकार करावयास तयार करावे. नंतर निःशेष भागले जातात तर अंशांनीं अंश आणि छेदांनीं छेद भागावे. असें न होईल तर भाजकाचे अंश व छेद बदलून लिहून गुणाकाराची प्रमाणें भाजक व भाज्य हे परस्पर गुणावे, म्हणजे भागाकार झाला.

उदाहरणें.

पहिलें, $\frac{३५}{५}$ यांस $\frac{५}{५}$ यांनीं भाग.

$$\frac{३५}{५} \div \frac{५}{५} = \frac{३५}{५} = ७ \frac{३}{५} \text{ हें उत्तर,}$$

दुसरें, $\frac{५}{५}$ यांस $\frac{३५}{५}$ यांनीं भाग.

$$\frac{५}{५} \div \frac{३५}{५} = \frac{५}{३५} = \frac{१}{७} = ४ \frac{१}{५} \text{ हें उत्तर,}$$

तिसरे, $\frac{16}{32}$ यांस $\frac{1}{2}$ यांनी भाग.

उत्तर, $\frac{1}{2}$

चौथे, $\frac{1}{12}$ यांस $\frac{1}{3}$ यांनी भाग.

उत्तर, $\frac{1}{3}$

पांचवे, $\frac{14}{16}$ यांस $\frac{1}{2}$ यांनी भाग.

उत्तर, $\frac{1}{2}$

साहाबे, $\frac{4}{12}$ यांस $\frac{1}{3}$ यांनी भाग.

उत्तर, $\frac{1}{3}$

सातवे, $\frac{12}{32}$ यांस $\frac{3}{4}$ यांनी भाग.

उत्तर, $\frac{3}{4}$

आठवे, $\frac{3}{9}$ यांस $\frac{1}{3}$ यांनी भाग.

उत्तर, $\frac{1}{3}$

नववे, $\frac{6}{12}$ यांस $\frac{1}{2}$ यांनी भाग.

उत्तर, $\frac{1}{2}$

दाहाबे, $\frac{3}{12}$ यांस $\frac{1}{4}$ यांनी भाग.

उत्तर, $\frac{1}{4}$

अकरावे, $\frac{1}{3}$ यांस $\frac{1}{6}$ यांनी भाग.

उत्तर, $\frac{1}{6}$

बारावे, $\frac{1}{2}$ चे $\frac{1}{3}$ यांस $\frac{1}{6}$ चे $\frac{1}{3}$ यांनी भाग.

उत्तर, $\frac{1}{6}$

तेरावे, रुपयाचा $\frac{1}{12}$ यास २ पावले यांनी भाग.

उत्तर, ५० रस

चौदावे,

श्रीमान्, केली मणालाचे १/२ यांस पायलीचे ५/६
 यांची भाग. उत्तर, १/३ रंटी

अथक ३ म. ७ पा. २ शी. २ रंटी पा.

व्यवहारी अपूर्णाकांचें त्रैराशिक.

द्वय शिती प्रमाणें अपूर्णाकि तयार करावे. आणि
 त्यांन मम व व्यस्त काय असेल तें पाहून त्रैराशि
 शिती प्रमाणें इच्छा फळ उत्पन्न करावे.

उदाहरणें.

पहिलें, जर एक याडें बनातीचे ३/४ यांस एक
 रुपयाचे १/२ पडतात, तर एक याडें बनातीचे ५/६ यांस
 काय पडेल?

	आ.	म.	अं.
जर	या.	रु.	या.
	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{6}$
		रु.	रं.

$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = \frac{1}{2} = 1$. ३३ १/३ इच्छा फ
 ल. हे उत्तर.

दुसरें, जर रुपें तोळे ३३/४ यांस ९ रुपये २ पावले
 पडतात, तर १ तोळ्यास काय पडेल?

उत्तर, १ रु. १ पा. ३३ १/३ रं.

तिसरें, जर कोणी एका गळ बत्ताचे ३/४ यांची किं-
 मत २७३१ रु. १ पावला होती तर त्याच गळ बत्ताचे १/२

यांची किंमत किती होईल? रु. पा. रे.

उत्तर, २२७५.०० - १५३

चौथे, जर कलकत्यावर १०० रुपयांची कुंडी घेणे त-
तर मुंबईत १०० $\frac{१५}{१००}$ रुपये पडतात, तेव्हा १२३०० रुपयां
चे कुंडीस किती रुपये देणे पडतील? रु. पा. रे.

उत्तर, १३३६०.०० - ५०

पाचवे, २७३७ रुपये २ पावले यांचे एके वर्षाचे व्याज
दर शेकडा $३\frac{१}{४}$ रुपये प्रमाणे किती होईल?

रु. पा. रे.

उत्तर, ८८०० - ३०० - ८७ $\frac{३}{४}$

साहावे, एके गलबताना $\frac{१}{२}$ यास ७३० रुपये २ पाव
ले २५ रेस पडतात, तर २५०५ रुपयांस त्याच गलबता-
चा कोणता हिस्सा येईल?

उत्तर, $\frac{५०१०}{११६०९}$

सातवे, एक वीत अथवा १२ अंगुळे लांब आणि १२
अंगुळे रुंद असे फळे असावे, त्यास ७ $\frac{१}{२}$ अंगुळे रुंदी-
चा तखता लांब आहे, तेव्हा त्यांतून किती लांब घेतल्याने
बराबर होईल?

उत्तर, १० $\frac{१५}{११}$ अंगुळे.

आठवे, ९ $\frac{१}{२}$ यार्ड लांब आणि २ $\frac{१}{२}$ यार्ड रुंद कापडा
ची रजई करावयाची आहे, त्यास एके कडे रेशमी अस्तर
असावे ते रेशमी एका यार्डचे $\frac{३}{४}$ रुंदीचे लांब आहे, तेव्हा
ते किती लांब घ्यावे सणजे रजईस बराबर होईल?

उत्तर, २१ $\frac{१}{२}$ यार्ड.

चौदों, केली मणाया $\frac{1}{2}$ यांस पायलीचे $\frac{1}{2}$
 यांची भाग. उत्तर, $\frac{3}{4}$ खंडी
 अथवा ३ म. ७ पा. २ शे. २ $\frac{1}{2}$ पा.

व्यवहारी अपूर्णाकांचें त्रैराशिक.

दुर्ब शितीप्रमाणें अपूर्णाकि तयार करावे. आणि त्यांत मस व व्यस्त काय असेल तें पाहून त्रैराशि शितीप्रमाणें इच्छाकळ उत्पन्न करावें.

उदाहरणें.

पहिलें, जर एक याडें बनातीचे $\frac{3}{4}$ यांस एक रुपयाचे $\frac{1}{2}$ पडतात, तर एक याडें बनातीचे $\frac{1}{2}$ यांस काय पडेल?

	आ.	म.	अं.
जर	या.	रु.	या.
	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	:	::	$\frac{1}{2}$
		रु.	या.
			रु.

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{2} = 1 \cdot 33 \frac{1}{3} \text{ इच्छाकळ. हे उत्तर.}$$

दुसरें, जर रुपें तोळे $2\frac{1}{2}$ यांस ९ रुपये २ पावले पडतात, तर १ तोळ्यास काय पडेल?

उत्तर, १ रु. १ पा. ३३ $\frac{1}{3}$ रे.

तिसरें, जर कोणी एका गळ बत्ताचे $\frac{1}{2}$ यांची किंमत २७ ३१ रु. १ पावला होती तर त्याच गळ बत्ताचे $\frac{1}{4}$

यांची किंमत किती होईल ? रु. पा. रे.

उत्तर, २१७५.००...१५ $\frac{३}{४}$

चौथे, जर कलकत्यावर १०० रुपयांची कुंडी घेणे त-
तर सुंबईत १०० $\frac{५}{८}$ रुपये पडतात, तेव्हा १२३०० रुपयां
चे कुंडीस किती रुपये देणे पडतील ? रु. पा. रे.

उत्तर, ९३३६०...३... ५०

पाचवे, २७२७ रुपये २ पावले यांचे एके वर्षाचे व्याज
दर शेंकडा ३ $\frac{१}{४}$ रुपये प्रमाणे किती होईल ?

रु. पा. रे.

उत्तर, ८८... ३... ८७ $\frac{३}{४}$

साहावे, एके गलबताचा $\frac{१}{४}$ यास ७३० रुपये २ पाव
ले २५ रेस पडतात, तर २५०५ रुपयांस त्याच गलबता-
चा कोणता हिसा येईल ? उत्तर, $\frac{५०१०}{११६८२}$

सातवे, एक वीत अथवा ३२ अंगुळे लांब आणि ३२
अंगुळे रुंद असं फळे असावे, त्यास ७ $\frac{१}{४}$ अंगुळे रुंदी-
चा तखता लांब आहे, तेव्हा त्यांतून किती लांब घेतल्याने
बराबर होईल ? उत्तर, १० $\frac{१६}{११}$ अंगुळे.

आठवे, ९ $\frac{१}{४}$ यार्ड लांब आणि २ $\frac{१}{४}$ यार्ड रुंद कापडा
ची रजई करावयाची आहे, त्यास एके कडे रेशमी अस्तर
असावे ते रेशमी एका यार्डाचे $\frac{३}{४}$ रुंदीचे लांब आहे, तेव्हा
ते किती लांब घ्यावे म्हणजे रजईस बराबर होईल ?

उत्तर, २१ $\frac{३}{४}$ यार्ड

नववें, कोणी एक जासूद रोज $12\frac{1}{2}$ तास चालत असतां $3\frac{1}{2}$ दिवसांत ज्या मुकाबीं गेला, त्याच मुकाबीं जाणें आहे आणि रोज $11\frac{1}{2}$ तास चालतो आहे तर किती दिवस लागतील? उत्तर, $40\frac{1}{2}$

दहावें, एके पलटणांत $99\frac{1}{2}$ शिपाई आहेत, त्यांस नवीं उगलीं घ्यावयाचीं. एके उगल्यास बनात $2\frac{1}{2}$ यार्ड लांब आणि $9\frac{1}{2}$ यार्ड रुंद लागती, त्या सर्व उगल्यांस अत्तर असावें त्यास कापड $\frac{1}{2}$ यार्डाचे रुंदीचे लांब आहे, तेव्हां किती यार्ड लांब घेतलें म्हणजे सर्व उगल्यांस पुरेल? उत्तर, $4521\frac{3}{4}$ यार्ड.

अकरावें, एक खंडी तमाखूला $12\frac{1}{2}$ रुपये पडनात, तर $3\frac{1}{2}$ खंडीस काय पडेल? उत्तर, $96\frac{3}{4}$

बारावें, $\frac{1}{2}$ यार्ड रुंदीची लांब बनात आहे, तीं दून $12\frac{3}{4}$ यार्ड लांब घेतली, तीस $10\frac{3}{4}$ रुपये पडले, तर $38\frac{3}{4}$ रुपयांस $\frac{3}{4}$ यार्ड रुंदीची बनात किती लांब येईल? उत्तर, $38\frac{3}{4}$ यार्ड लांब.

तेरावें, अ, ब, क, या तिघांनीं मिळून कांहीं काम ८ दिवसांत केले, तेच अ, ब, यांनीं १२ दिवसांत केले, आणि ब, क, यांनीं १६ दिवसांत केले, तर तेच एकटा कऱ्हा लागल्यास प्रत्येकास किती दिवस लागतील?

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} \text{अ} \quad 16 \\ \text{ब} \quad 48 \\ \text{क} \quad 24 \end{array} \right\}$ दि.

दशांश अपूर्णांक .

वर व्यवहारी अपूर्णांकांचा प्रकार सांगितला . याशि-
वाय अपूर्णांक गणिताचा दुसरा प्रकार आहे त्याचें नाव
दशांश अपूर्णांक .

दशांश अपूर्णांक स्मृणाच्याचें कारण हें आहे की, याने
छेद दशकावर चालतात . जसें, १० , १०० , १००० अंश .

जेव्हां १ वस्तूने १० किंवा १०० अथवा १००० किंवा अ-
शा दसपटीनें अधिकहि छेद करून त्यांतून १ किंवा किती
एक अंश घ्यावयाचे आहेत तेव्हां रेघ फाडून तिचे खात्रीं छे-
द व वरने अंश लिहावे .

जसें $\frac{३}{१०}$ $\frac{५}{१००}$ $\frac{१}{१०००}$ हे सर्व वेगळाले भागाने आहेत .
हें लवकर समजावें स्मरण व्यवहारी अपूर्णांक गणितरीती
प्रमाणें लिहिलें .

आतां दशांश अपूर्णांक लिहावयाची चाल दाखवितों .
जसें उजवेकडून डावेकडे एक दश शत सहस्र दशसहस्र
अशा अनुक्रमानें पूर्णांक मोजावे, तसे दशांश डावेकडून उज-
वेकडे दशस्थळापासून दश शत सहस्र दशसहस्र लक्ष अशा
क्रमानें शेवटापर्यंत मोजावे . शेवटीं जें स्थान येईल तितके
छेद जाणावे आणि अंकसंख्या असेल तितके अंश जाणावे .

उदाहरणे.

५ एथें प्रथम बिंदु आहे त्यास दशांश निम्न म्हणावे.
 पुढें ५ आहेत तें दशांक स्थान होय, तेव्हां छेद १० असें जा-
 णावे. त्यांतून ५ अंश म्हणजे ५ दशांश झाले.

६० म्हणजे ६० वातांश जाणावे.

५६७ = ५ शें ६७ सहस्रांश जाणावे.

७०९२ = ७ हजार ० शें ९२ दश सहस्रांश जाणावे.

५७०२२ = ५७ हजार ० शें २२ लक्षांश जाणावे.

६७०४५६ = ६ लक्ष ७० हजार ४ शें ५६ दशलक्षां
 श जाणावे

४५७३२०९ = ४५ लक्ष ७३ हजार २ शें ०९ हे
 कोट्यांश जाणावे.

या प्रमाणें पुढें हि जाणावे

दशांशाचे उजवे बाजूस किती हिशून्ये असलीं तरीं

त्यांचे भावांत न्यूनाधिक होत नाही, जसें; ४ अथवा ४० किं
 वा ४००० हे दशांश एकाभावानेच आहेत म्हणजे $\frac{५}{१०}$ $\frac{४०}{१००}$
 $\frac{४०००}{१००००}$ हे $\frac{४}{१०}$ याजबराबर आहेत. परंतु जेव्हां दशांशाचे डावे-
 कडे शून्ये आहेत, तेव्हां त्याचा भाव उत्तरोत्तर दसपट न्यून
 होतो. जसें, ४ हे चार दशांश आहेत आणि ०४ हे चार शतां-
 श, ००४ हे चार सहस्रांश आहेत इत्यादि.

दशांश अपूर्णाकांची मिळवणी.

रीति.

पूर्णांक असल्यास, ते पूर्णांक मिळवणीप्रमाणे लिहावे. आणि अपूर्णांक आहेत ते डावेकडून उजवेकडे दशांश चिन्हाखाली दशांश चिन्ह, पुढे दशस्यळाखाली दशस्यळ चा. वातस्यळाखाली शतस्यळ चा. अशा अनुक्रमाने सर्वरकमा मांडल्यावर खाली रेषा काढून पूर्णांक मिळवणी सारखी दशांश चिन्हे नाहींतच असे मानून सर्व अंकांची बेरीज घ्यावी. नंतर ज्या रकमेत सर्वरकमापेक्षा दशांश अधिक असतील ती ~~ती~~ त्याच्या स्यळावर दशांश चिन्ह आहे तितक्या स्यळावर बेरजेत दशांश चिन्ह करावे, म्हणजे बेरीज झाली. या बेरजेत दशांश चिन्हाचे डावेकडे आहेत ते पूर्णांक, आणि उजवेकडे आहेत ते दशांश, असे जाणावे.

उदाहरणे.

पहिळे,

दुसरे,

२५७१२३
 ८३२
 २३१
 ५७८९३४
 १२४६९३५३
 ५७५३१०९१

 ८५२९७००६१

२३५३२५
 ५३५१३७०९
 २४३३
 १३४
 ८७०२
 २३

 ३८२९१०३०९

तिलवे, ३१५ ३००५३, ३५, १५३४५,

४४५६७८, १६५२३, २४३५६७९ यादकमांवी बेरीज सांग.

उत्तर, ३४९ ४२७८७७

चौथे, २७८, ०५३४५, १०३४५,

५३८७९५, ३२५७८, १५, ५३१२३, ५३८९६३,

२३५७९, ७८९६५४३२, यादकमांवी बेरीज सांग.

उत्तर, ३३७०१०७०३२

पाचवे, २८९, ३२, ५७३, ५२७ ३५, २५८

४५७८९, २३५६, ३०२५६८७, ५३३२, ५७८०४२३,

२५६३००२१४, ३५२५४, २५७३, यादकमांवी बेरीज

सांग

उत्तर, ३६३ २२६९३३४

साहाबे, २३७४, ३४५ ५६८३५७, ७८९२३ ५६,

२३५६८४३१२, ३२, ४५७८३२, ५४२ ७५५६३ ३२,

१२, ३४५७८९३२, २३, २३४, २४५७२ ९८३२ यादक

मांवी बेरीज सांग.

उत्तर, ९६२३४९०५०८३२

सातवे, ५० ५९४५६६३, २४५, ३४२३,

२५२ ४५६८९३ ४७ ८५७, ५७८५१७३, ६२९,

२५३ ४५, ५६७८९४३५७५, ६३८१७ ३४५,

३२५ ३२५७८९, १९५८, १२ ३४५६ यादकमांवी बेरी

ज सांग.

दशांश अपूर्णाकांची वजा बाकी.

रीति.

मिळवणी प्रमाणें आपआपल्या स्थानीं अंक लिहून दोन रकमामध्ये ज्या रकमेंत पूर्णांक अधिक असतील ती रकम वर लिहावी, ज्या रकमेंत उणे असतील ती रकम खाली लिहावी. आणि पूर्णांकासारखी वजा बाकी करावी. नंतर मिळवणींत मां गितल्या प्रमाणें बाकींत दशांश चिन्ह करावें.

उदाहरणें

पहिलें, ३२३५३४ यांतून २७५०९७५ हे वजा करून बाकी काय राहाती तें सांग.

३२३५३४	अधिक
<u>२७५०९७५</u>	उणे
३९०५९४४२५	बाकी हे उत्तर

दुसरें, १२३४६७०९ यांतून २५७०९२३ हे वजा करून बाकी काढ.

१२३४६७०९	अधिक
<u>२५७०९२३</u>	उणे
१२०८८६१७६	बाकी हे उत्तर.

तिसरें, ३५७७०२ यांतून ३५७७२ हे वजा करून बाकी

काढ.

काढ. बाकी ३५४२४०० हेउतर.
 नोवे, २५७९८७५५ यातून १०७६९८ हे वजाकर
 न बाकी काढ. बाकी २४०११०६७ हेउतर.
 गांवचे, २३४२६८९८ यातून १००३ हे वजाकरून
 बाकी काढ. बाकी १४४९३८९८ हेउतर.

दशांश अपूर्णाकांचा गुणाकार.

गीति.

गुणकांकांतील उजवे करून एकाएका गुणकांकाने वरचे सर्वगुण्यांक गुणून त्याचे खालीपासून डावेकडे मांडीत जावे, ह्मणजे जितके गुणकांक आहेत तितक्या गुणाकारांच्या ओळी होतील. नंतर मिळवणी करून बेरीज घ्यावी, आणि गुण्य व गुणक या दोहोंमध्ये जितकी दशांश स्थळे आहेत तीं मोजून गुणाकारांत तितक्या स्थळांवर दशांश मिळू करावे. जर जितकीं स्थळे नसतील तर मागे शून्ये देऊन पुरीं करावीं.

उदाहरणें.

पहिलें, ३२३४५ यांस ५४७ यांणीं गुण.

३२३४५	गुण्य
५४७	गुणक
३२६७९५	
१२९३८०	
१६१७२५	
३३६९२७९५	- गुणाकार

दुसरे, ६२३४७९ यांस २५ यांणी गुण.

६२३४७९ गुण्य.

२५ गुणक.

३११७३९५

१२४६९५०

१५५०६९७५ गुणाकार.

तिसरे, ५६७८३४२ यांस २२ यांणी गुण.

गुणाकार, १०१७०६९४४

चौथे, ७०९१२३४५ यांस ४५६ यांणी गुण.

गुणाकार, ३५९०४०२९३२०

पांचवे, ८९७२३४५६७ यांस ५७८९ यांणी गुण.

गुणाकार, ५९५९३५६९०८३६३

साहावे, ९९२३४५६७८ यांस ६७९ यांणी गुण.

गुणाकार, ६२७६०२५९७८९६२

सातवे, ३५७९२३४ यांस २३७८९ यांणी गुण.

गुणाकार; ०८५१४६३९७६३६

पहिला संक्षेप.

जर गुणक १ हा अंक असून त्यावर शून्ये आहेत, तर त्याने गायान्ता.

रीति.

एकावर जितकीं शून्ये असतील तितकीं मोडून गुण्याकां दशांश बिन्दू असल्यास तेथून ते दशांश बिन्दू त्या शून्यसंख्येलांवर उजवे कडे सारावे, तेथपर्यंत अंक नसतील तर शून्ये

उत्तरेवहीं त्वळे करावीं, म्हणजे गुणाकार झाला.

उदाहरणे.

पहिले, ५१२ हा गुण्यांक १००० या गुणकां कानें गुण.

गुणाकार, ५१२०००

दुसरे, २७१४ हा गुण्यांक १०० या गुणकां कानें गुण.

गुणाकार, २७१४

तिसरे, ९१६ हा गुण्यांक १००० या गुणकां कानें गुण.

गुणाकार, ९१६०००

चौथे, २१३१ हा गुण्यांक १००० या गुणकां कानें गुण.

गुणाकार, २१३१०००

जर एकाहून हर कोणती ही दुसरी संख्या गुणक आहे आणि तिचे वर शून्ये आहेत तर तीं जोडून दशांश बिन्दू त्या शून्य संख्या त्थावर उजवे कडे सातवे, तेथपर्यंत अंक नसतील तर शून्य देऊन तेवहीं त्वळे करावीं, नंतर त्या संख्येनें गुण्य गुणाबा म्हणजे गुणाकार झाला.

उदाहरणे.

पहिले, २१३१ हा गुण्यांक ५१०० या गुणकां कानें गुण.

जेणे. २१३१ गुण्य

५१

२१३१ गुणक

१०६५५

१०६६६१ गुणाकार, हे उत्तर.

दुसरें, २१५.०७५ हा गुण्यांक ६०००० या गुणकांकांने
 गुण. उतर, १४६७९५००
 तिसरें, २१५०.७५ हा गुण्यांक १०४००० या गुणकांकां
 ने गुण. उतर, २२४५१००००

दुसरा संक्षेप.

गुणाकारांत हावीं तेवढीं दशांश स्थानें आणण्याचा
 रीति.

दशांश स्थळें गुणाकारांत किती करावयाचीं ती संख्या मनांत
 आणून गुण्यांकांत तितकीं दशांश स्थळें जोडून त्या संख्येचे शे
 वढील स्थळांवालीं जो अंक गुणकांकांत एकूंचे स्थळीं आहे तो वि
 हावा. आणि तेथून बाकी पूर्णांक उजवेकडे उलटे लिहावे आणि
 अपूर्णांक त्या एकूंपासून उजवेकडे उलटे लिहावे. नंतर ज्या गुणका
 ने गुणायाचे त्याचे वरचे अंकापासून गुणायास आरंभ करावा आ
 णि गुणाकार उजवेकडील शेवटापासून लिहावे. मागील सोडिल्या
 अंकांतून एक जवळचा अंक गुणून त्यांतून हातने घेण्याचा मा
 ५ पासून १४ पर्यंत हातचा १ धरावा. तसें १५ पासून २४ पर्यंत
 हातने २ तसें २५ पासून ३४ पर्यंत हातने ३ या प्रमाणें पुढेंही. तीं
 तचा अंक त्यांत मिळवून लिहावे. नंतर पूर्व प्रमाणें मिळवणी व
 रून इच्छिल्या स्थळां वर दशांशचिन्ह करावें, म्हणजे गुणाका
 राला.

उदाहरणें.

पहिलें, २७१४९८६ हा गुण्यांक ९२४१०३५ या गुणकांकानें गुण. असें कीं गुणाकारांत दशांश स्थळें चार होतील.

संक्षेपरीति.

चालती रीति

२७१४९८६
५३०१२२९
२४४३४८७४
५४२९९७
१००५९९
२२१५
८१
१४
२४००९२८०

२७१४९८६
९२४१०३५
१३५५४९३०
०१४४९५८
२७१४९८६०
१००५९९
५४२९९७
२४४३४८७४
२४००९२८०
६५०५१०

दुसरे, ४८०१४९३६ हा गुण्यांक २७२४१६ या गुणकांकानें गुण. असें कीं गुणाकारांत दशांश स्थळें चार होतील.

गुणाकार, १३०८००३६

तिसरे, २६९०३०४८ हा गुण्यांक ५७३२८६ या गुणकांकानें गुण. असें कीं गुणाकारांत दशांश स्थळें पांच होतील.

गुणाकार, १४२७६५६८७

चौथे, ३२५७०१४२८ हा गुण्यांक ७२१८३९३ या गुणकांकानें गुण. असें कीं गुणाकारांत दशांश स्थळें तीन होतील.

गुणाकार २३५१०४

दशांश अपूर्णाकांचा भागाकार.

याची रीति पूर्णांक भागाकारासारखी आहे, परंतु भाज्यांकांची

काही बाकी राहिली असतां भाज्यांकावर पूज्य देऊन ते
 खाली बाकी वर आणून भाग घ्यावा या प्रमाणें बाकी प-
 र्यंत करावे. भागाकारांत दशांशचिन्ह देणें तर भाजकांकां
 त दशांशस्थळें असतील तितकीं भाज्यांकांत वजा देऊन
 बाकी राहतील तितकीं स्थळें भागाकारांत उजवेकडून डावेक-
 डे मोजून दशांशचिन्ह करावे. तितकीं स्थळें नसल्यास शून्ये
 देऊन पुरीं करावीं. भाजकांकापेक्षा भाज्यांकांत दशांशस्थळें
 उणीं असतील तर पूर्वीच त्याजवर पूज्यें देऊन दशांशस्थळें
 बरोबर करावीं. नंतर भागाकारास आरंभ करावा. याच प्रमाणें
 पूर्णांक भागाकारांत भाज्यांची बाकी राहिली आणि वर अं-
 क नाही, तर वरचे भाज्यांकावर दशांशचिन्ह करून त्याजवर
 पूज्य देऊन तें त्या खालचे बाकी वर आणून भाग घ्यावा. या
 प्रमाणें बाकी पर्यंत करावे. नंतर दशांश चिन्हापुढें किती
 पूज्यें आहेत तितकीं स्थळें मोजून भागाकारांत दशांश चि-
 न्ह करावे.

उदाहरणें.

पहिलें, २३५६७८ हा भाज्यांक २३५ या भाजकाक
 नें भागून भागाकार काय आला तो सांग.

वा १०० अथवा १००० अथवा आणि स्वी हि, तीं शून्यें मे
 जून पुसून टाकून भाज्यांकांत तितके स्थळांवर डावेकडे
 दशांश बिन्दु दिलें सणजे तोच भागाकार झाला.

उदाहरणें.

पहिलें, २१७३ ÷ १०० = २१७३ हें उत्तर.

दुसरें, ५१६ ÷ १०० = ०५१६

तिसरें, ४१९ ÷ १० = ४१९

चौथें, २१ ÷ १००० = ०००२१

जेव्हां भाजक हरकोणती संख्या असून तिजवर
 शून्यें आहेत तेव्हां भाज्यस्थळां दशांश बिन्दु असल्यास
 तीं शून्यें मोजून पुसून टाकावीं आणि तितकीं अंक स्थळें
 सोडून दशांशबिन्दु डावेकडे सारावें, तितके अंक नसल्यास शून्यें
 देऊन स्थळें पुरीं करावीं. नंतर पूर्वप्रमाणें भागावें सणजे
 भागाकार झाला.

उदाहरणें.

पहिलें, ४५५ हा भाज्यांक २१०० या भाजकांकांने.
 भाग. २१) ४५५०० (०२१६६ इत्यादि-भागाकार
 ४२
 ३५
 २१
 १४०
 १२६
 १४०
 १२६

हें उत्तर.

दुसरें, ४१०२० हा भाज्यांक ३२००० या भाजकांकानें
भाग. भागाकार, १२८१८७५

तिसरें, ९५३ हा भाज्यांक २१६०० या भाजकांकानें भा-
ग. भागाकार, ००४४१२

चौथें, ६१ हा भाज्यांक ७९००० या भाजकांकानें भाग.
भागाकार, ०००७७२

दुसरा संक्षेप.

भागाकारांत हवीं तेवढीं दशांश स्थळें आणण्याचा
रीति.

भागाकारांत पूर्णांक स्थळें किती येतील तो सुमार करून
नवीं व इच्छिलेलीं दशांश स्थळें मिळून किती स्थळें होतात,
तितकीं भाजक स्थळें ठेवून बाकी कापून टाकावीं. नंतर, त्या
भाजकास जितका भाज्य योग्य असेल तितका ठेवून बाकी
कापून टाकावा. त्या भाजकांनं तो भाज्य भागून बाकी राहिल
तो नवा भाज्य झाला. त्यास पूर्वभाजकांत उजवे शेवटचा ए-
क अंक कापून बाकी राहिल तो नवा भाजक, या प्रमाणें शेव-
ट पर्यंत करावें. सोडिल्या अंकाचा भाग मनांत कल्पून दुसऱ्या
गुणाकारसंक्षेपांत सांगितल्याप्रमाणें हातचा अंक घेऊन मि-
ळवावा. सगळे इच्छिलीं दशांश स्थळें येतील.

दीव. जेव्हा भाजक स्थळां अंकस्थाने उणी आहेत. आणि इच्छिते दशांश स्थळां सुद्धां भागाकार अंकस्थळे अधिक आहेत, तेव्हा प्रथम सरळ भागाकाररीतीने भागाकार करावा, आणि भागाकार स्थळां पेक्षा भाजकांकांत जितकीं स्थळे उणी असतील तितके अंक भागाकारांत घ्यावे. नंतर संक्षेपरीतीने आरंभ करावा. - जसे इच्छित्या सुद्धां भागाकार स्थळे साहा आहेत, आणि भाजकांत अंक चार आहेत तर प्रथम सरळरीतीने भागाकारांत दोन स्थळे घ्यावीं, नंतर संक्षेपरीति चालवावी.

उदाहरणे.

पहिलें, २५०८९२८०६ हा भाज्यांक ९२४१०३५ या भाजकांकांने भाग. असें कीं, भागाकारांत दशांश स्थळे चार होतील. यावरून दिसते कीं या उदाहरणीं भागाकारांत अंकस्थळे साहा होतील.

संक्षेपरीति.

९२४१०३५) २५०८९२८०६ (२७१४९८
 ६६०७२१
 १३८४९
 ४६०८
 ९१२
 ००
 ६ बाकी

चालती रीति.

१२४१०३५) २५०० १२०० ६ (१७०१४१०
 ६६० ७३१० ६
 १३०४०६१ ०
 ४६०७९७ ५०
 ९१११६ १००
 ७९४६ ७०५०
 ५५३ ६५७०

दुसरे, ४१०९२३५१ हा भाज्यांक २३०४०९ या भाजकां कानें भाग असें कीं, भागाकारांत दशांशस्य छे चार होतील. उत्तर, १७०३४५

तिसरे, ३७१३४३० हा भाज्यांक ५७१३९६ या भाजकां कानें भाग असें कीं, भागाकारांत दशांशस्य छे पांच होतील. उत्तर, ००६४९

चौथे, ९१३०८ हा भाज्यांक २१३९२ या भाजकां कानें भाग असें कीं, भागाकारांत दशांशस्य छे तीन होतील. उत्तर, ४२६

दशांश भांजणी.

प्रकार पहिला.

व्यवहारी अपूर्णाकास बराबर भावाचें दशांशरूप घ्यावयाचा.

रीति.

दशांश भागाकार रीती प्रमाणें छेदांनीं अंश भागावे. अंशावर हावी तेवढीं भून्यें घावीं. भागाकार घेईल

ते इच्छि ले दशांश साल .

उदाहरणें .

पहिले, $\frac{1}{4}$ यांस दशांश रूप दे .

२४) ७००००० (२९१६ हें उत्तर .

$$\begin{array}{r}
 ४८ \\
 \hline
 २२० \\
 २१६ \\
 \hline
 ४० \\
 २४ \\
 \hline
 १६० \\
 १४४ \\
 \hline
 १६
 \end{array}$$

२४ = ४ x ६ तेव्हां

$$\begin{array}{r}
 ४ \overline{) ७०००} \\
 \underline{१०००} \\
 ६००० \\
 \underline{५६००} \\
 ४००
 \end{array}$$

दुसरे, $\frac{1}{2}$ आणि $\frac{1}{2}$ आणि $\frac{3}{4}$ यांस वेग-
ळालें दशांश रूप दे . उत्तर, २५ आणि ५ आणि ७५

तिसरे, $\frac{5}{8}$ यांस दशांश रूप दे .

उत्तर, ६२५

चौथें, $\frac{3}{25}$ यांस दशांश रूप दे .

उत्तर, १२

पांचवें, $\frac{6}{125}$ यांस दशांश रूप दे .

उत्तर, ० ३१२५०

साहाबें, $\frac{५५०}{१००००}$ यांस दशांश रूप दे .

उत्तर, ० ५५००

दुसरे, वजनी तोलनें, ८ खंडी १२ मण १६ शेर
२६ तोळे ६ मासे ४ गुंजा यांत हलके किमतीचे पूर्णांकांस
खंडीचे दशांशांचे रूपदे.

उत्तर. ख. ८. ६२११८४ ८९५८०३५७१२५

तिसरे, केली मापाचे, ४ खंडी ५ मण ५ पायल्या १
अधोली १ शेर २ पाव यांत हलके किमतीचे पूर्णांकांस खं-
डीचे दशांशांचे रूपदे.

उत्तर, खं ४. २७४४७९१५६२५

चौथे, चोरस जमीन मोजणीचे, १२ विचे १६ पांड
१५ काव्या ३ हात १ वीत २ मुष्टि २ अंगुळें ४ यव यांत हल-
के अंकांस भारी अंकाचे दशांशांचे रूपदे.

उत्तर, वि. १२८३९१८८

पांचवे, भूमि लांब मोजावयाचे, ५ योजने १ गव्यू
ति १ कोस १००० दंड २ हात ४ अंगुळें ४ यव यांत हलके
अंकांस भारी अंकाचे दशांश रूपदे.

उत्तर, यो. ५. ८७५०६८३५९३७५

साहावे, वस्त्र काष्ठ मोजणीचे, ५० गज १ हात ६ त-
सू १ अंगुळ यांत हलके पूर्णांकांस भारी अंकाचे दशांश
रूपदे.

उत्तर, ग. ५०. ७७०८३

सातवे, काळ मानाचे, ५ वर्षे १ अयन २ ऋतु १
मास १ पक्ष ३ दिवस ४ प्रहर ० मुहूर्त १ घटका ३० पळें यां-
त हलके अंकांस भारी अंकाचे दशांश रूपदे.

उत्तर, व. ५९६८१२५

आठवे, विलायती काळमानाने; २ वर्षे ६ महिने २
वृद्धक ४ दिवस १२ अवर ३० मिन्युटे ३० मकंद यांत ह
लके अंकांत भासी अंकाचे दशांश रूप दे.

उत्तर, व. २५१२४ २०८२१०६८१३

नववे, वजनी तोल; २५ खंडी १० मण ३६ शेर २०
तोळे ४ मासे ६ गुंजा यांत हलके किमतीचे पूर्णाकांस खं
डीचे दशांश रूप दे

उत्तर, खं. २५९४ ५९१० ६१७४

दाहावे, कैलीमाप; १२ खंडी १५ मण ६ पायल्या ० अ-
धोली १ शेर ३ पाव यांत हलके किमतीचे पूर्णाकांस खं-
डीचे दशांश रूप दे. उत्तर, १२ ७७ ६८ २२ ९१६ खंडी

अकरावे, चौरस जमीन; ५० बिघे १५ पांड १२ का-
व्या ० हान ० वीत १ मुष्टि १ अंगुळ ६ यव यांत हलके कि
मतीचे पूर्णाकांस बिघ्याचे दशांशांचे रूप दे

उत्तर. ५०७८०१८ २६७८५

बारावे, रेसाने २६ शतांश यांस रुपयाचे दशांश रू-
प दे:

उत्तर; ० ६५ रुपये

तेरावे, कैली शेराने २१ शतांश यांस खंडीचे दशांश
रूप दे.

उत्तर; ००२१० खंडी.

तिसरा प्रकार.

कोणतेही दशांशाचा भाव त्याचे खालचे हलके नावांचे
त काढायचा.

रीति.

ज्याचे दशांश सांगितले, त्या एकांत त्याचे खालचे हलके नावांचे अंक किती आहेत, तितक्यांनी ते दशांश गुणून गुणाकारांत दशांश चिन्ह द्यावे, नंतर जे दशांश राहिले त्यांस त्यांचे खालचे हलके नावांचे या भारी नावांचे एकांत किती आहेत तितक्यांनी गुणून गुणाकारांत दशांश चिन्ह द्यावे. याप्रमाणे शेवटपर्यंत करावे. हे सर्व डावेकडील पूर्णांक त्या पहिले भारी नावांचे एकाहून उतरते आहेत, ते जुळून लिहावे, सगळे बरोबर किंमत झाली.

टीप. ही रीति पूर्णांकाचे उतरती भाजणी सारखी आहे.

उदाहरणे.

पहिले, ७७५ रुपयाचे, याची किंमत काय आहे?

जसे.	७७५
	४
	१००
या.	३०१००
३	९००००

पा.	३	९०
उत्तर.	३	९०

दुसरें, ६२५ शिलिंगाचे, यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, ७५ पेस

तिसरें, ८६३५ पोंडाचे, यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, १७ शि. ३२४ पे.

चौथें, १२६ रुपयाचे, यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, २ आ. १९२ पे.

पांचवें, ०१२५ कैली बारुलेमणाचे, यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, २४ पावशेर.

साहावें, ६२५ कैलीखंडीचे, यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, १२ मण ६ पायली.

सातवें, ००९९४३ मैलाचे, यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, १७ या. १ फू. ५. ९८८४८ इ.

आठवें, ६८७५ यार्ड वस्त्राचे, यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, २ का. ३ ने.

नववें, ३३७५ बिघ्याचे, यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, ६ पां. १५ का.

दाहावें, ४६ पैमाष मोजणी एकराचें, यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, १८ सां. ६४ आ.

दशांश त्रिराशि.

याची रीति पूर्णांक गणितामध्ये सांगितली आ-

दुसरे, १ मण तुपाम ८ रुपये २ पावले २० रैस पडतात, तर ७ तोळ्यांस काय पडेल? उत्तर, र. २१ ३७ ५

तिसरे, १ खंडी भातास १५ रुपये १ पावला १५ रैस पडतात, तर १ मण ३ पायल्या १ अधोली १ शेर यांस काय पडेल? रु. पा. रै

उत्तर, रु. १०० ३२ ४२ १८७ ५ = १०० ०० १२९६ ८७ ५

चौथे, जर १ विघा जमीनीस सरकार देणे १२ रुपये ३ पावले २२ रैस पडतात, तर १ पांड ५ काळ्या यांस काय पडेल? रु. पा. रै.

उत्तर, रु. ००६०० ३१२५ = ००० ३०० १२५

दशांश अपूर्णांक पंचराशि.

याची रीति पूर्णांक गणितामध्ये सांगितली आहे.

उदाहरणे.

पहिले, जर ४ मनुष्यांची तैनात ७ दिवसांत १३ रुपये २ पावले होतात, तर १४ मनुष्यांची तैनात १० दिवसांत काय होईल?

आ.	म.	अं.
म.	रु.	पा.
४	१३	२
७		
४		
<u>१४</u>	१३५ रु.	
		१४
		<u>१०</u>
		१४०

$$\begin{array}{r}
 92.4 \\
 980 \\
 \hline
 4.80 \\
 20 \overline{) 98000} \quad (67.5 \\
 \underline{180} \\
 290 \\
 \underline{180} \\
 110 \\
 \underline{180} \\
 30
 \end{array}$$

पा. २०

६७ रुपये २ पावले इच्छाफळ हें उतर.

दुसरें, जर ८ मनुष्यांचे कुटुंबास ९ महिन्यांत २००० रुपये खर्च लागतो. तर १८ मनुष्यांचे कुटुंबास १२ महिन्यांत किती रुपये लागतील. उत्तर. ६००० रु.

तिसरें. जर. सुदहल १०० रुपयांचें १ वर्षांत ५ रुपये व्याज होते तर ७५० रुपयांचें ७ वर्षांत काय व्याज होईल.

उत्तर. २६२ रुपये २ पावले.

चौथें. जर कोणी जासूद १३० कोस जमीन १२ वरांचे ३ दिवसांत चालतो. तर ३६० कोस जमीन चालावयास १० वरांचे किती दिवस लागतील.

दि व सु घ प

उत्तर. ९००७००२०१००२९

द्वादशांश गुणाकार.

द्वादशांश अथवा वांकडा गुणाकार.

याचरीतीने विल्लोक कामाची मोजणी करिता

२३.

त्या मोजणीत फूट इंच, आणि पाव इंच हीं मानें घेता-
त याइन मूळम आदित तीं बडु धा घेतनाहीं.

रीति.

मानांत जे दोन अंक गुणायाने ते फुटी खालीं फूट इंचे
खालीं इंच पाव इंचे खालीं पाव इंच येतील, असे एका खालीं
एक लिहावे.

नंतर गुण्यांकांचीं सर्वपदे उजवे शेवटाकडून गुणकां
काचे पहिले पदानें गुणावीं, जें गुणलें पद तें त्याचे खालीं
लिहावें. पदांतील गुणला अंक बारांवर गेल्यास बारांनीं
भागून बाकी राहिल ती तेथें लिहावी, भागाकार येईल तो
हातचा अंक डावेकडील पद गुणून त्यांत मिळवावा. (क्षण-
जे गुणायाना आरंभ हलके पदा पासून करावा. तेथें हातचा
अंक आल्यास त्याचे वरचें पद इंच गुणून त्यांत मिळवावा.

तेथें हातचा आल्यास त्याचे वरचें पद फूट गुणून त्यांत मि-
ळवावा. याप्रमाणें गुण्यांकांचीं सर्वपदे गुणकांकाचे पहिले
पदानें गुणावीं मग दुसरे पदानें पूर्ववत् गुणावीं. नंतर तिस-
रे पदानें पूर्ववत् गुणून गुणिलें पद त्याचे उजवे कडे एक एक
त्यळ पुढें मारून मांडावें क्षणजे प्रति आवृत्तीस डावेकडील
एक एक त्यळ सुटेल. नंतर विविध मिळवणी प्रमाणें मिळवणी
करावी.

टाप . गुणकांकाने पहिले पदाने सर्व गुण्यप-
 दें पूर्ववत् गुण्युत्त मग इंचाने गुणायाचे तेमनयां विचा-
 र करावा . जे इंचस्थळां इंच आहेत ते फुटीचा कित्या-
 वा हिता होईल . त्याने गुण्यांतील फूट आदिकरून सर्व
 पदे भागून त्याच पदाखाली भागाकार लिहावा .

उत्तरांत ज्या फुटी येतात त्या चौरस फुटी, परंतु
 इंचजे येतात ते चौरस इंच नव्हत . इंच स्थळाचा अंक
 चौरसफुटीचा बारावा अंश आहे . म्हणजे तेथे १ अस-
 ल्यास १२ चौरस इंच जाणावे . तसेच तिसऱ्यास्थळाचा
 अंक फुटीचे द्वादशांशाचा द्वादशांश आहे . म्हणजे १
 असल्यास १२ चौ.प्रतिइंच जाणावे . याच्या पुढे ही जां स्थळे
 असतील तेथे बारा बारा अंश उतरते जाणावे .

उदाहरणे

पहिले, ४ फूट ७ इंच हा गुण्यांक ६ फूट ४ इंच
 या गुणकांकाने गुणून गुणाकार काय आला तो संग .

फू	इं		
४	७	६	४
		हे गुण्य	
६	४	६	४
		हे गुणक	
		२७	६
१	४	६	४
		२९	४
		१२	४
			गुणाकार हे उतर .

दुसरें, १४ फूट ९ इंच हा गुण्यांक ४ फूट ६ इंच

१४ ६ हे प्रतिइंच आहे यांस १२ यांनी भागावे म्हणजे इंच येतील .

या गुणकाकारं गूण .

५	इ	
१४	९	हे गुण्य
४	६	हे गुणक
५९	०	
७	४ १/३	
६६	४ १/३	गुणाकार हें उतर .

तिसरें, ४ फूट ७ इंच हा गुण्यांक ९ फूट ६ इंच या गुणकाकारं गूण .

फू.	इं.
गुणाकार, ४३	६ १/३

चौथें, १२ फूट ५ इंच हा गुण्यांक ६ फूट ८ इंच या गुणकाकारं गूण .

फू.	इं.
गुणाकार, ८२	९ १/३

पांचवें, ३५ फूट ४ १/३ इंच हा गुण्यांक १२ फूट ३ इंच या गुणकाकारं गूण .

फू.	इं.
गुणाकार, ४३३	४ १/३

साहाबें, ६४ फूट ६ इंच हा गुण्यांक ८ फूट ९ १/३ इंच या गुणकाकारं गूण .

फू.	इं.
गुणाकार, ५६५	८ १/३

या द्वादशांशरीतीनें गज तसू एकर गुठे यांच्या हा गुणाकार होतो, परंतु इनका विशेष. पूर्वरीतींत १२ नीं भागावयानें त्यास्थानीं गज तसू गुणाकारांत चौदिसांनीं आणि एकर गुठे यांच्या गुणाकारांत चाळीसांनीं भागाव

क्षणजे गुणाकार होता.

उदाहरणें.

पहिलें, १२ गज १० तसू हा गुण्यांक १० गज ८ तसू या गुणकांकानें गूण.

गज	तसू	
१२	१०	हे गुण्य.
१०	८	हे गुणक.
<hr/>		
२४	४	
४	३	८
<hr/>		
१२८	७	१/२ गुणाकार.

दुसरें, ५ एकर ३० गुंठे हा गुण्यांक ८ एकर २४ गुंठे या गुणकांकानें गूण.

एकर	गुंठे	
५	३०	हे गुण्य.
८	२४	हे गुणक.
<hr/>		
४०	०	
३	१८	
<hr/>		
४९	१८	गुणाकार.

तिसरें, ५ गज १९ तसू हा गुण्यांक यास ८ गज २१ तसू या गुणकांकानें गूण.

ग. त.
गुणाकार, ५१ - ९ १/२

चौथें, १० एकर ३ गुंठे हा गुण्यांक यास ४ एकर २० गुंठे या गुणकांकानें गूण.

ए. गुं.
गुणाकार, ४९ २ १/२

दीप. क्षेत्राने लांबीने रुंदी गुणावी, गुणाकार येईल
ते क्षेत्रफळ होते. आणि घनाने लांबीला रुंदीने गुणून
जाडीने किंवा उंचीने गुणावे, गुणाकार येईल ते घनफळ
होते.

उदाहरणे.

पहिले, २७ फूट ८ इंच लांब आणि २ फूट ३ इंच ७
प्रति इंच रुंद असा एक तकता आहे, त्याच्या एकंदर फु
टी किती? फु. इ.

उत्तर, ६३. ७ $\frac{१६३}{१००}$

दुसरे, ७ फूट ८ इंच ६ प्रति इंच उंच आणि ४ फूट
९ इंच ८ प्रति इंच रुंद एक खिडकी, अशा आठ खिड-
क्या आहेत त्यांच्या एकंदर फुटी किती? फु. इ.

उत्तर, २९६. ४ $\frac{१६३}{१००}$

तिसरे, ३६ फूट ६ इंच लांब ३ फूट ४ इंच २ प्रति-
इंच रुंद आणि १ फूट ११ इंच ३ प्रति इंच जाड अशी ए-
क तुळई आहे, तिचे घनफळ किती?

उत्तर, २३६ फू. ८ इ. ६ $\frac{१६३}{१००}$ प्र.

चौथे, १३ फूट ८ इंच लांब, ७ फूट ९ इंच रुंद आणि
३ फूट ११ इंच जाड असा एक संगमरवरी दगड आहे, त्या-
चे घनफळ किती? फु. इ. प्र.

उत्तर, ४१४. १०. १

घात .

कोणता ही अंक त्यानें तोच कित्येक वेळां गुणून वाढविला जो गुणाकार तो त्या मुळाचा घात म्हणावा .

त्याचा प्रकार .

२ म्हणजे २हें मूळ अथवा प्रथम घात .

$२ \times २ = ४$ हा २चा द्विघात अथवा वर्ग आहे

$२ \times २ \times २ = ८$ हा २चा त्रिघात अथवा घन .

$२ \times २ \times २ \times २ = १६$ हा २चा चतुर्घात .

$२ \times २ \times २ \times २ \times २ = ३२$ हा २चा पंचघात .

या प्रमाणे पुढें कोष्टक लिहिजे आहे त्यांत एकापासून नवअंकाचे नवपर्यंत घात लिहिजे आहेत .

घातकोष्ठक.

क्र. घातकोष्ठक	विधान क्र. घात	विधान क्र. घात	चतुर्घात	पंचघात	षट्घात	सप्तघात	अष्टघात	नवघात
१	१	१	१	१	१	१	१	१
२	४	८	१६	३२	६४	१२८	२५६	५१२
३	९	२७	८१	२४३	७२९	२१८७	६५६१	१९६८३
४	१६	६४	२५६	१०२४	४०९६	१६३८४	६५५३६	२६२१४४
५	२५	१२५	६२५	३१२५	१५६२५	७८१२५	३९०६२५	१९६३१२५
६	३६	२१६	१२९६	७७७६	४६६५६	२७९९३६	१६७९६१६	१००७७६१६
७	४९	३६१	२४०१	१६८०१	१११६६१	८२३५६१	५७६६८०१	४०३५२६०१
८	६४	५१२	४०९६	३२७६८	२६२१६४	२०९७१५२	१६७७७२१६	१३४२१७७२१
९	८१	७२९	६५६१	५१०४९	४१३४४१	३३०८६७२१	२८७५२०४८१	२४७५२०४८१

घात प्रकाश.

घाताने स्वरूप दाखविणारा जो अंक त्यात घातप्रकाशक झणावे. मूळांकाम वाढ विण्याकरितां जितके वेळ गुणावयाचे त्यापेक्षां १ संख्या घातास अधिक धरावी.

जसें, १ हा प्रथम अंक अथवा मूळ याचा प्रकाशक होय. २ हा द्विघात अथवा वर्ग याचा प्रकाशक होय. ३ हा घनाचा प्रकाशक. ४ हा चतुर्घाताचा प्रकाशक. याप्रमाणें पुढें जाणावें.

हा घातप्रकाशक अंक मुळाचे वरता उजवे बाजूस बारीक लिहावा.

जसें, $२^१ = ४$ हा २चा द्विघात अथवा वर्ग झाला.

$२^३ = ८$ हा २चा घन झाला.

$२^४ = १६$ हा २चा चतुर्घात झाला.

$५४०^४ = ८५०३०५६००००$ हा ५४०चा चतुर्घात झाला.

जेव्हां दोन अथवा अधिक घात परस्पर गुणावयाचे आहेत, तेव्हां घातप्रकाशकांची बेरीज करून मुळाचे वरती उजवे बाजूस मांडावी, सणजे त्या मुळाचे तितके घाता बरोबर तो गुणाकार आहे. हें पुढें २चा घात लिहितों त्यावरून स्पष्ट कळेल.

अथवा. २, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८, २५६, ५१२, १०२४

२ × २ = २^२ = ४ एवं घात प्रकाशक २ व २, त्यांची बेरीज ४ आणि ४ × ४ = १६, होनात, तेव्हां २ चा चतुर्घात आणि २ चे दोन वर्गांचा परस्पर गुणाकार हे बरोबर आहे.

२ × २ = २^० = १२८ एवं घात प्रकाशक ३ व ४ त्यांची बेरीज ७ आणि ८ × १६ = १२८ होनात, तेव्हां २ चा सप्तघात आणि २ चा घन व चतुर्घात यांचा परस्पर गुणाकार हे बरोबर आहे.

२ × २ = २^० = १०२४ एवं घात प्रकाशक ४ व ६ त्यांची बेरीज १० आणि १६ × ६४ = १०२४, तेव्हां २ चा दशघात आणि २ चा चतुर्घात व षट्घात यांचा परस्पर गुणाकार हे बरोबर आहे.

$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ हा $\frac{2}{3}$ चा वर्ग आहे. $\frac{4}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$ हा $\frac{2}{3}$ चा घन आहे. $\frac{8}{27} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$ हा $\frac{2}{3}$ चा चतुर्घात आहे. यावरून ध्यानांत येते की पूर्णांकाने घात उत्तरोत्तर अधिक भावाने होताना आणि व्यवहारी अपूर्णांकाने घात उत्तरोत्तर उणे भावाने होतात.

उदाहरणं.

पहिले, ४५ यांचा द्विघात अथवा वर्ग काय होतो

तो साग .

उत्तर, २०२५

दुसरें, ४१६ यांचा वर्ग काय होतो?

उत्तर, १७२०५६

तिसरें, ३५ यांचा घन किंवा त्रिघात काय होतो?

उत्तर, ४२८७५

चौथें, ०२९ यांचा पंचघात काय होतो?

उत्तर, ००००००००२०५१११४९

पांचवें, $\frac{१}{३}$ यांचा वर्ग काय होतो?

उत्तर, $\frac{१}{९}$

साहावें, $\frac{५}{२}$ यांचा त्रिघात काय होतो?

उत्तर, $\frac{१२५}{८}$

सातवें, $\frac{३}{४}$ यांचा चतुर्घात काय होतो?

उत्तर, $\frac{८१}{२५६}$

मूळ कर्म.

मूळ कर्म सणजे कोणतेहि घातानें मूळ काढण्याची रीति.

जो अंक त्यानें तोच कित्येक वेळां गुणून घात होतो, त्या अंकास त्या घातानें मूळ सणावें.

जसें, २ हें दोहोनें वर्गानें मूळ आहे. कारण,
 $२ = २ \times २ = ४$. तसेंच ३ हें २७ नें घन मूळ आहे. का-
रण, $३ = ३ \times ३ \times ३ = २७$.

कोणत्याही अंकाचा घात त्यानें तोच गुणून बरोबर होतो, परंतु मूळ बरोबर येतच नाही, अशा संख्या बद्धत आहेत. तरी अपूर्णांक दशांशयुक्तीनें बद्धत करून मुळाचे जवळ जवळ अंक येतो तेच घातमूळ सणावे.

जे मूळ बरोबर येतें त्यास अखंडमूळ सणावे, आणि जें मूळ बरोबर येतनाहीं, मुळाजवळ अंक येतो त्यास खंडमूळ अथवा करणी सणावे. जसें, ३ यांचें वर्गमूळ खंड आहे, आणि ४ यांचें वर्गमूळ अखंड आहे. कांकी, बरोबर २ आहेत तसेंच ८ यांचें घनमूळ अखंड आहे. कांकी, बरोबर २ आहेत. परंतु ९चें घनमूळ खंड आहे.

ज्या घाताचें मूळ काढावयाचें त्यास मूळप्रकाशक अंक लिहिण्याची रीति दाखवितों. ज्या अंकाचें मूळ काढावयाचें त्या अंकाचे डावे बाजूस $\sqrt{\quad}$ असें चिन्ह करावे आणि त्याचे डावेकडे मूळप्रकाशक अंक लिहावा. जसें $\sqrt{३६}$ सणजे २० चें घनमूळ काढावे. आणि जेथें वर्गमूळ करावयाचें तेथें चिन्ह मात्र करावे. $\sqrt{३६}$ सणजे २० चें वर्गमूळ करावे.

जेव्हां घातामध्ये कित्येक अंक वेगळाले + धन-ऋण चिन्हाचे आहेत, तेव्हां मुळाचें चिन्ह त्या सर्व अंकांवर करावे. जसें, ४५-१२ यांचें घनमूळ करावयाचें आहे तर $\sqrt[३]{४५-१२}$ या प्रमाणें लिहावे. अथवा $\sqrt[३]{४५-१२}$

या प्रमाणे लिहावे.

घात मूळ प्रकाशक लिहिण्याची दुसरी रीति सांग
तो. त्या प्रकाशकाचे स्वरूप व्यवहारी अपूर्णाकाराचे
आहे. जसे, ८ यांचे वर्गमूळ करावे संपूर्ण लिहिणे त-
र ८१ असे लिहावे. २५ यांचे घनमूळ करावयाचे तर
२१ असे लिहावे. आणि ४५-१२ यांचे चतुर्घात
मूळ करावयाचे तर ४५-१२ असे अथवा (४५-१२)^३
असे लिहावे.



वर्गमूळ.

वर्गमूळ सणजे वर्गापासून मूळ काढण्याचा प्र-
कार.

रीति.

वर्गाकांत दोनदोन अंकांचे भाग करावे. एकूंचे
स्थळीं अंक आहे त्याजवर भागचिन्ह असा विंदु क-
रावा. पुढे एक एक स्थान टाकून उजवे कडून डावे कडे
भागचिन्ह करीत जावे. जसे, २०२५ हा वर्ग, यांत एक-
चे स्थानी ५ त्याजवर भागचिन्ह करावे ५, दशांचे जागे-
त २ आहेत ते टाकून शतंचे जागेत ० आहे त्याजवर
भागचिन्ह करावे ०, सहस्रंचे जागेत २ त्याजवर करू-
नये. आतां २०२५ यांत २५ पहिला भाग २० दुसरा भाग.
या प्रमाणे पूर्णांकांत भाग होनील तेवढे उजवे कडून डा-
वे कडे करावे.

वर्गीत अपूर्णांक दशांश असल्यास पूर्णांकांत एकची जागा आहे तथून डावे कडून उजवे कडे भाग करावे. दशांशी जागा सोडून शतंते जागेतील अंकावर भागचिन्ह करावे. असे पुढे ही जसे, १७.३०५६ यात १७ पूर्णांक, पुढे दशांशे जागेत ३ ते सोडून शतंते जागेत ० त्याजवर भागचिन्ह करावे ०, पुढे सहस्रंते जागेत ५ ते सोडून दशासहस्रंते जागेत ६ त्याजवर भागचिन्ह करावे ६
 स्रणजे १७.३०५६

डावे कडे जो पहिला भाग आहे त्याचे जवळ जो वर्ग असेल तो त्याचे रखाळी लिहून त्याचे मूळ उदाहरणाचे बाजूस भागाकार स्थळी लिहावे.

पहिला भाग आणि त्याचे रखाळी त्याचे जवळचा वर्ग लिहिला आहे त्याची वजाबाकी करून बाकी राहिल तिचे उजवे बाजूस वरचा दुसरा भाग घ्यावा. तो नवा भाज्यांक झाला. याला भाजक पाहिजे तो उत्पन्न करायची शक्ति.

भागाकार स्थळी वर्गमूळ अंक आहे त्याची दुपट करून या भाज्यांकाचे डावे कडे भाजकांकीतीने लिहावा. आणि भाज्यांकाचा शेवटील एक अंक सोडून बाकींत हा भाजक किती वेळां जाईल तो वेळांक भागाकार स्थळी त्या वर्गमूळाजवळ व भाजकांकाजवळ लिहावा.

नंतर तोच वेळांक भाजकांका रखाळी लिहून त्याने

तो बाढविलेला भाजकांक गुणून गुणाकार भाज्यां का खाली लिहावा. वजाबाकी करून बाकी राहिल तिचे उजवे बाजूस वरचा तिसरा भाग घ्यावा, तो नवा भाज्यांक झाला.

भागाकार स्थळीं अंक आहेत ते दुप्पट करून या भाज्यांकाचे बाजूस भाजकरीतीने लिहावे. आणि भाज्यांकाचा शेवटील एक अंक सोडून बाकींत हा भाजक किती वेळां जाईल, तो वेळांक भागाकार व भाजक यांचे उजवे बाजूस लिहावा.

नंतर हा वेळांक भाजकाखाली लिहून त्यानें तो भाजक गुणून भाज्यांकाखाली लिहावा. वजाबाकी करून बाकी राहिल तिचे उजवे बाजूस वरचा चौथा भाग घ्यावा. आणि पूर्ववत् करावे. याप्रमाणे वरचे भाग सरून बाकी ० पर्यंत करावे. जो भागाकार येईल तें वर्गमूल जाणावे.

कदाचित् वेळांक तीन स्थळीं लिहून गुणलेले भाजकांक नवे भाज्यांकापेक्षा अधिक झाले तर वेळांकांत एक एक उणा करावा. गुणाकार, भाज्यांकाचे बरोबर अथवा कांहीं उणा येईल असा वेळांक खचित करून नंतर तीन स्थळीं मांडावा.

पूर्णांकांचे शेवटील भागाची बाकी राहिल

तिजवर वरचा अपूर्णाक दशांशाचा भाग घ्यावा.
त्यांत एकत्र अंकाचा भाग येईल तर त्याजवर पुज्य
देऊन सम करावा.

दशांशाचा भाग खाली आणिल्यावर भागाकार-
स्थळीचे अंकावर दशांशचिन्ह करावे. नंतर भा-
ग येईल तो अंक मांडावा. नव्या भाज्यांकान्चा भाज-
काने भाग न येईल तर भागाकार व भाजक या दोहों-
स्थळी शून्ये देऊन वरचा भाग घ्यावा. तो नसल्यास
दोन पुज्ये भाज्यांकावर देऊन पूर्णवत् करावे.

टीप. संख्या व्यवहारी अपूर्णाक आहे तर अं-
शांचे व छेदांचे वर्गमूळ बराबर निघत असल्यास ते
काढावे; आणि अंशांचे अंशस्थळी व छेदांचे छेदस्थ-
ळी लिहावे. तसे नसल्यास व्यवहारी अपूर्णाकास
दशांश रूप देऊन वर्गमूळ काढावे.

उदाहरणे.

पहिले, २० २५ यांचे वर्गमूळ काय आहे?

४	२० २५ (४५
४	१६
<hr/>	
८५	४२५
५	४२५
<hr/>	
९०	०००

तपशील. २० २५ या वर्गा-
त एकचे जागेत ५ त्याजव-
र भागचिन्ह करावे ५, नंतर
दशांचे जागेत २ ते सोडून

शातंचे जागेत ० त्याजवर चिन्ह करावे ०, सहस्रंचे जा-
गेत २ त्याजवर करूनये=२० २५ यांत अंकांचे २

भाग झाले . आतां डावेकडून पहिला भाग २० त्या-
 ने आंत जवळचा वर्ग १६ तो त्या २० चे खातीं लिहून
 त्याचे वर्गमूळ ४ भागाकारस्थळीं भागाकाररीतीनें लि-
 हून वजा बाकी करावी . बाकी ४ राहिले त्यांचे बाजूस
 वरचा दुसरा भाग २५ घ्यावा, तो नवा भाज्यांक झाला . आ-
 तां भागाकारस्थळीं ४ आहेत त्याची दुप्पट ८ करून
 भाजकस्थळीं लिहावे . भाज्यांक ४२५ यांचा शेवटील
 अंक ५ सोडून बाकी ४२ यांत भाजक ८ किती वेळां
 जाईल, तो वेळांक ५, भागाकार व भाजक या दोहों स्थ-
 ळीं अंक आहेत त्यांचे जवळ मांडावे . नंतर तेच ५
 गुणक, त्यांनीं ते भाजक ८ ५ गुणून गुणाकार ४२५
 चे खातीं लिहून वजा बाकी करावी . बाकी ०

उत्तर, ४५ हे वर्गमूळ .

दुसरें, २९५०६६२४ यांचे वर्गमूळ काय?

५	२९५०६६२४	१५४३२	हे वर्गमूळ उत्तर
५	२५		
१९४	०४५०		
४	४१६		
१०८३	०३४६६		
३	३२४५		
१०८६२	०२१७२४		
२	२१७२४		
१०८६४	०००००		

तिसरें, ७२४४४९ यांचे वर्गमूळ काय आहे?

उत्तर, ८५७

चौथें, ८०६४०४ यांचें वर्गमूळ काय आहे ?

उत्तर, ८९८

पांचवें, ८११८०१ यांचें वर्गमूळ काय आहे ?

उत्तर, ९०१

साहाबें, ८४६४०० यांचें वर्गमूळ काय आहे ?

उत्तर, ९२०

सातवें, ८७०४८९ यांचें वर्गमूळ काय आहे ?

उत्तर, ९३३

आठवें, ९३१२२५ यांचें वर्गमूळ काय आहे ?

उत्तर, ९६५

नववें, १५४७५३६ यांचें वर्गमूळ काय आहे ?

उत्तर, १२४४

दाहाबें, २६५०३८४ यांचें वर्गमूळ काय आहे ?

उत्तर, १६२८

अकरावें, ३९१२४८४ यांचें वर्गमूळ काय आहे ?

उत्तर, १९७८

बारावें, ४५५३९५६ यांचें वर्गमूळ काय आहे ?

उत्तर, २१३४

तेरावें, १२०३३९६१ यांचें वर्गमूळ काय आहे ?

उत्तर, ३४६९

चौदावें, २०७७५१६४ यांचें वर्गमूळ काय आहे ?

उत्तर, ४५५०

पंधरावें, ५३१५.०६०१ यांचें वर्गमूळ काय आहे?

उत्तर, ७२९१

सोळावें, ६४०६६.५५५५ यांचें वर्गमूळ काय आहे?

उत्तर, २५३११३७२

बाकी, ०००२४७७६१६

यांना ताळा २५३११३७२ व २५३११३७२ यांना
जो गुणाकार होईल त्यांत ०००२४७७६१६ ही बाकी
मिळवावी, म्हणजे ६४०६६.५५५५ हा वर्ग झाला.

सत्रावें, ७१२५४.०४५६१ यांचें वर्गमूळ काय आहे?

उत्तर, २६६९३४५ वर्गमूळ

बाकी, ००१०३१९७५

अठरावें, ८२३७९.००५९३ यांचें वर्गमूळ काय आ-
हे?

उत्तर, २८३०१७४ वर्गमूळ

बाकी, ००१००२७२४

एकुणित्वावें, ९१६२५१.६३५४७ यांचें वर्गमूळ
काय आहे?

उत्तर, ९५७२१०३ वर्गमूळ

बाकी, ०७७०४३९१

विंशतवें, १००००५७६०४ यांचें वर्गमूळ काय
आहे?

उत्तर, ३१६२३६ वर्गमूळ

बाकी, ००००५६०७०४

टीप १, ज्या संख्येचा घातप्रकाशक २ याचा को-
पता ही घात आहे. स्रणजे चतुर्घात, अष्टघात प्रो-
उदाघात इत्यादि. त्या संख्येनें मूळ वर्गमूळाने रीतीवरून
न काढिता येते. चतुर्घातमूळ काढणें आहे तर एक
वेळ वर्गमूळ काढून पुनः त्याचें वर्गमूळ काढावें. अष्ट
घातमूळ काढणें तर तीनवेळ मूळ काढावें इत्यादि.

टीप २, जेव्हां मूळ काढावयाचें आहे आणि
त्यांत अंकस्थळें बद्धत पाहिजेत, तेव्हां रीतीप्रमाणें
अर्धी किंवा एकाधिक अर्धी अंकस्थळें उत्पन्न करून
बाकीस्थळें उत्पन्न करायासाठीं शेवटील भाज्य शेव-
टील भाजकानें दशांश संक्षेपरीतीनें भागावा, आणि
तो भागाकार पहिले भागाकारावर मांडावा.

उदाहरण.

२ याचें वर्गमूळ नव अंकपर्यंत काढ

१	२	(१४१४२१३५६	हे नवांकपर्यंत वर्ग
१	१		मूळ. उत्तर.
२४	१००		
४	९६		
२०९	४००		
९	२०९		
२०२४	११९००		
४	११२९६		
२०२०२	६०४००		
२	५६५६४		
२०२०४	३०३६	(१३५६	
	१०००		
	१५०		
	१९		

घनमूळ.

घनमूळ म्हणजे कोणतेही घनापासून मूळ काढण्याचा प्रकार.

रीति.

१ जी संख्या सांगितली आहे, तींत तीन तीन अंकांचे भाग करावे. एकूंचे स्थळीं अंक आहे त्याजवर असें भागचिन्ह करावे. पुढें उजवे कडून डावेकडे दोन अंक टाकून तिसरे अंकावर करावे. या प्रमाणें शेवटपर्यंत करावे. अपूर्णांक दशांश आहेत तर त्यांत डावेकडून उजवेकडे पहिलीं दोन अंक स्थानें टाकून तिसरा अंक सहस्रंचे जागेचा, त्याजवर भागचिन्ह करावे. त्यापुढें दोन अंक टाकून तिसऱ्यावर करावे. या प्रमाणें शेवटपर्यंत करावे.

२ नंतर डावेकडील पहिले भागांत जो मोठा घन असेल तो शोधून त्याचे खाली लिहावा. आणि त्याचे घनमूळ भागाकारस्थळीं लिहावे. खालचा घन वरचे भागांतून वजा करावा. बाकी राहिल तिजवर वरचा दुसरा भाग घ्यावा. तो नवा भाज्यांक झाला.

३ भागाकार स्थळांत जो अंक आहे त्याचे वर्गिनी तिपट करून लिहावी. आणि त्याचे खाली त्याच घनमूळाची तिपट करून एक अंक पुढें जाईल अशी लिहून मिळवणी करावी. ही बेरीज नवा भाजकांक झाला. नंतर

तर भाज्यांकाचा शेवटील एक अंक तोडून बाकींतून हा भाजक किती वेळां जाईल तो वेळांक भागाकारस्थळीं जो अंक आहे त्याचे जवळ लिहावा. भागाकारस्थळीं दोन अंक झाले, त्यांत जुने अंकस. अ. असें नाव ठेवावे, आणि नवे अंकस. ई. असें नाव ठेवावे.

४ अचावर्ग ३ या अंकानें गुणावा, तो गुणाकार ईनें गुणून लिहावा. आणि अला ३ या अंकानें गुणून त्या गुणाकारानें ईचा वर्ग गुणावा. तो गुणाकार पूर्व गुणाकाराचे खालीं एक अंक पुढें जाईल असा लिहावा. आणि त्याचे खालीं ईचा घन एक अंक पुढें जाईल असा लिहावा. त्याची मिळवणी करून भाज्यांकांतून वजा करावी. कदाचित् ही बेरीज भाज्यांकापेक्षां अधिक झाली, तर वेळांक ई. त्यांत १ उणा करून ती बेरीज भाज्यांकाहून कांहीं उणी किंवा बरोबर होईल असें करावे. बाकी राहिल तिजवर वरचा तिसरा भाग घ्यावा तो नवा भाज्यांक झाला. त्यास भाजकांक पाहिजे तो वर तिसरे कलमांत लिहिले रीतीनें उत्पन्न करावा. तो उत्पन्न झाल्यावर वरसांगितले रीतीनें जो नवा वेळांक येईल त्याचें नाव ई. आणि त्याचे डावे कडे भागाकारस्थळीं जो अंक असतील त्यां सर्वांचें नाव अ. ठेवावे मग वजा करावयास अंक असावे ते वरचाच कलमांत लिहिले रीतीनें उत्पन्न करून वजा देऊन बाकी काढावी.

याप्रमाणे पुढे करीत जावे.

उदाहरणे.

पहिले, ४०२२०५४४ यांचे घनमूळ काय आहे?

$$\begin{array}{r}
 3 \times 3 = 9 \\
 3 \times 3 = \underline{9} \\
 \text{भाजक } 299 \quad) \quad 29 \ 220 \text{ नवा भाज्य}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \times 3 \times 6 = 54 \\
 3 \times 3 \times 6^2 = 324 \\
 6^3 = \underline{216} \\
 198 \ 54 \text{ ही बेरीज}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \times 36 = 108 \\
 3 \times 36 = \underline{108} \\
 \text{भाजक } 30900 \quad) \quad 95 \ 92 \ 588 \text{ नवा भाज्य.}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3 \times 36^2 \times 4 = 15552 \\
 3 \times 36 \times 4^2 = 1920 \\
 4^3 = \underline{64} \\
 15744 \ 64 \text{ बेरीज.} \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

तपशील.

पूष्णिकांत एकूचे स्थळीं ८ त्यांजवर भागविह
 असे करावे, तेथून डावेकडे दोन अंक टाकून तिस-
 रे ८ त्यांजवर करावे. अपूष्णिकांत डावेकडून उजवे-
 कडे दोन अंक टाकून तिसरा अंक ४ त्यांजवर क-
 रावे = ४०२२०५४४ असे ३ भाग झाले.

डावेकडून पहिला भाग ४० त्याचे आंत जवळचा
 घन २७ ते त्याचे रवाली लिहावे. त्याचे मूळ ३ ते भागाका-
 रस्थळीं

रस्य की लिहावे. २७—४८—२१ राहिले. त्यांजवर दु-
सरा भाग २१८ घ्यावा = २१२२८ हा नवा भाज्यांक
झाला.

भागाकारस्य की ३ त्यांचा वर्ग = ९ ते तिषट = २७
लिहावे. मूळ ३ ते ३ नीं गुणून = ९ ते २७ ने खाली एक अं-
क पुढें जाई असे लिहावे, आणि मिळवणी करावी. हा भा-
ज कांक झाला. भाज्यांकांचे शेवटील ८ ते सोडून बाकी-
२१२२ यांत हा भाजक ६ वेळां जाईल, तो वेळांक भागाकार
स्य की ३ ने उजवे कडे लिहावा = ३६ झाले, यांत पहिले ३
त्यांचें नाव. अ. आणि नवे ६ त्यांचें नाव. ई. असें ठे-
वावें.

अचा वर्ग = ९ × ३ = २७ ते ईनें = ६ नीं गु-
णावे = १६२ लिहावे. आणि अ = ३ यांस ३ नीं गुणावे
= ९ त्यांनी ईचा वर्ग = ३६ स गुणावे = ३२४ हे एक अंक
पुढें जाई असे त्या पूर्व गुणाकाराचे खाली लिहावे. त्या-
चे खाली एक अंक पुढें जाई असा ईचा घन = २१६
लिहावा. आणि त्यांची मिळवणी करावी. ही बेरीज भा-
ज्यांकांतून रजा करून बाकी १५७२ राहिली तिजवर
तिसरा भाग १४४ घ्यावा = १०७ २५ ४४ हा नवा भाज्यांक
क झाला.

भागाकारस्य की ३६ त्यांचा वर्ग = १२९६ त्यांनी
तिषट = ३६०८ लिहावे. मूळ ३६ ते ३ नीं गुणावे =

१०० ते त्याचे खातीं एक अंक पुढें जाई असे लिहावे. आणि त्यांची मिळवणी करावी = ३०९०८ हा भाजकांक झाला. भाज्यांकांचे शेवटील ४ ते सोडून बाकी १५७२५४ यांत हा भाजक ४ वेळां जाईल, तो विकांक भागाकारस्थळी ३६ चें उजवे रुड लिहावा = ३६४ झाले. यांत पहिले ३६ त्यांचे नांव अ. आणि नवे ४ त्यांचें नांव ई. असें ठेवावें.

अचा वर्ग = $१२९६ \times ३ = ३८८८$ ते ईनें = ४
 नीं गुणावे = १५५५२ लिहावे. त्याचे खातीं एक अंक पुढें जाई असा अ = $३६ \times ३ = १०८$ ते ईचे = ४
 चे वर्गनें = १६ नीं गुणावे = १७२८ लिहावे. तसाच ईचा = ४ चा घन = ६४ लिहावा. त्यांची बेरीज घेऊन १५७२५४ ती भाज्यांकांत वजा करावी. बाकी भागाकारस्थळीं ३६४ हें घनमूळ निघालें तें उत्तर.

दुसरें, १६२८०१५८२ यांचें घनमूळ काढ ?

उत्तर, ११७६४२

तिसरें, १३२६५१ यांचें घनमूळ काढ ?

उत्तर, ५१

चौथें, ३४४२९५१ यांचें घनमूळ काढ ?

उत्तर, १५१

पांचवें, १९९०२५११ यांचें घनमूळ काढ ?

उत्तर, २७१

साहावे, ५६१०१००७ यांचे घनमूळ काढ?

उत्तर, ३०३

सानवे, १३३२ यांचे घनमूळ काढ?

उत्तर, ११.००.२७ इत्यादि

आठवे, ~~५६१०१००७~~ यांचे घनमूळ काढ?

उत्तर, ८२.९ इत्यादि

नववे, २ $\frac{३}{४}$ यांचे घनमूळ काढ?

उत्तर. १.३७९ इत्यादि.

दाहावे, २ $\frac{१}{२}$ चा $\frac{१}{३}$ चे $\frac{३}{४}$ यांचे घनमूळ काढ?

उत्तर. ६९३ इत्यादि.

कोण ते हि मूळ काढणे.

प्रथमरीति.

चतुर्घात मूळ काढावयाचे असल्यास चार चार अंकांचा एकेक भाग करावा. पंचघात मूळ काढावयाचे असल्यास पांचांचा इत्यादि पुढे ही.

प्रथम भागांतून सांगितल्या घाताचे विवक्षित मूळ काढावे त्याचे नाव अ; त्या अचा तितका घात करून प्रथम भागांत वजा करावा; नंतर बाकीवर रचा एक भाग घ्यावा, हा भाज्य झाला. भाजकाक रितां भागाकारांतील अंकावर एकोन घात प्रकाश-

क लिङ्गन, तो मांडावा. नंतर जितके मूळ काढाव-
 यास सांगितले असेल ती संख्या वेळाप्रकाशक
 मांडावी, ही एक श्रेणी झाली. त्याखाली दुसरी श्रे-
 णी मांडावी, ती अशी. प्रथम श्रेणीतील घातप्रका-
 शक एकोन करून तो भागांकावर प्रकाशक लिङ्गन
 भागांक मांडावा, नंतर वरचे श्रेणीतील वेळांकानें
 तेथचा घातप्रकाशक गुणून त्यास श्रेणीचे संख्येनें,
 लक्षणजे दोहोनीं, भागून भागाकार येईल तो वेळांक
 दुसरे श्रेणींत करावा. या रीतीनें सर्व श्रेणी कराव्या, अ-
 शाकीं, शेवटील श्रेणींत घातप्रकाशकावांचून भा-
 गांक येईल.

श्रेणीचीं पदे गुणून गुणाकार मांडावे. त्यांत प-
 हिल्यापुढें दुसरा गुणाकार एक अंकानें पुढें जाई अ-
 सा मांडावा. याप्रमाणें सर्व मांडून त्या गुणाकारांची
 बेरीज घ्यावी, तो भाजक झाला. या भाजकानें भाज्यां
 तील शेवटला एक अंक नाहीसा मादून पूर्व रीतीप्र-
 माणें अथावर एक भाग घ्यावा. त्याचें नाव ई ठेवावें.
 आतां नवी श्रेणीची बेरीज वजा करायास पाहिजे ती
 केवळ वरले भाजकाप्रमाणेंच तयार करावी. लक्षणजे
 अशी, प्रथम भागांकावर लक्षणजे अवर घातप्रकाश-
 क एकोन करून तो आदि मांडावा. नंतर जें मूळ का
 टणें ती संख्या वेळांक करावा, आणि त्या पुढें दुसरा

भागांक स्रणजे ई. पद मांडावे, ही एक श्रेणी झाली.

त्याने खाली दुसरी श्रेणी मांडायान्ची ती, वरले श्रेणीचे घातांत एकत्रणाकरून तो अवर प्रकाशक लिहून आदिपद मांडावे. नंतर वरले श्रेणीतील अने घातास वेळांकानें गुणून श्रेणी संख्येनें भागून तो भागाकार वेळा प्रकाशक करावा. तिसरें पद ई. वर्ग मांडावे. याप्रमाणें पुढें ही श्रेणी उत्पन्न कराव्या. अशा कीं, शेवटल्या श्रेणी मध्ये ई. अति मोठे घाताचा येईल. स्रणजे-जसें, पुढल्या उदाहरणां दोहोंचा पंच घातलिहिला आहे.

सर्व श्रेणींचे गुणाकार करून, ते सर्व गुणाकार एकैक अंकानें पुढें जात, असे मांडून वेरीज घ्यावी. ती भाज्य झाली. नंतर ती वरच्या भाज्यांत वजा करावी. या प्रमाणें प्रतिभागास करीत चलावे.

ताळा पाहणें.

मूळ अंकाचा विवक्षित घात करून, त्यामध्ये उदाहरणाची राहिली बाकी मिळवावी; ती वेरीज घेता बरोबर आली स्रणजे मूळ खरें.

उदाहरणें.

पहिलें, 1306.5399095625 या संख्येनें पंच घात मूळ काढ?

त पशील .

प्रथमश्रेणी ४४५ = १२८० १३८६:५७९१०१५६२५ (४.२५ हें पंच पातक उतर .

दुसरी ४४१० = ६४० १०२४

तिसरी ४४१० = १६०

चौथी ४४५ = २०
 आजक १३४५६२०)

३६२५७९१० आज्य

प्रथमश्रेणी ४४५४२ = २५६०

दुसरी ४४१०४२ = २५६०

तिसरी ४४१०४२ = १२८०

चौथी ४४५४२ = १२०

पांचवी २ =

३२

२८२९११३२ श्रेणीची बेरीज वजा

प्रथमश्रेणी. ४२ × ५ = १५५५८४८०

दुसरी. ४२ × १० = ७४०८८०

तिसरी. ४२ × १० = १७६४०

चौथी. ४२ × ५ = ११०

साजक १५६३२७४४६१०) ७९६६६७८१५६३५ साजक.

प्रथमश्रेणी. ४२ × ५ × ५ = ७७७९२४००

दुसरी. ४२ × १० × ५ = १८५३२०००

तिसरी. ४२ × १० × ५ = २२०५०००

चौथी. ४२ × ५ × ५ = १११३५०

पांचवी. ११२५

७९६६६७८१५६३५ शेजाती येणज.

दुसरीं.

दुसरें, १४४५९००६२५ यांचें चतुर्थातमूळकाढ
उत्तर, ११९५

तिसरें, २७८००९१४३०६६४०६२५ यांचें षड्
घातमूळ काढ ? उत्तर, १७५

दुसरीरीति.

प हें सांगितले संख्येचें अक्षरचिन्ह घ्यावें. न
हें सांगितले संख्येचें वर्गादि प्रकाशाक अक्षरचिन्ह.
अ हें कोणतेही घेतले मुळाचे वर्गादीचें अक्षरचि
न्ह. र हें या घेतले वर्गादीचें मूळ. ल हें प चें इच्छि
लें मूळ. किंवा इच्छाफळ. अर्शां चिन्हें कल्पून, नंतर
याप्रमाणें करावें.

जशी, न + १ वेळां अ आणि न - १ वेळां प
ही बेरीज :

न + १ वेळां प आणि न - १ वेळां अ यांचे बे
रजेस होते ::

तसें, घेतलें मूळ र : इच्छिले ल यामुळास हो-
ईल.

अथवा, जसें न + १ वेळां अ आणि न - १ वेळां
प यांचे बेरजेचें अर्थ :

सांगितला आणि घेतला जो वर्गादि त्यांचे रजा-
वाकीस होते ::

तसे चेतले मूळ रः चेतले आणि खरे या मुळा-
ने वजा बाकीस होईल.

नंतर ही वजा बाकी चेतले वर्गादीशी मिळविली अ-
थवा वजा केली असता खरे मूळ होईल.

तलणजे.

$(n+1) अ+(n-1)पः (n+1)प+(n-1)$
अः रः ल.

अथवा $(n+1) \frac{१}{२} अ+(n-1) \frac{१}{२} पः प-७$
अः रः ल-७ र.

टीप. या प्रमाणें पुनः पुनः करून दुसरें दुसरें
खरे मूळ काढावे, परंतु प्रत्येक प्रमाणांत दोवटीं निघे-
ल नें मूळ र आणि त्यामुळाचा घात न आणि चेतले
वर्गादि अ होईल. या प्रमाणें अक्षरचिन्हें कल्यावीं.

उदाहरणें.

२१०३५० यांचें पंचघात मूळ काढावयाचें आहे,
या उदाहरणांत दिसतें कीं, यांचें पंचघात मूळ ७३
आणि ७४ या दोन संख्यांचे मध्ये आहे.

आतां ७३ हें चेतलें मूळ, यान्ना पंचघात हा आहे

२०७३०७१५९३ तेव्हां $प=२१०३५०$ $न=५$,

$र=७३$, $अ=२०७३०७१५९३$

दुसरे रीतिप्रमाणे.

$$\begin{aligned}
 & (4+9) \times 90364 \cdot 357964 + (4-9) \\
 & \times 90497 \cdot 9 = 908263 \cdot 98999 : \\
 & 29035 \cdot 6 - 20930 \cdot 99493 = \\
 & 30400809 : : 9 \cdot 3 :
 \end{aligned}$$

लणजे

$$908263 \cdot 98999 : 30400809 : : 9 \cdot 3 :$$

तेकां, $\frac{30400809 \times 9 \cdot 3}{908263 \cdot 98999} = 0 \cdot 2936$ हे इच्छाफल

यास्तव, $\left. \begin{array}{l} 0 \cdot 2936 \text{ ल } \\ 9 \cdot 3 \text{ र } \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{ल-र. एथें घेतले मूळामध्ये} \\ \text{इच्छाफलमिळवावे.} \end{array} \right.$

$9 \cdot 3 \cdot 2936$ हे पंचघातमूळ. उत्तर.

दुसरीं उदाहरणे.

पहिलें, २ यांचें घनमूळ काढ
उत्तर, १२५ इत्यादि.

दुसरें, ३२१४ यांचें घनमूळ काढ .
उत्तर. १४०७५७५८ इत्यादि.

तिसरें, २ यांचें चतुर्घातमूळ काढ .
उत्तर ११८९२ इत्यादि

चौथें, ९७०४१ यांचें चतुर्घातमूळ काढ .

उत्तर.

उत्तर, २१४१५९९९ इत्यादि.

पाचवे, २ यांचे पंचघातमूळ काढ.

उत्तर, ११४०५९९ इत्यादि.

साडेवे, २१०३५०० यांचे षड्घातमूळ काढ.

उत्तर, ५०२५४ इ.

सातवे, २१०३५०० यांचे सप्तघातमूळ काढ.

उत्तर, ४०१४५३९२ इत्यादि.

आठवे, २१०३५०० यांचे अष्टघातमूळ काढ.

उत्तर, ३०४७ इत्या.

नववे, २१०३५०० यांचे नवघातमूळ काढ.

उत्तर, ३०२२२ इत्यादि.

दाहवे, २ $\frac{३}{४}$ यांचे दशघातमूळ काढ.

उत्तर, १०१ इत्यादि.

उत्तर, गुणोत्तर, प्रमाण, आणि श्रेढी.

यांची व्याख्या.

कितीएक संख्यांचा परस्पर संबंध असतो. त्याचे प्रकार दोन आहेत.

पहिला. दोन संख्यांचे वजाबाकीवर आहे, त्यास गणितसंबंधी सणतात. आणि दोन संख्यांचे वजाबाकी-स उत्तर सणतात.

दुमस, दोन संख्यांचे भागाकारावर आहे, त्यास भूमितिसंबंधी लक्षणतात. व त्या दोन संख्यांचे भागाकारास गुणोत्तर लक्षणतात.

जसें, ६ आणि ३ या दोहोंसंख्यांची वजाबाकी अथवा उत्तर $६ - ३ = ३$ आहेत. आणि त्या दोन संख्यांचा भागाकार किंवा गुणोत्तर $\frac{६}{३} = २$ आहेत.

या कामाविषयीं संख्या दोन पाहिजेत.

ज्या संख्येचा विचार करणें ती अग्रसर, लक्षणजे प्रथम लिहावयाची. व जिवां विचार करणें ती उपाग्रसर = पहिले संख्येपुढें लिहावयाची. एथें ६ हे अग्रसर, आणि ३ उपाग्रसर आहेत.

जेव्हां संख्यांचें उत्तर किंवा गुणोत्तर बराबर आहे, तेव्हां या बरोबरीस प्रमाण लक्षणतात, आणि उत्तर व गुणोत्तर यांचे पदास प्रमाणपद लक्षणतात.

जसें, ८, २ आणि ८, ६ हीं दोन युग्में गणितप्रमाणपदें आहेत. कारण $८ - २ = २$ आणि $८ - ६ = २$ हें उत्तर बराबर आहे. आणि ४, २ आणि ६, २ हीं दोन युग्में भूमितिप्रमाणपदें आहेत. कारण $\frac{४}{२} = २$ आणि $\frac{६}{२} = ३$ हें गुणोत्तर बराबर आहे.

संख्यांचें भूमितिप्रमाण दाखवावया करितां प्रथम

युग्मांत दोन अंकांमध्ये दोन बिंदु व दोन युग्मांचे मध्ये चार बिंदु व दुसरे युग्मांत दोन अंकांमध्ये दोन बिंदु देतात. जसे, ४ : २ :: ६ : ३ म्हणजे ४ दोहोस तसे ६ तिहोस. अथवा याप्रमाणे $\frac{४}{२} = \frac{६}{३}$ म्हणजे जसे दोहोचें गुणोत्तर दोहोस होते, तसे साहोचें गुणोत्तर तिहोस होते. कारण ४ आणि २ व ६ आणि ३ या दोन युग्मांचें गुणोत्तर बराबर आहे.

प्रमाण दोन प्रकारचें आहे. खंड आणि अखंड. जेव्हां एक युग्माचा उपाग्रसर व त्याचे जवळचे दुसरे युग्माचा अग्रसर मिळून एक युग्म, अशा युग्मांचें उत्तर किंवा गुणोत्तर, सर्व युग्मांचें जें उत्तर किंवा गुणोत्तर आहे, त्याज बराबर नाही, तेव्हां तें खंड प्रमाण म्हणतात. जसे ४, २, ६, ३ हे खंड प्रमाण आहे. कारण $४ - २ = ६ - ३ = २$ परंतु दुसरे युग्माचा अग्रसर ६, - २ प्रथम युग्माचा उपाग्रसर = ६ तेव्हां हे खंड गणित प्रमाण झालें. आणि ४, २, ६, ३ हे खंड भूमिति प्रमाण आहे. कारण $\frac{४}{२} = \frac{६}{३} = २$ परंतु $\frac{४}{३} = १$ हे दुसरे गुणोत्तर बराबर नाही.

जेव्हां उत्तर किंवा गुणोत्तर हर एक जवळ जवळचे अंकांचे युग्मांचे बरोबर येईल, तेव्हां तें अखंड प्रमाण होय. त्यास चतुष्ठी म्हणतात.

जसे २, ४, ६, ८, ही गणित चतुष्ठी आहे.

कारण $४ - २ = ६ - ४ = ८ - ६ = २$ हे सर्वाने उत्तर बराबर आहे आणि २, ४, ६, १६ ही भूमिति श्रेढी आहे. कारण $\frac{४}{२} = \frac{६}{४} = \frac{१६}{६} = २$ हे सर्वाने गुणोत्तर बराबर आहे.

जेव्हां प्रमाणपदे एकच पुढे एक चढती आहेत तेव्हां चढती श्रेढी म्हणतात. जेव्हां तीच पदे एकसारखे अंतराने उतरती आहेत; तेव्हां उतरती श्रेढी म्हणतात.

जसे, ०, १, २, ३, ४, या प्रमाणे पुढेही सारखे अंतराने पदे चढती आहेत. ती चढती गणितश्रेढी होय आणि ९, ७, ५, ३, १ या प्रमाणे पदे उतरती आहेत, तर ती उतरती गणितश्रेढी होय.

१, २, ४, ८, १६ या प्रमाणे पुढेही पदे चढती आहेत. ती चढती भूमितिश्रेढी होय. आणि १६, ८, ४, २, १ या प्रमाणे पदे उतरती आहेत तर ती उतरती भूमितिश्रेढी होय.

गणितश्रेढी.

गणितश्रेढी मध्ये सर्वसंख्या अथवा पदे यांचे उत्तर एकच आहे. आणि श्रेढीचे प्रथम आणि शेवटचे या दोन पदांस अचूकमाने आदि आणि अंत म्हणतात, आणि राहिलेपदांस मध्य म्हणतात.

गणितश्रेढीमध्ये ज्या उपयोगी गोष्टी आहेत त्या बद्धन कस्तून सिद्धांतांत लिहितो.

पहिला सिद्धांत, जेव्हां गणितश्रेढींत चार संख्या आहेत तेव्हां आद्यंतांची बेरीज मध्यांचे बेरीजेबरोबर आहे. जसे, हीं चार पदे २, ४, ६, ८. एथें,
 $२ + ८ = ४ + ६ = १०$ बरोबर आहेत.

दुसरा सिद्धांत, कोणतेही गणितश्रेढीमध्ये आद्यंतांची बेरीज, त्या आद्यंतांचे जवळचे दोन अंकांचे एक युग्म अर्थां त्यांचे जवळ जवळचे अंकांचीं जितकीं युग्मे होतील तितक्यांच्या वेगळाल्या बेरीजां बरोबर आहे आणि पदे विषम असल्यास त्या सर्व बेरीजा मध्यांचे दुप्पटी बरोबर आहेत.

जशीं हीं पदे. १, ३, ५ यांत जसें आहे. सणजे
 $१ + ५ = ३ + ३ = ६$

आणि २, ४, ६, ८, १०, १२, १४ या श्रेढीमध्ये
 $२ + १४ = ४ + १२ = ६ + १० = ८ + ८ = १६$ या सर्व बेरीजा बरोबर आहेत.

तिसरा सिद्धांत, गणितश्रेढीचे आद्यंतांची वजा बाकी, श्रेढीचे उत्तर एकोनपद संख्येने गुणिलें त्या गुणाकाराचे बरोबर आहे.

जसे, हीं पदे. २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, १६, १८, २० यांत आद्यंतांची वजा बाकी $१० - २ = १८$

आणि उत्तर २ ने गुणिले एकोनपद संख्येने ह्मणजे $2 \times 9 = 18$ हीं बरोबर आहेत. याजकरितां श्रेढीमध्ये एकोनपद संख्येने गुणिले उत्तर आणि अतिलहानपद यांचे बेरजे बरोबर अति मोठे पद आहे.

चौथा सिद्धांत, गणितश्रेढीचे सर्व पदांची बेरीज या बरोबर आहे. कीं, आद्यंतांची बेरीज गुणिली पद संख्येने आणि तो गुणाकार भागिला होईना.

अथवा, आद्यंतांचे बेरजेस गळाने गुणिले असतां तो गुणाकार सर्वपदांचे बेरजेचे दुप्पट होतो. ह्मणजे, श्रेढीचीं चढतीं पदे लिहून त्यांचे उलट उतरतीं तांचे पदे लिहावीं, आणि खाल वर दोन दोन पदांच्या बेरजांची बेरीज घ्यावी. ह्मणजे समजेल. कीं, दुप्पट होतो खरा. पाहा या श्रेढीमध्ये जसें.

$$\begin{array}{l} \text{चढतीं पदे } 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15 \\ \text{उतरतीं पदे } 15, 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1 \\ \text{यांची बेरीज } 15+15+15+15+15+15+15+15 = 120 \end{array}$$

ही आद्यंतांची बेरीज गुणिली पद संख्येने. तो गुणाकार श्रेढीची बेरीज ६० यांचे दुप्पट होतो.

या सिद्धांतांपासून आदि, अंत, गळ, उत्तर.

* श्रेढीचे पदांची बेरीज ते सर्वपद.

⊕ श्रेढीच्या पदांची संख्या तो गळ.

आणि सर्वधन या पांच अवयवांतून कोणतेही तीन सांगितले असता बाकीचे दोन निघतीत. हे उदाहरण उदाहरण समजेल.

प्रथम कृत्य

आदि, अंत, आणि गच्छ हे तीन सांगितले असता त्यांपासून सर्वधन काढावयाचे.

रीति.

आदि अंताची बेरीज घ्यावी, आणि ती गच्छाचे गुणाची, नंतर तो गुणाकार दोहोनी भागावा. जो भागाकार येईल ते सर्वधन झाले.

उदाहरणे

पहिले, आदि आणि अंत ३, १९ आणि गच्छ ९ हीं तीन सांगितलीं यांपासून सर्वधन काय होईल?

$$\begin{array}{r}
 १९ \\
 \times ३ \\
 \hline
 ५७ \\
 १९० \\
 \hline
 ५७
 \end{array}$$

२) $\frac{१९०}{१९}$ हे उत्तर.

अथवा, $\frac{१९+३}{१} \times ९ = २२ \times ९ = १९८ \times ९ = १९$ सर्वधन हे उत्तर.

दुसरे, चक्राळाने तारा अवयवांमध्ये इंग्रजी शिती

प्रमाणं किती टोले वाजतात?

उत्तर, ७८ टोले.

तिसरें, विकायतेंत विनीस नामें गांव आहे. तेथें दिवसरात्रमिळून एकापासून चौवीस अथर वाजतात. त्या घड्याळांत चौवीस अवरांत किती टोले होतात?

उत्तर, ३०० टोले.

चौथें, कोणें गृहस्थास कर्ज आहे. त्यास इंग्रजी मानानें एक वर्षांत आठवडे ५०. त्यांत पहिले आठवड्यास १ रुपया, पुढें प्रति आठवड्यास चढते हेतां शेवटील आठवड्यास रुपये १०३ या प्रमाणें दिल्यास तो गृहस्थ एक वर्षांत कर्ज मुक्त होतो, तेव्हां सगळें कर्ज किती रुपये होतें?

उत्तर, २७०४ रु. कर्ज.

दुसरें कृत्य.

आदि, अंत, आणि गळ हे तीन सांगितले असतां त्यांपासून उत्तर काढावयाचें.

रीति.

अति मोठे पदांतून अति लहान पद वजा करावें, आणि बाकी राहिल ती एकोन गळानें भागावी. जो भागाकार येईल तें उत्तर झालें.

उदाहरणें.

आणि सर्वधन या पांच अवयवांतून कोणतेही तीन सांगितले असता बाकीचे दोन निघतीत. हे उदाहरण उदाहरण सज्जल.

प्रथम कृत्य

आदि, अंत, आणि गच्छ हे तीन सांगितले असता त्यांपासून सर्वधन काढावयाचे.

रीति.

आदि अंतांची बेरीज घ्यावी, आणि ती गच्छाचे गुणावी, नंतर तो गुणाकार दोहोनीं भागावा. जो भागाकार येईल ते सर्वधन झाले.

उदाहरणे

पहिले, आदि आणि अंत ३, १९ आणि गच्छ ९ हीं तीन सांगितलीं यांपासून सर्वधन काय होईल?

$$\begin{array}{r}
 १९ \\
 \times ३ \\
 \hline
 ५७ \\
 \times १९ \\
 \hline
 १९० \\
 \hline
 १९ \text{ हे उत्तर.}
 \end{array}$$

अथवा, $\frac{१९+३}{२} \times ९ = ३३ \times ९ = १९ \times ९ = १९$
सर्वधन हे उत्तर.

दुसरे, घड्याळांन नास अवरांमध्ये हंप्रेजी रीती

प्रमाणें किती टोले वाजतात?

उत्तर, ७८ टोले.

तिसरें, विलायतेंत विनास नामें गांव आहे. तेथें दिवसरात्रमिळून एकापासून चौवीस अबर वाजतात. त्या घड्याळांत चौवीस अवरांत किती टोले होतात?

उत्तर, ३०० टोले.

चौथें, कोणें गृहस्थास कर्ज आहे. त्यास इंज्रेजी मानानें एक वर्षांत आठवडे ५०. त्यांत पहिले आठवड्यास १ रुपया, पुढें प्रति आठवड्यास चढते देतां शेवटील आठवड्यास रुपये १०३ या प्रमाणें दिल्यास तो गृहस्थ एक वर्षांत कर्ज मुक्त होतो, तेव्हां सगळें कर्ज किती रुपये होतें?

उत्तर, २७०४ रु. कर्ज.

दुसरें कृत्य.

आदि, अंत, आणि गळ हे तीन सांगितले असतां त्यांपासून उत्तर काढावयाचें.

रीति.

अति मोठे पदांतून अति लाहान पद वजा करावें, आणि बाकी राहिल ती एकोन गळानें भागावी. जो भागाकार येईल तें उत्तर झालें.

उदाहरणें.

उदाहरण.

पहिले, आदि, अंत ३ आणि १९ आहेत. आणि गच्छ ९ आहे. या तिहींपासून उत्तर काढ.

$$\frac{19-3}{9} = \frac{16}{9} = २ \text{ उत्तर, हें उत्तर.}$$

दुसरे, आदि, अंत १० आणि ७० आहेत. आणि गच्छ २१ आहे. या तिहींपासून उत्तर आणि सर्वधन काढ.

उत्तर, ३ उत्तर आणि ८४० हें सर्वधन तिसरे, कोणी गृहस्थास कर्ज आहे. त्यास विनायती मानाने एकावर्षांत आठवडे ५२ त्यांत पहिले आठवड्यास १ रुपया, पुढे चढते शेवटील आठवड्यास १०३ रुपये या प्रमाणे देतां एकावर्षांत कर्ज मुक्त होईल. तेव्हां उत्तर काय येईल?

उत्तर, २ रुपये हे उत्तर

तिसरे कृत्य.

आदि, अंत, आणि उत्तर, हे तीन सांगितले असतां त्यांपासून गच्छ काढावयाचे.

रीति.

अति मोठे पदांतून अतिलाहान पद वजा करावे, बाकी राहिल ती उत्तरानें भागावी. भागाकार येईल तो एकोन गच्छ येईल. नंतर त्यांत एक मिळवावा, सगळे गच्छ झाला.

उदाहरणें.

पहिलें, आदि ३ अंत १९ आणि उत्तर २ हीं
तीन सांगितलीं, यांपासून गच्छ काय होईल ?

$$\begin{array}{r} 19 \\ 3 \\ \hline 2) \underline{16} \\ 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 9 \end{array}$$

गच्छ हें उत्तर.

दुसरें, आदि १ अंत २८ आणि उत्तर ३ यां
पासून गच्छ काढ . उत्तर, १० गच्छ

तिसरें, कोणी एका गृहस्थानें आपलें कर्ज फे-
डिलें. असें कीं, पहिले महिन्यास १ रुपया, पुढें १२
रुपयांचा चढता हत्ता, या प्रमाणें शेवटील हस्यास
१३३ रुपये दिले, तेव्हां तो गृहस्थ किती महिन्यांनीं
कर्जमुक्त झाला? आणि त्यास सर्व कर्ज किती होतें ?

उत्तर { १ वर्षानें कर्जमुक्त
८०४ सर्वकर्ज.

चौथें कृत्य.

एक शेवटील पद, उत्तर, आणि गच्छ हे तीन सां-
गितले असतां त्यांपासून दुसरें शेवटील पद काढा-
वयाचें.

रीति.

उत्तर एकोन गच्छांनं गुणाबं, तो गुणाकार आदि अंताची वजा बाकी होईल. सणून अतिलाहानपद सांगितलें आहे; तर हा गुणाकार त्या पदाशी मिळवावा, सणजे अतिमोठें पद झालें. अतिमोठें पद सांगितलें आहे तर तो गुणाकार त्या पदांत वजा करावा, सणजे अतिलाहानपद झालें.

उदाहरणें.

पहिलें, अतिलाहानपद ३ आहेत, उत्तर २ आणि गच्छ ९ हे तीन सांगितले, यांपासून अतिमोठें शेवटील पद सर्वधन काय निघेल तें सांग.

$$\begin{array}{r}
 ३ \\
 \hline
 १६ \\
 ३ \\
 \hline
 १९ \text{ हे अतिमोठें पद} \\
 ३ \text{ हे अतिलाहानपद} \\
 \hline
 २२ \text{ बेरीज} \\
 ९ \text{ गच्छ} \\
 २) \underline{१९८} \\
 \underline{९९} \text{ सर्वधन हे उत्तर.}
 \end{array}$$

दुसरें, जर अतिमोठें पद ७० उत्तर ३ आणि गच्छ २१ आहेत, तर यांपासून अतिलाहान पद व सर्वधन काय निघेल तें सांग.

उत्तर, १० अतिलाहानपद ०४० सर्वधन. तिसरें, कोणी एकादहस्थास कर्ज आहे. दिलाय-

ती मानानें एक वर्षांत आठवडे ५२ आहेत. त्यांत पहिले आठवड्यास १ रुपया, दुसरे आठवड्यास ३ रुपये, या प्रमाणें दर आठवड्यास दोनदोन रुपये चढते देतां, एक वर्षांत बावन्न हस्यांनीं तो गृहस्थ कर्ज मुक्त होईल. तेव्हां बावन्नावे हस्यास किती रुपये व सर्व कर्ज किती झालें?

उत्तर, शेवटील हस्यास १०३ रुपये आणि सर्व कर्ज २७०४ रुपये.

पांचवें कृत्य.

कोणतीं हीं दोन पदे सांगितलीं आहेत, त्यांपासून त्यांचें गणित मध्यप्रमाण पद काढावयाचें.

रीति.

जां दोन पदे सांगितलीं आहेत, त्यांची बेरीज घ्यावी. नंतर त्या बेरजेचें अर्ध करावें, तें गणित मध्यप्रमाण पद झालें.

उदाहरणें.

पहिलें, ४ आणि १४ हीं दोन पदे आहेत. यांचें गणित मध्यप्रमाण पद काय होईल?

$\frac{4+14}{2} = 9$ गणित मध्यप्रमाण झालें. हें उत्तर दुसरें, २ आणि ९ या दोन रक्या सांगितल्या, यांचें गणित मध्यप्रमाण पद काय होईल.

उत्तर. ५ ½

विषय

तिसरें, २ आणि ११ $\frac{१}{२}$ या दोन संख्या सांगित-
ल्या, यांचें गणित मध्य प्रमाण पद काय होईल?

उत्तर, ६ $\frac{१}{२}$

चौथें, २ $\frac{१}{२}$ आणि १४ $\frac{१}{२}$ या दोन संख्या सांगित-
ल्या, यांचें गणित मध्य प्रमाण पद काय होईल?

उत्तर, ८ $\frac{१}{२}$

साहचरें कृत्य.

कोणतेही दोन पदां पाहून दोन गणित मध्य प्रमा-
णें काढावयाचें

रीति.

अतिलहान पद अतिमोठे पदांत वजा करावें.
बाकी राहिलती ३ यांनीं भागावी. जो भागाकार ये-
ईल तें उत्तर झालें. नंतर हें उत्तर अति लाहान पदा-
शीं मिळवावें. किंवा अतिमोठे पदांतून वजा करावें.
सणजे त्या दोन पदां जवळचीं दोन गणित मध्य प्रमाणें
झालीं.

उदाहरणें.

पहिलें, २ आणि ८ या दोन संख्यांचीं दोन गणि-
त मध्य प्रमाणें सांग.

$$\frac{2}{2} \gg \frac{3}{2} \text{ उत्तर, } 2 + 2 = 4 \text{ एक गणित मध्य प्रमाण पद}$$

$$4 + 2 = 6 \text{ दुसरें गणित मध्य प्रमाण पद.}$$

दुसरे, ३ आणि १३ $\frac{१}{२}$ या दोन संख्यांची दोन
गणितमध्यप्रमाणे काढ. उत्तर, ६ $\frac{१}{२}$, १०.

तिसरे, ४ आणि १६ $\frac{१}{२}$ या दोन संख्यांची दोन
गणितमध्यप्रमाणे काढ.

उत्तर, ८ $\frac{१}{२}$, १२ $\frac{१}{२}$.

सातवें कृत्य.

कोणतेही दोन पदांपासून हवीं नितकीं मध्यप्र-
माणे काढावयाचे.

रीति.

अतिमोठे पदांतून अतिलहान पद वजा करा-
वे, बाकी राहिल ती एकाधिक मध्यगच्छानें भागावी जो
भागाकार येईल तें उत्तर झालें. नंतर तें उत्तर अतिलहान
पदाशीं मिळवीत चलावे. अथवा, अतिमोठ्या पदां-
तून वजा करीत चलावे. सणजे, हवीं तीं मध्यप्रमाणे
येतील.

उदाहरणें.

पहिलें, २ आणि १४ या दोन संख्यांपासून पांच गणि-
तमध्यप्रमाणे काढ.

$$\begin{array}{r} १४ \\ २ \\ \hline ७ \\ २ \text{ उत्तर.} \end{array}$$

नंतर हें उत्तर अतिलहान पदाशीं मिळवीत जावे.

४, ६, ८, १०, १२ हीं पांच गणितमध्यप्रमाणे
निघालीं, हे उत्तर,

दुसरें, २ आणि १४ यांचीं तीन गणितमध्यप्रमा-
णें काढ. उत्तर, ५, ८, ११

तिसरें, २ आणि २४ $\frac{१}{२}$ यांचीं चार गणितमध्यप्र-
माणें काढ. उत्तर, ८ $\frac{१}{२}$, १५, २१ $\frac{१}{२}$, २८

चौथें, २ आणि ५० यांमध्ये ६ गणितमध्यप्रमा-
णें सांगितलीं याजवरून त्या श्रेढीचीं आठ पदे आ-
हेत तीं कोणतीं ?

उत्तर, २, १०, १८, २६, ३४, ४२, ५०, ५८.

यांत जें कांहीं अधिक लिहावयाचें राहिलें आहे
तें बीजगणितांत लिहितां.

भूमिति श्रेढी.

भूमिति श्रेढीमध्ये सर्व पदांचें गुणोत्तर एकच
आहे. भूमितिप्रमाणाचा सर्वाहून उपयोगी जो विषय
तो पुढील सिद्धांतांत सांगतो.

पहिला सिद्धांत, जेव्हां कोणत्याही चार संख्या
भूमितिप्रमाणांत आहेत, तेव्हां आद्यंतांचा गुणाकार
दोन मध्यांचे गुणाकारा बरा बर होईल.

जसे, या चार संख्यांमध्ये.

२, ४, २, ६. असं आहे $२ \times ६ = ४ \times २ = १२$ आणि या

पंक्तन सिद्ध होते कीं, जर दोन मध्यपदांचा गुणाकार
आदि किंवा अंत यांतून एक पदानें भागिला तर दु
सरे पद होईल.

जसें, मध्यपदांचा गुणाकार $१२ \div २$ या आदिपदा-
नें = ६ हें अंतपद झालें. अथवा $१२ \div ६ = २$ हें आ-
दिपद झालें. हा सिद्धांत त्रिराशिगणिताना पाया होय.

दुसरा सिद्धांत, कोणते ही भूमिति श्रेढीमध्ये दो-
न शेवट पदांचा गुणाकार त्यांचे जवळ जवळचे दोन
दोन पदांचे गुणाकार बराबर होईल. आणि तीं पदे
विषम असल्यास मध्यपदाचे वर्गबराबर होईल.

जसें, या पदांत २, ४, ८ असे आहे $२ \times ८ =$
 $४ \times ४ = १६$

आणि या श्रेढीमध्ये २, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८
असे आहे. $२ \times १२८ = ४ \times ६४ = ८ \times ३२ = १६ \times १६$
 $= २५६$ हें बराबर आहे.

तिसरा सिद्धांत, कोणते ही भूमिति श्रेढीमध्ये दोन
शेवट पदांचा भागाकार एकोन पद संख्येएवढा जो गुणा-
नराचा घात त्या बराबर आहे. लघून हा भागाकार ल-
णजे तो घात, अति लाहान पदानें गुणिला असतां अति
मोठे पद होते. अथवा अतिमोठे पद या घातानें भागिलें
असतां अति लाहान पद होते.

जसें, या दाहा पदांत २, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८

१०२४, ५१२, १०२४ यांचें गुणोत्तर २ आहेत. आणि एका-
 नेऊणी पदसंख्या ९ आहे, तेव्हां शेवटपदांचा भागाकार
 $१०२४ \div २ = ५१२$ हा रं = ५१२ याबरोबर आहे. म्हणून,
 हाघात आदि $2 \times ५१२ = १०२४$ हा अंश होतो.

चौथा सिद्धांत. भूमिति श्रेढीमध्ये दोन शेवटांची वजा
 बाकी एकोन गुणोत्तराने भागावी. नंतर त्या भागाकारांत
 अतिमोठें पद मिळवावें, म्हणजे ती बेरीज सर्वधन होतें.

जसे, या पदांचें.

२, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८, २५६, ५१२, १०२४ यांचें
 गुणोत्तर आहे, तेव्हां $१०२४ + \frac{१०२४ - २}{२ - १} = १०२४ +$
 $१०२२ = २०४६$ हें सर्वधन.

वर लिहिल्या शिवाय भूमितीचा अधिक विस्तार आ-
 हेतो सर्व पुढें बीज गणितांत लिहूं.

पूर्व सिद्धांत समजावयाकरितां कांहीं उदाहरणें लि-
 हितों. व भूमितिमध्यप्रमाणा बाबद किती एक कृत्ये ही
 सांगतो.

उदाहरणें.

पहिलें, एका भूमिति श्रेढीमध्ये दाहापदें आहेत.
 त्यांत अति-लाहानपद १ आणि गुणोत्तर २ तेव्हां मोठें
 पद आणि सर्वधन काय होईल?

उत्तर, अतिमोठें पद ५१२ आणि सर्वधन १०२२

दुसरें, कोणी एका गृहत्यास कर्ज आहे, तें असें कीं,

प्रथम हत्यास रुपये १० पुढें दर हत्यास दुपटां न चढते, या प्रमाणें दर महिन्यास देतां बारा महिन्यांत फिटेल. तेव्हां बारावे हत्यास किती रुपये देणें पडतील व सर्व कर्ज किती असेल तें सांग.

उत्तर { शिवटचे हत्यास २०४०० रुपये
सर्व कर्ज ४०९५० रुपये.

प्रथम कृत्य.

कोणते ही दोन संख्यांचें भूमिति मध्यप्रमाण काढावयाचें.

रीति.

दोन संख्या परस्पर गुणून गुणाकाराचें वर्गमूळ काढावें. तें भूमिति मध्यप्रमाण होतें.

उदाहरणें.

पहिलें, ३ आणि १२ या दोन संख्यांचें भूमिति मध्यप्रमाण काय?

$$\begin{array}{r} 12 \\ 3 \\ \hline 36 \\ 36 \\ \hline 36 \end{array} \quad \text{६ भूमिति मध्यप्रमाण. हे उ- नर.}$$

दुसरें, २ आणि १२ ½ यांचें भूमिति मध्यप्रमाण काय?

उत्तर. ५

तिसरें, २ आणि २४ ½ यांचें भूमिति मध्यप्रमाण का-

य?

उत्तर, ७

शेथें.

सोधें, ३ आणि ६ यांचे भूमितिमध्यप्रमाण

काय?

उत्तर, १३ ३

दुसरे कृत्य.

दोन संख्यांची दोन भूमितिमध्यप्रमाणे काढावया
ने.

रिति.

मोठी संख्या लाहान संख्येने भागून भागाकारने
घनमूळ काढावे. ते पदांने गुणोत्तर होतें, तेव्हां लाहान
पद वा गुणोत्तरने गुणावे. तो गुणाकार प्रथम भूमिति
मध्यप्रमाण होतें. नंतर हेच मध्यप्रमाण पुनः गुणोत्तर-
ने गुणावे, क्षणजे दुसरे भूमितिमध्यप्रमाण होतें. अथवा
नेटें पद गुणोत्तरने भागावे. तो भागाकार मोठे भूमिति-
मध्यप्रमाण होतें. नंतर तेच पुनः गुणोत्तरने भागावे.
तो भागाकार लाहान भूमितिमध्यप्रमाण होतें.

उदाहरणे.

पहिले, ३ आणि २४ यांची दोन भूमितिमध्यप्र-
माणे काढ.

आतां $२४ \div ३ = ८$ यांचे घनमूळ २ हे पदांचे
गुणोत्तर झाले.

तेव्हां $३ \times २ = ६$ आणि $६ \times २ = १२$ ही दोन
भूमितिमध्यप्रमाणे निघाली.

अथवा, $२४ \div २ = १२$ आणि $१२ \div २ = ६$ व-

राबर अहेत.

उत्तर, ६ आणि १२

दुसरें, २ आणि २१ $\frac{१}{२}$ यांचीं दोन भूमितिमध्य-
प्रमाणें काय? उत्तर, ५, १२ $\frac{१}{२}$

तिसरें, २ आणि ८५ $\frac{१}{२}$ यांचीं दोन भूमितिमध्य-
माणें काय? उत्तर ७. २४ $\frac{१}{२}$

चौथें, ३ आणि २७३ $\frac{१}{२}$ यांचीं दोन भूमितिम-
ध्यप्रमाणें काय? उत्तर, १३ $\frac{१}{२}$ ६० $\frac{१}{२}$

तिसरें कृत्य.

दोन संख्यांचीं हवीं तितकीं मध्यप्रमाणें का-
ढावयाचें.

रीति.

मोठी संख्या लाहान संख्येनें भागावी, नंतर
मध्यप्रमाणें जितकीं हवीं ती संख्या एकाधिक क
रून भागाकारास मूळप्रकाशक लिहावी. लणजे
त्या भागाकाराचें तितकें घातमूळ काढावें, तें गु-
णोत्तर होतें. नंतर लाहान पद त्या गुणोत्तरानें
पुनः पुनः गुणावें. अथवा, मोठें पद पुनः पुनः
भागावें, लणजे तितकीं मध्यप्रमाणें निघतील.

उदाहरणें.

पहिलें, ३ आणि २६ या दोन संख्यांचीं चार
मध्यप्रमाणें काढ.

आना ९६ ÷ २ = ४८ यांचे पंचघातमूळ २
ते गुणोत्तर झाले.

तेन्नां. ३ × २ = ६ × २ = १२ × २ = २४ × २ = ४८

अथवा ९६ ÷ २ = ४८ ÷ २ = २४ ÷ २ =
१२ ÷ २ = ६ बराबर आहे म्हणून ६, १२, २४, ४८,
हे उत्तर.

दुसरे, २ आणि ३२ यांची तीन मध्यप्रमाणे काढ.

उत्तर, ४, ८, १६

तिसरे, ३ आणि २१८७ यांमध्ये पांच मध्यप्रमाणे
सांगितली, याजवरून त्या श्रेढीची सातपदे आहेत
ती कोणती?

उत्तर, ३, ९, २७, ८१, २४३, ७२९, २१०७,

घातवमूळ यांनी चक्रवाढ व्याज करणे.

पहिली रीति, एक रुपयाचे व्याज पहिले मुदती-
स काय झाले ते काढावे. आणि त्यांत तो मुद्दल १
रुपया मिळवावा. नंतर त्याचा घात करावा. असा की,
ज्याचा प्रकाशक मुदतीचे संख्येचा अंक होईल. मग
तो घात मुद्दलाने गुणावा, तो गुणाकार रास म्हणजे
आजा मुद्दल झाले. राशीत मुद्दल बजा करावे.
सकी राहील ते व्याज झाले.

उदाहरण.

पहिले, ७२०० रुपये मुद्दल यात व्याज दर साल दर वों कडा पांचो भाषमाणें ४ वर्षांत रास किती होईल ते सांग.

जर, मुद्दल रु. व्या. रु. सु. रु.

$$१०० : ५ :: १$$

१००) ५००००५ एक रु. चें १ वर्षा चें व्याज.

१ मुद्दल.

१०५ रास = व्याज सु

१०५ रु. मुद्दल.

११०२५ वर्ग.

११०२५

१२१ ५५०६२५ चतुर्घात
७२०० मुद्दल.

२४३९०१२५०

०५००५४३७५

रु. ०७५९६४५

४

पा. २५००

रु. ५००००

रास, ०७५९ रुपये, २ पावले, ५० देस, हें उत्तर.

७२००

१५५९

५० वृत्तकें व्याज हें उत्तर.

याचा ताळा.

राशीस मुदलाने भागावे, जो भागाकार येई
 क त्याचे मुदतीचे संख्ये इतके घातमूळ काढावे, ते
 मूळ एका रूप्याने एका वर्षाचे व्याज झाले. नंतर
 त्रिराशितपरील करावा. जसा,

$$\sqrt[3]{\frac{634884}{3200}} = \sqrt[3]{121440624} = 104 \text{ ही मस}$$

व्या. मु. व्या.

यास्तव, १०५ — १ अथवा ०५ : १ :: ५ :

व्याजकरिता $\frac{9 \times 5}{0.5} = 90$ हे मुदल. ताळा

दुत्तरे, ५०० रुपये मुदल, व्याज दरसाल दर
 शेकडा पांचोत्राप्रमाणे, वर्षे ५, त्याची रास काय होई
 लते सांग. रु. पा. रे.

उत्तर, ६३०००००५६

तिसरे, ५०० रुपये मुदल, व्याज वर प्रमाणे,
 वर्षे १० झालीं, त्याची रास काय होईल ते सांग.
 रु. पा. रे.

उत्तर, ८१४००१००७६

चौथे, उदाहरण पूर्वीचेच. २० मुदती झाल्या,
 व्याज काय होईल ते सांग. रु. पा. रे.

उत्तर, ८२६००२०१२५५१

पांचवें, ३७०० रुपये मुद्दल, वर्षे ५ सालीं, दर
साल दर शेंकडा व्याज ४ रुपये प्रमाणें, रास काय
होईल तें सांग. ह. पा. रे.

उत्तर, ४६८१००२०४४

दुसरी रीति, त्याहून थोडक्यांत करण्याची.
अशी कीं, एक रुपयाचें व्याज प्रथम मुदतीस काय
झालें तें काढवें, त्यांत तो मुद्दल एक रुपया मिळ-
वावा, नंतर त्याचा मुदतीचे संख्ये इतका ऐता घात
पुढील कोष्टकांतून घेऊन, तो मुदलानें गुणावा.
सणजे तो गुणा कार रास, सणजे, व्याजमुद्दां मुद्दल
झालें.

उदाहरणें.

पहिलें, ८१०० रुपये मुद्दलास ५ वर्षे सालीं.
त्याचें व्याज दरसाल दर शेंकडा ४ १/२ रुपये प्रमाणें
आहे, तेव्हां रास काय होईल?

एकरुपयाची रास, १०४५ तिन्ना ऐता घात.
घाताने कोष्टकात पांच वर्षीं }
समेर ४ १/२ दरा खालील }
हिला आहे तो.

१२४६२ घात.
८१०० मुद्दल.

१२४६२

	१२४६२	
	१९६९६	
गत.	१००९४.२२	रुपये.
यात मुद्दल वजा	८१००	रुपये.
बाकी है व्याज	१९९४.२२	

अथवा, १९९४ रु. . . पा. . ८८ रे. हैं उतर.

दुसरें, २१७० रुपये मुद्दलास ९ वर्षे सालीं, त्याने दरसाल दर शेंकडा व्याज ५ रुपये प्रमाणें आहे, तेव्हां गत काय होईल? रु. पा. रे.

उतर, २३६६.१००.२८.४

तिसरें, दोन वर्षांची रास ६७६ रुपये आहे, आणि त्यांत ६२५ रुपये मुद्दल आहेत. तेव्हां दरसाल दर शेंकडा व्याजाचा दर काय होता तें सांग.

उतर, ४ रुपये.

चौथें, १०९२ रुपये, २ पावले, ९० $\frac{३५}{१००}$ रेस, रास आहे, आणि व्याज दरसाल दर शेंकडा ३ रुपये प्रमाणें आहे. तेव्हां त्यांत मुद्दल काय तें सांग.

उतर, १००० रु.

व्याजाने घातकोष्टक.

घात एक रुपया बी प्रथम मुदतीस रस हो
ते तिने बीस वर्षे पर्यंत घात लिहिले जावत.

वर्षे	दर रु.२	दर रु.२½	दर रु.४	दर रु.४½	दर रु.५
१	१.०३००	१.०३५०	१.०४	१.०४५	१.०५
२	१.०६०९	१.०७१२	१.०८१६	१.०९२०	१.१०२५
३	१.०९२७	१.१०८७	१.१२४९	१.१४१२	१.१५७६
४	१.१२५५	१.१४७५	१.१६९९	१.१९२५	१.२१५५
५	१.१५९३	१.१८७७	१.२१६७	१.२४६२	१.२७६३
६	१.१९४१	१.२२९३	१.२६५३	१.२९२३	१.३४०१
७	१.२२९९	१.२७२३	१.३१५९	१.३६०९	१.४०७१
८	१.२६६८	१.३१६८	१.३६८६	१.४२२१	१.४७७५
९	१.३०४८	१.३६२९	१.४२३३	१.४८६१	१.५५१३
१०	१.३४३९	१.४१०६	१.४८०२	१.५५३०	१.६२८९
११	१.३८४२	१.४६	१.५८९५	१.६२२९	१.७१०३
१२	१.४२५८	१.५१११	१.६०१०	१.६९९९	१.७९५९
१३	१.४६८५	१.५६४०	१.६६५१	१.७७२२	१.८८५६
१४	१.५१२६	१.६१८७	१.७३१७	१.८५१९	१.९७९९
१५	१.५५८०	१.६७५३	१.८००९	१.९३५३	२.०७८९
१६	१.६०४७	१.७३४०	१.८७३०	२.०२२४	२.१८२९
१७	१.६५२८	१.७९४७	१.९४७९	२.११३४	२.२९२०
१८	१.७०२४	१.८५७५	२.०२५८	२.२०८५	२.४०६६
१९	१.७५३५	१.९२२५	२.१०६८	२.३०७९	२.५२५०
२०	१.८०६१	१.९८९८	२.१९११	२.४११७	२.६५३३

सर्कत वांटणी.

सर्कत वांटणी म्हणजे पैका टका किंवा सामान अथवा जे कांहीं ही अधिक उणे विभागाचे जे विभागी त्यांचें एकत्र आहे, त्याचे बरोबर हिसेर शिदीप्रमाणें विभाग करणें.

कोणी सर्कतीमनुष्य व्यापार किंवा कांहीं एक काम करितात, त्यांत नफा किंवा तोटा कांहीं एक झालें, तें या सर्कतवांटणीचे रीतीप्रमाणें वांटवें. तसेंच कोणाचें दिवाळें निघालें त्याचा जो कांहीं ऐवज असेल तो त्याचे अधिक उणे सावकारांस या सर्कतवांटणीचे रीतीवरून बरोबर वांटून द्यावा. तसें लढाईत अथवा हर कोणते दुसरे कामांत बडतमनुष्यांनीं एकत्र मिळून जें मिळविलें, त्याचे ही वांटे यारीतीवरून करावे. तशी एकादी जमीन बडकाळ उजाड पडली आहे, ती भोंवरगांवांस वांटून द्यावयाची आहे तर त्या गांवाचे वसाहतींत मनुष्यांचा जमाव पाहून यारीतीवरून वांटून द्यावी.

सर्कत, एकेरी आणि दुहेरी अशी दोन प्रकारची आहे. ज्या सर्कतींत पैका एके वेळेस देविलाती एकेरी. आणि ज्या सर्कतींत पैका भिन्न भिन्न वेळां देविलाती दुहेरी.

एकेरी सर्कतीची

रीति.

जितके भाग असतील तितक्या अंकांची बेरीज घ्यावी. नंतर या प्रमाणें राशि कराव्या.

जशी सगळे भागांचे अंकांची बेरीज.

वांटावयाचा जो राशी त्यास होते.

तसे एक एक भागांचे अंक.

त्या त्या हिश्यास होतात.

अथवा.

जसें सगळें जुद्धल भांडवल.

सगळे नफ्यास किंवा तोट्यास होतें.

तसा भांडवलाचा हिसा.

नफा किंवा तोटा याचे हिश्यास होतो.

ताळा. नफा किंवा तोटा वांटल्यानंतर सर्व

वांट्यांची बेरीज घ्यावी, ती सगळ्यांचे बरोबर

र आली लक्षणजे खरें.

उदाहरणें.

पहिलें, २४० या अंकाचे ३ भाग करावे, असे कीं, एकास १ भाग, एकास २ भाग, एकास ३ भाग, या प्रमाणें तिघांस सारखे होतील.

$1 + 2 + 3 = 6$ ही भागांचे अंकांची

बेरीज

बेरीज.

आदि.	मध्य	अंत	इच्छाफल
जसे ६ :	२४० :	१ :	४०
	६) $\frac{२४०}{४०}$		
६ :	२४० :	२ :	८०
	६) $\frac{२४०}{८०}$		
६ :	२४० :	३ :	१२०
	६) $\frac{२४०}{१२०}$		
			<u>२४०</u>

बान्वा तपशील. प्रथम, १, २, ३, या भागांकां ची बेरीज घ्यावी. जसे, $१ + २ + ३ = ६$ ही बेरीज झाली.

तेव्हां, जसे ६ यांस २४० तसे १ यास किती असा प्रश्न असतां, याचें त्रिराशिरीतीनें इच्छाफल येईल तें उत्तर.

दुसऱ्यानें, जसे ६ यांस २४० तसे २ यांस किती, असा प्रश्न असतां त्रिराशिरीतीनें इच्छाफल उत्पन्न होईल तें उत्तर.

तिसऱ्यानें, जसे ६ यांस २४० तसे ३ तिहींस किती, असा प्रश्न असतां पूर्वप्रमाणें इच्छाफल

उत्तर कगवें तें उत्तर.

$४० + ८० + १२० = २४०$ ही तीन इकाफलांची बेरीज, ताळा.

उत्तर. { ४० पहिला भाग.
 ८० दुसरा भाग.
 १२० तिसरा भाग.

दुसरें, तीन मनुष्यांनीं दुसऱ्या बंदरीं नेण्या करि तां एके ज हाजावर ३४० खंडी धान्य भरिलें. त्या मनुष्यांची नांवे, अ, ब, क, त्यांत, अ ११० खंडी, आणि ब ९७ खंडी, ब बाकी राहिलें तें क. पुढें तें जहाज हाकारून चालिलें. तों समुद्रांत तुफान झालें तेव्हां ८५ खंडी धान्य टाकावें लागलें. तो तोटा त्या तिघांस बराबर वांटतां, कोणाम किती येईल?

$११० + ९७ = २०७$ अ, ब, यांचे भागाची बेरीज.
 ३४० यांत वजा दिली. जसें, $३४० - २०७ = १३३$ क याचा भाग आला.

उत्तर. { २७.५ अ याजवर तोटा.
 २४.२५ ब याजवर तोटा.
 ३३.३५ क याजवर तोटा.
 ८५.०० ताळा

तिसरें, दोघे सावकार क. आणि ब. यांचीं मिळून १२०० रुपयांचें भांडवल केले, त्यांत ७५० रुपये क.

क. चे. बाकी बने. पुढें व्यापार करितां, ३०० रुपये न
फा झाला. तो त्या दोघांस भागाप्रमाणें बराबर वांटू
न दे.

आतां १२००—७५०—४५० ही, व. याचा
भाग. मेळां.

उत्तर. $\left\{ \begin{array}{l} १८७.५ \text{ क. चा वांटो.} \\ ११२.५ \text{ व. चा वांटो.} \\ \hline ३०० \text{ ताळा.} \end{array} \right.$

चौथें, अ. प. ग. या तिघांनीं मिळून ७००० रुप-
ये भांडवल केले. त्यांत १२३० रुपये अ. चे, ३५८० रुप-
ये प. चे, बाकी रुपये ग. चे. पुढें व्यापार करितां १२५५
रुपये नफा झाला. तो एकएकास भागाप्रमाणें बरा-
बर वांटून दे.

$१२३० + ३५८० = ४८१०$ ही अ. प. यांचे भागां-
नी वेरीज. ७००० यांत वजा दिली. जसें, $७००० -$
 $४८१० = २१९०$ हा ग. याचा भाग.

रु.	पा.	रे.		
२२०	२	८	$\frac{४०००}{७०००}$	अ. चा भाग.
६४१	२	३७	$\frac{१०००}{७०००}$	प. चा भाग.
३९२	२	५४	$\frac{३०००}{७०००}$	ग. चा भाग.
ताळा	१२५५	०		हे उत्तर.

पांचवें, चार गांव मिळून वसुलाचा ठराव ७०००

रुपये के ला. त्यांन लागवड जमीन एके गांवांत २५०
 बिघे, व एके गांवांत ३५० बिघे, व एके गांवांत ४००
 बिघे, व एके गांवांत ५०० बिघे आहे. तेजां कोणते
 गांवास हिसेरशीटी प्रमाणे किती रुपये वखल देणे
 फडेल?

वि.	रु.	पा.	रे.	
२५०	११६६	२	६६	$\frac{१०००}{१५००}$
३५०	१६३३	१	३३	$\frac{५००}{१५००}$
४००	१०६६	२	६६	$\frac{१०००}{१५००}$
५००	२३३३	१	३३	$\frac{५००}{१५००}$
ताका ७००० . ० . ० . ०				हेंउत्तर.

साहावे, बडुकाळ उजाड जमीन ३७ बिघे २वां-
 ड ३ काव्या अशी तीन गांवास लगत मध्ये आहे, ती
 त्या तीन भोंवर गांवास वसाहाती प्रमाणे वांटून द्या-
 वी हणून सरकारची आज्ञा, त्यास वसाहात एके
 गांवांत ५०० मनुष्ये, एके गांवांत ३२०, एके गांवांत
 ७५, या प्रमाणे आहे. तेजां कोणते गांवास किती ज
 मीन विभाग येईल तो सांग.

म.	वि.	बाकी.	
हेंउत्तर,	५००	२०'७३०'४४'६९	२४५
	३२०	१३'२६'७४'०६	३००
	७५	३'१०'९५'६७	३१०
		<u>३७'१०'७५'००</u>	होता बाकी.

कि. पां. का.

अथवा ३७ . . . २ . . . ३ हाताळा.

सातवें, कोणी एके मनुष्याकडे चार सावकारांचे कर्ज होते. त्यांत क. ने ५७७ रुपये २ पावले, ख. ने १०८१ रुपये २ पावले, ग. ने २२५ रुपये, घ. ने ७३० रुपये पुढें तो पळून गेला. तेव्हां त्यानें अवघें सामान त्या सावकारांनीं जप्त करून विकविलें, त्याने १७०७ रुपये आले. ते त्यांस दामाशाईप्रमाणें वांटून द्याव्याने. तेव्हां कोणत्यास किती रुपये वांटय आला तो सांग.

३७७.१६ क. चा भाग.

७०६.२४ ख. चा भाग.

१४६.९ ग. चा भाग.

४७६.७ घ. चा भाग.

ताका $\frac{१७०७}{१७०७}$ हें उत्तर.

आठवें, माल सुडां ९००० रुपये किमतीचे एक गलबत तुफान होऊन समुद्रांत बुडालें. त्यांत विभाग र. चा $\frac{१}{२}$ एक अष्टमांश, ल. चा $\frac{१}{४}$ एक चतुर्थांश, बाकी व. चा. याप्रमाणें होते. त्या गलबताचा विभा ५४०० रुपये केला होता. ते येतील परंतु मूळ किमतींत जी वूड आली ती कोणावर किती घालावी तें सांग.

रु.

उत्तर, { ४५० र.
९०० ल.
३२५० व.

नववें, प.फ.ब.भ. असे चार मनुष्यांनी कोणे कामांत २५० रुपये खर्च केला. त्याचा करार याप्रमाणे कीं प. ३ फ. ३ ब. ३ भ. ३ पुढें तो खर्च बांटून घेणें आलें, तेव्हां कोणकोणास किती किती बांटा आला तो सांग.

	रु.	पा.	रे.
उत्तर.	९७	१	६१ $\frac{७७}{१००}$ प. वे भागास.
	६४	३	७४ $\frac{७७}{१००}$ फ. वे भागास.
	४०	२	५० $\frac{७७}{१००}$ ब. वे भागास.
	३८	३	८४ $\frac{७७}{१००}$ भ. वे भागास.
ताळा,	२५०	०	०००

दाहावें, एक किल्ला संभाळावया करितां ऊजुरूत पांच जमाती रवाना केल्या होत्या, त्यांजमातींत लोकभरणा, एके जमातींत ५४, दुसरे ५१, तिसरे ४८, चौथे ३९. पांचवे ३६ याप्रमाणें होता. पुढें त्या किल्याचे चौकीस दर प्रहरास ७६ मनुष्यें लागतात. तेव्हां कोणते जमातीनें किती मनुष्यें घ्यावीं तें सांग.

उत्तर.

उत्तर. { ५४ के जमातीतील १० मनुष्ये.
 ५१ के जमातीतील ११ मनुष्ये.
 ४० के जमातीतील १६ मनुष्ये.
 ३३ के जमातीतील १२ मनुष्ये.
 ३६ के जमातीतील १२ मनुष्ये.

दुहेरी सर्कतीची रीति.

सर्कती लोकांमध्ये एकाएकामनुष्याचा वेगळाले मितीचा पैका किंवा कांहीं जें असेल तें वेगळाले त्याचे त्याचे झालेले मुदतीनें गुणावे. आणि त्या सगळ्या रकमांची बेरीज घ्यावी. नंतर या सगळ्या गुणाकारांचे बेरजेस जसा सगळा नफा तोटा किंवा कांहीं होतें, तसा एके कामनुष्याचे झालेले मुदतीनें गुणलेले त्याचे त्याचे राशीस सगळ्याचा वांटो होतो.

उदाहरणें.

उहिलें, दोघांनीं सर्कती व्यापार केला, त्यांत भांडवल क. के ५०० रुपये, त्यास ४ महिने झाले. आणि क. के ६०० रुपये, त्यास ५ महिने झाले. त्यांस २४० रुपये नफा झाला तो दोघांस भागाप्रमाणें कसा वांटून घावा तें सांग.

क.	ग.	
५००	६००	
<u>४</u>	<u>५</u>	
२०००	३०००	= ५,०००

ही क. आणि ग. यांची बेगळाली मूळ राशि त्याच्या त्याच्या मुदतीने गुणून बेरीज झाली

आ.	म.	अं.	इ.
जसे, ५,०००	: २४०	:: २०००	: ९६ रु. क. चा नफा.
	३०००		
५०००)	<u>४८०,०००</u>		
	९६		
जसे, ५,०००	: २४०	:: ३०००	: १४४ रु. ग. चा नफा.
	३०००		२४० ताळा.
५)	<u>७२०,०००</u>		हें उतर.
	<u>१४४</u>		

दुसरे, च. ज. या दोघांनी घोडी चारावया करितां एक कुरण ५४० रुपये मखता ठरावून घेतले. त्या कुरणांत च. चीं २३ घोडीं २७ दिवस चरलीं, आणि ज. चीं २१ घोडीं ३९ दिवस चरलीं, तेव्हां मखत्याचे रुपये कोणी किती द्यावे तें सांग.

	रु.	पा.	रे.
उतर. { च.	२३२	३	५०
{ ज.	३०७	०	५०

तिसरे, प. फ. ब. या तिघांनीं गाई चारावया करितां कुरण घेतले, त्याचे देणें एकावर्षाचे ३०० रुपये, त्यांत

ग्राम प. च्या ७ गाई ३ महिने . फ. च्या ९ गाई ५ महिने.
 व. च्या ४ गाई १२ महिने या प्रमाणें बरल्या. तेह्नां कोणी
 किती रुपये द्यावेतें सांग.

	रु.	पा.	रे.
	प. ५५ . . .	१ . . .	५ $\frac{३०}{११६}$
उत्तर,	फ. ११० . . .	१ . . .	६० $\frac{६६}{११६}$
	व. १२६ . . .	१ . . .	२६ $\frac{३६}{११६}$

चौथें, एक किल्ला फौजेनें हल्ला करून घेतला. ते
 सभ्यां तेथें १०००० रुपये मिळाले. त्या फौजेत दरमहा
 दर आसामीस २० रुपये ऐसे ४ जमातदार ६ महिने
 चाकरी करीत होते. व दर महा दर आसामीस १५ रुपये
 ऐसे १२ हवालदार ६ महिने चाकरी करीत होते. व दर
 महा दर आसामीस ११ रुपये ऐसे ११० शिपाई ३ महि
 ने चाकरी करीत होते. पुढें सरकारचा डुकूम झाला कीं
 ते रुपये त्या फौजेस आसामी तैनात चाकरीची मुद-
 त यांच्या योग्यते प्रमाणें बरोबर द्यावे सणून, तेह्नां
 कोणास किती रुपये घेतात तें सांग.

	रु.	पा.	रे.	
उत्तर,	१२४ . . .	३ . . .	४२ $\frac{१०१०}{२१९०}$	जमातदार ४ त्यांचा वांट.
	२०० . . .	३ . . .	६९ $\frac{६६९०}{२१९०}$	हवालदार १२ त्यांचा वांट.
	६९९४ . . .	० . . .	८७ $\frac{६४९०}{२१९०}$	शिपाई ११० त्यांचा वांट.

पाचवें, चैत्र शुद्ध १ प्रतिपदेस १०००० रुपये
 भांडवल करून, ह.ने व्यापार आरंभिला. नंतर ज्ये-
 ष्ट शुद्ध १ प्रतिपदेस त्या व्यापारांत १५००० रुपये
 भांडवल देऊन, क. सर्कती मिळाला. नंतर भाद्र-
 पद शुद्ध १ प्रतिपदेस त्याच व्यापारांत २००००
 रुपये भांडवल देऊन, ग. सर्कती झाला. या प्रमा-
 णें तिघांचा सर्कती व्यापार चालला. पुढें वर्षातीं
 हिशेब करितां १७७६५ रुपये नफा झाला. तो भा-
 गाप्रमाणें तिघांस बरोबर वांटून दे.

रु. पा. रे.

उत्तर,	{	ह. चा वांटा ४५७४.०० २.०७१	$\frac{११४}{४६६}$
		क. चा वांटा ५७१०.०० १.०३९	$\frac{२६}{४६६}$
		ग. चा वांटा ७४७१.०० ३.००९	$\frac{३२६}{४६६}$
		१७७६५	ताळा.

साहायें, र. ल व. या तिघांनीं १ वर्ष सर्कती
 नें व्यापार केला, त्यांत आरंभांच र.नें २०० रुप-
 ये दिले. पुढें चार महिने जाऊन २०० रुपये दिले.
 तसे ल.नें आरंभां ३०० रुपये दिले. पुढें ३ महि-
 ने गेल्यावर २०० रुपये दिले. नंतर २ महिने गे-
 ल्यानंतर पुनः ४०० रुपये दिले. तसे व.नें आरं-
 भां ६०० रुपये देऊन पुढें ५ महिने गेल्यावर १००
 रुपये दिले. नंतर एक महिना गेल्यावर १०० रुपये माघारे

घेतले

येतले याप्रमाणे वर्ष पुरे झाल्यानंतर हिशेबां ५०० रु-
पये नफा झाला तो त्या तिघांस भागाप्रमाणे वांटून दे.

रु. पा. र.

उत्तर.	{	र. चा वांटा १०२ . . . २ . . . २५ $\frac{१३५}{१९५}$
		ल. चा वांटा २१० . . . १ . . . २ $\frac{११०}{१९५}$
		व. चा वांटा १८७ . . . ० . . . ७१ $\frac{१५५}{१९५}$
		५०० . . . ० . . . ० ताळा.

मिश्रगणित.

मिश्रगणित ह्मणजे वेगळाले जातींचे शुद्ध पदार्थ एकत्र मिश्र केले असता त्या मिश्राना भाव त्यांचे वेगळाले भावांचे मध्यें होतो, तो काढण्याचा एक गणितप्रकार आहे. त्याच्या रीती दोन आहेत. एक मध्यमिश्रगणित आणि दुसरी व्युत्क्रममिश्रगणित.

मध्यमिश्रगणित.

मध्यमिश्रगणित ह्मणजे मिश्रपदार्थांचा भाव वेगळाले भावांचे मध्यें होतो, तो काढणे, यांत प्रत्येक शुद्धपदार्थांचे भाव आणि परिमाणे सांगितली असतात.

रीति.

प्रत्येक शुद्ध पदार्थांची परिमाणे त्यांचे त्यांचे भावाने वेगळाली गुणावी, नंतर या सर्व गुणाकारांची बेरीज घ्यावी, आणि दुसरी शुद्ध पदार्थांचे परिमाणांची बेरीज घ्यावी. नंतर गुणाकारांची बेरीज परिमाणांचे बेरजेने भागावी. भागाकार येईल तो त्या मिश्रराशीचा भाव होईल.

उदाहरणे.

पहिले, तीन जातींची शुद्ध साकर एकत्र मिळून मिश्रराशि झाली आहे, त्यांत ५० शेर दर शेरीं १२ पैसे. तसें ४४ शेर दर शेरीं ९ पैसे. आणि २६ शेर दर शेरीं ८ पैसे. ऐसे वेगळाले भाव होते. आतां त्या मिश्रराशीस दर शेरीं काय भाव होईल?

५० ४४ २६ हे परिमाण आहे.

१२ ९ ८ हा भाव आहे.

$$५० \times १२ = ६००$$

$$४४ \times ९ = ३९६$$

$$२६ \times ८ = २०८$$

$$\frac{६००}{१२०} \quad) \quad \frac{९२०४}{१२०} \quad (१०५ = १०५$$

पैसे.

हा भाव १२, ९, ८, यांचे मध्ये आहे, हे उत्तर.

दुसरे, तीन जातींचें तूप मध्य ५, ९, १४ इ ,

दर

दरमणी भाव रुपये १०, ९६, ८३, ऐसे एकत्र केले
तर, त्या मिश्रास दरमणी कित्ती रुपये पडतील?

उत्तर, ९ रुपये.

तिसरे, तीन जातींचे दूध शेर ४, ७, ९३ दर-
शेरीं पैसे ६, ५, ४३. ऐसे एकत्र केले तर, त्या
मिश्रास दर शेरीं कित्ती पैसे पडतील?

पै. रे.

उत्तर, ४ . . ७६

चौथे, एका फड्याने तीन प्रकारचे गहू मण १०,
१८, २०. दरमणी रुपये ५, ३, २, या भावाचे एक-
त्र केले, तर त्या मिश्राशीस दरमणी कित्ती रुपये
पडतील? उत्तर, ३ रुपये.

पांचवे, कोणी दुकानदारने तीन जातींचे पी-
ठ मण ३, ४, ५, दरमणी रुपये ३३, ३, २३
या भावांचे एकत्र केले, तर त्या मिश्रास दरमणी कि-
त्ती रुपये पडतील? रु. पा. रे.

उत्तर, २ . . ३ . . ९१६

साहावे, तोने तोळे ७, १२३, १७, त्याचे अ-
नुक्रमे कम १८, ९६, ९४३. ऐसे एकत्र जाटिले,
तर त्या मिश्रास कित्ती कस लागेल?

उत्तर, ९५३ कस.

सातवे, एक चाहा पेड ५, दर पेडों भाव ७

शि लिङ्ग . दुसरा चाहा पोंड ९ दर ८ शि लिङ्ग १० पेन्स, आणि तिसरा चाहा पोंड १४ ३/४ दर ५ शि लिङ्ग १० पेन्स, असा तीन प्रकारचा चाहा एकत्र केला तर, त्या मिश्रास दर पोंडीं भाव काय होईल?

उत्तर, ६ शि लिङ्ग १० ३/४ पेन्स.

आठवे, एक तेल ग्यालन ४ दर ग्यालनीं भाव ४ शि लिङ्ग १० पेन्स, दुसरे तेल ग्यालन ७ दर ५ शि लिङ्ग ३ पेन्स, आणि तिसरे तेल ग्यालन ९ ३/४ दर ५ शि लिङ्ग ८ पेन्स, या भावाचे एकत्र केले तर, त्या मिश्रास दर ग्यालनीं भाव काय होईल?

उत्तर, ५ शि लिङ्ग ४ १/४ पेन्स

नववे, कोणी फड्यानें एक जातीचे गहू १० बुशील, दर बुशीलीं भाव ५ शि लिङ्ग, दुसरे गहू १८ बुशील, दर ३ शि लिङ्ग, आणि तिसरे गहू २० बुशील दर २ शि लिङ्ग, या भावाचे एकत्र केले तर, त्या मिश्रास दर बुशीलीं भाव काय होईल?

उत्तर, ३ शि लिङ्ग.

दाहावे, सोने ७ औंस २२ कस चांगलं, तमें १२ ३/४ औंस २१ कस चांगलं, आणि १७ औंस १५ कस चांगलं, ऐसें एकत्र आटिलें तर, त्या मिश्रासोन्हास किती कस चांगला भाव लागेल?

उत्तर, १० ३/४ कस

अकसके, रुपें ३ पौंड यांत ९ ओंस शुद्ध, तसें ५ पौंड
 ड ८ ओंस यांत १० ओंस शुद्ध, आणि १ पौंड १० ओंस
 हीण, ऐसें एकत्र आटिलें तर, त्या मिश्रास किती ओंस
 शुद्ध भाव लागेल? उतर, $७\frac{१३}{१५}$ ओंस-
 शुद्ध.

युक्तममिश्रगणित.

युक्तममिश्रगणित म्हणजे अनेक सांगितले
 भावांचे अनेक पदार्थ एकत्र मिश्रकेले आणि त्या
 मिश्रास सांगितला भाव व्हावा, तर मिश्र करायास
 कोणते भावांचे पदार्थ किती किती परिमाणानें घ्यावे
 तें काढणें, याच्या तीन रीति आहेत.

प्रथमरीति[#].

शुद्धपदार्थांचे भाव एकाखातीं एक घेतील अ-
 से लिहावे. इच्छिले मिश्र भावाहून जे शुद्धपदार्थांचे भा-
 व उणे असतील त्यांस प्रत्येकीं मिश्रभावाहून जे अधि-
 क भाव असतील त्यांशीं अखंडरेषा करून जोडावे
 आणि याच रीतीनें प्रत्येक अधिकास प्रत्येक उण्या-
 वीं जोडावे. मिश्रभाव आणि प्रत्येक शुद्ध भाव यांच्या
 वजा बाक्या, म्हणजे अंतरें, तीं शुद्धभाव ज्याशीं ज-
 मे मिळविले आहेत त्यांचे त्यांचे समोर लिहावीं.

टीप. ही रीति मध्यमिश्रगणिताचे उलट आहे. स-
 गृहण घाता ताळा मध्यमिश्राचें मिथतो.

नंतर एकत्र वजा बाकी त्या भावांचे समोर आली तर, तीच त्या राशीचे परिमाण होईल. आणि अनेक वजा बाक्या त्या राशीचे समोर आल्यातर, त्यांची बेरीज त्या राशीचे परिमाण होईल

उदाहरणं.

पहिले, कोणी सोनार १६, १०, २३, २४ या-चार भावांचे सोने एकत्र आटून ते मिश्र २१ रुपये तोळा, या भावांचे विकायास इच्छितो तर, त्याने कोण कोणते सोने किती किती परिमाणाने घ्यावे?

शुद्ध भाव.

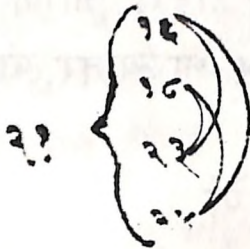
परिमाणे.

इच्छिताभाव २१	}	१६	३ तोळे	१६ चे भावांचे.
		१०	२ तोळे	१० चे भावांचे.
		२३	३ तोळे	२३ चे भावांचे.
		२४	५ तोळे	२४ चे भावांचे.

∴ इच्छिले मिश्र भावाहून शुद्धपदार्थांचे बद्धन उणे व एक अधिक असे भाव येतात, तेथे रीतीने एकत्र उत्तर निघते. इच्छिले भावाहून दोन भाव उणे व दोन तीन भाव अधिक असे येतात, त्या ठिकाणी एकेरी व दुहेरी जोडणीचे रीतीने दोन किंवा त्यापेक्षा अधिक उत्तरे निघतात. हे प्रथम उदाहरणावरून समजेल.

गणिती याजातीचे प्रश्नांस अनंत छल स्पष्टतात.

अथ वा यात्रमाणे.



$$\begin{aligned} २ + २ &= ५ \\ ३ + २ &= ५ \\ ५ + ३ &= ८ \\ ५ + ३ &= ८ \end{aligned}$$

याचा ताळा पाहणे.

$$१६ \times ३ = ४८$$

$$१० \times २ = २०$$

$$२३ \times ३ = ६९$$

$$२४ \times ५ = १२०$$

$$\begin{array}{r} १३) २७३ \\ \underline{२९} \end{array}$$

$$१६ \times ५ = ८०$$

$$१० \times ५ = ५०$$

$$२३ \times ८ = १८४$$

$$२४ \times ८ = १९२$$

$$\begin{array}{r} २६) ५४६ \\ \underline{२९} \end{array}$$

या दोहों रीतीने २१ हा इच्छिताभाव आला आहे म्हणून.

उत्तर <	$\left\{ \begin{array}{l} १६ \\ १० \\ २३ \\ २४ \end{array} \right.$	३ किंवा	५	ताळे परिमाण.
		२ किंवा	५	_____
		३ किंवा	८	_____
		५ किंवा	८	_____

दुसरे, कोणी एक साथकार १६, १०, २३, हषयें खंडी पेंस तीन जातींचे चणे एकत्र करून मिश्रणशि २० रुपये खंडी या भावानें बिका पास इच्छितो, तर

त्यानें तीन जातींचे चणे वेगळाले किती किती परि-
माणानें घ्यावें?

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} १६ चें २ खंडी परिमाण. \\ १० चें २ खंडी ——— \\ २२ चें ६ खंडी ——— \end{array} \right.$

तिसरें, कोणी एक दुकानदार ४ आणि ६ रूपये
मण असें दोन भागांचें तेल मिश्र करून ५ रूपये मण
या भावानें विकायास इच्छितो, तर त्यानें मिश्र कराव-
यास दोन जातींचें तेल किती किती परिमाणानें घ्यावें?

उत्तर. $\left\{ \begin{array}{l} ४ चें १ मण परिमाण \\ ६ चें १ मण ——— \end{array} \right.$

चौथें, कोणी दुकानदार ४, ६, ११, पैसे शेर अ-
शा तीन भागांची साकर एकत्र मिश्र करून ७ पैसे शेर
या भावानें विकावयास इच्छितो, तर त्यानें मिश्र कराव-
यास प्रत्येक भागाची साकर किती किती परिमाणानें
घ्यावी?

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} ४ चें ४ शेर परिमाण. \\ ६ चें ४ शेर ——— \\ ११ चें ४ शेर ——— \end{array} \right.$

पांचवें, कोणी दुकानदार विलायती दर बुशीलीय
शिल्लिंग ६ पेन्स, ३ शिल्लिंग ० पेन्स, ४ शिल्लिंग ० पेन्स
आणि ४ शिल्लिंग ० पेन्स, असे चार भागांचे गहूं एकत्र

मिश्र करून ते दर बुवाली ३ शिल्लिंग १० पेन्स, या भावाने
विकाययास इच्छितो, तर त्याने मिश्र करावयास कोण
कोणते गट्टू किती किती परिमाणाने घ्यावे?

शि. पें. बु. बु.

२. . ६ वे १० किंवा १२ परिमाण

३. . ८ वे २ किंवा १२ _____

४. . ० वे २ किंवा १८ _____

४. . ८ वे १६ किंवा १८ _____

हें उत्तर.

साहवे, कोणी दुकानदार मध १२ रुपये मण, रा-
व १० रुपये मण, काकवी १ रुपया मण, आणि पाणी
(त्याचा किंमत शून्य) ऐशीं एकत्र मिश्र करून त्या मिश्रा-
स दरमणी ८ रुपयांचा भाव व्हावा असे इच्छितो,
तर त्याने प्रत्येक काय काय परिमाणाने घ्यावे?

उत्तर. { १२ वे ८ मण किंवा १५ मण हें परिमाण.
१० वे ७ मण — १५ _____
१ वे २ मण — ६ _____
० वे ४ मण — ६ _____

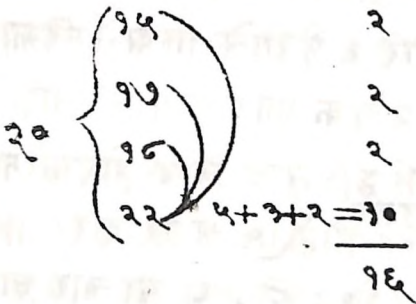
दुसरी रीति.

मिश्राचे परिमाणांनी बेरीज असुक असावी लघून

सांगितलें आहे तरी पूर्वी सांगितले जोडण्याचे रीती करून उत्तर काढावे, नंतर या प्रमाणे त्रै राशिक करावे. जसे, उदाहरणांतील आलेले परिमाणांची बेरीज : सांगितले परिमाणास आहे :: तसें जोडणीचे रीतीने काढिलेली परिमाणे : प्रत्येकाचे इच्छिले परिमाणास होतील.

उदाहरणे.

पहिलें, १५, १७, १८, २२ रुपये तोळा सोने, या चार भागांचें एकत्र आटून तें २० रुपये तोळा या भावानें ४० तोळे विकायला इच्छितो. तर वेगळाले त्या त्या जातीचें किती तोळे सोने घ्यावे ?



जोडणीचे रीतीने काढल्या परिमाणांची बेरीज ही आहे.

तेव्हां, १६ : ४० :: २ : ५	त्रिराशि तपशील करून काढले परिमाणांची बेरीज.
१६ : ४० :: २ : ५	
१६ : ४० :: २ : ५	
१६ : ४० :: १० : २५	
४०	

ही बेरीज.

समूह ५, ५, ५ आणि २५ ही इच्छिती परिमाणे हे उत्तर.

दुसरे, ४, ५, ६, ८ रुपये मण या चार भावांचे तांदूळ एकत्र मिश्र करून, ते २० मण ७ रुपयांचे भावाने विकायास इच्छितो, तर वेगळाले किती किती परिमाणाने घ्यावे?

उत्तर. $\left\{ \begin{array}{l} ४ \text{ चे } २\frac{३}{४} \text{ मण परिमाण} \\ ५ \text{ चे } २\frac{३}{४} \text{ मण } \text{---} \\ ६ \text{ चे } २\frac{३}{४} \text{ मण } \text{---} \\ ८ \text{ चे } १३\frac{३}{४} \text{ मण } \text{---} \end{array} \right.$

तिसरे, कोणी गवळी दूध ८ पैसे शेर भावांचे आणि कोणी (त्याची किंमत शून्य) ऐशीं एकत्र मिश्र करून ते मिश्र १५ शेर ६ पैशांचे भावाने विकायास इच्छितो, तेव्हां त्याने प्रत्येक कायकाय परिमाणाने घ्यावे?

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} ८ \text{ चे } ४ \text{ शेर परिमाण} \\ ० \text{ चे } १२ \text{ शेर} \end{array} \right.$

चौथे, १२, १०, ८, ६ या चार भावांचे तांदूळ मिश्र करून ते दर पळा ९ रुपये या भावाने विकायाचे आहेत, परंतु ती सर्व मिश्र राशि ६४ पळे व्हावी, तेव्हां प्रत्येक भावाचे किती किती घ्यावे?

	पत्रे	पत्रे
उत्तर.	१२ वे २४ किंवा १६ परिमाण	१६ परिमाण
	१० वे ८ — १६ —	१६ —
	८ वे ८ — १६ —	१६ —
	६ वे २४ — १६ —	१६ —
	<u>६४</u>	<u>६४</u> परिमा
		णांचीजे
		रीज

पाचवे, एके पाछायानें १० शेर सो न्याच्या एक मु-
गूट सो नारा पासून करविला, तो तयार होऊन आ-
ल्यावर त्यांत कांहीं रुपें किंवा तांबें मिश्र केलें असें न-
जरेस आलें, त्यावर अर्कमिंदेजयानामें करून त्या
पाछायाचे पदरीं फार चतुर पुरुष होता त्यानें गणित-
युक्ति करून त्यांतील शुद्ध व हीण परिमाणें वेगळीं
काढलीं.

तीं अशीं; त्यानें एक शुद्ध सोन्याची व एक शुद्ध
तांब्याची अशा दोन आकृति १० दाहा शेर वजनाच्या
तयार करून त्या पाण्यानें पूर्ण भरलेले पात्रांत पर्या-
यानें बुडवित्या तें समयां जें बाहेर पाणी पडलें त्या
चीं तोलें त्यानें केलीं. शुद्ध सोन्याचें परिमाण ५२ शेर,
शुद्ध तांब्याचें परिमाण १२ शेर आणि मिश्र सोन्याचे
मुगुटाचें परिमाण ६४ शेर हीं सालीं. तेव्हां त्या मुगुटां
तील शुद्ध सोन्यां आणि हीण यांचें प्रत्येक परिमाण

काय?

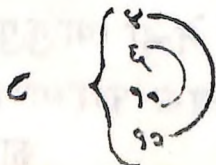
उत्तर. { १ शेर शुद्ध सोनें परिमाण.
 { २ शेर शुद्ध तांबें.

तिसरी रीति.

जेव्हां एक शुद्ध पदार्थाचें परिमाण अमुक असावें ह्मणून सांगितलें आहे तरी पूर्वरीतीप्रमाणें प्रत्येक पदार्थाचे भावांच्या इष्टभावांशीं वजा बाक्या कराव्या, नंतर या प्रमाणें त्रै राशिक करावें. जसें सांगितले परिमाणान्ने शुद्ध पदार्थाची वजा बाकी : दुसरे वेगळे वेगळे वजा बाक्यांस होते : : तसें इच्छिलें परिमाण : वेगळे वेगळे इच्छिले परिमाणास होईल.

उदाहरणें.

पहिलें, कोणी एक वाणी १२, १०, ६, ४ रुपये पला दराचे सजगुरे एकत्र मिश्र करून ८ रुपये पला, या भावानें विकणार, त्यांत हलके दराचे (सणजे ४ रुपये दराचें) परिमाण २० पल्ले असावें, तेव्हां प्रत्येक भावाचे किती किती घ्यावे?



४
६
१०
१२

जोडणीचे रीतीनें परिमाण ४ पल्ले निघालें पण या दराचे २० पल्ले घालणें आहे.

 तेव्हा, ४ : २ :: २० : १० | बाकीची तीन परिमाणें
 ४ : २ :: २० : १० | त्रिराशि तपशील करून
 ४ : ४ :: २० : २० | १०, १०, २० पळे निघालीं
 सपून, २०, १०, १०, २० पळे हे इच्छा फळ.
 किंवा २०, २०, २०, २० पळे हे इच्छा फळ, उत्तर.

दुसरें, विलायती दर ग्यालन ४ शिल्लिंग, ५ शिल्लिंग,
 ५ शिल्लिंग ६ पेन्स, आणि ६ शिल्लिंग, या चार जातींचें
 तेल मिश्र करावयाचें, त्यांत प्रथम ४ शिल्लिंग दराचा
 पदार्थ ३ ग्यालन घालणें आहे आणि त्या मिश्रास दर
 ग्यालनीं ५ शिल्लिंग ४ पेन्स असा भाव व्हावा. तेव्हां प्र-
 त्ये काचें परिमाण किती किती घ्यावें?

	शि.	पें.	ग्या.
उत्तर.	{	४ . . ०	चे ३ ग्यालन किंवा ३ परिमाण.
		५ . . ०	चे ३ _____ $\frac{३}{४}$ _____
		५ . . ६	चे ६ _____ $१\frac{३}{४}$ _____
		६ . . ०	चे ६ _____ ६ _____

तिसरें, कोणी सराफ १५, १७, १८, २२, रुपये
 दराचें सोने आटून मिश्र करायास इच्छितो, त्यांत
 तिसरें १८ चे दराचें सोने ५ तोळे परिमाण घालणें, आ-
 णि तें मिश्र २० दराचें व्हावें, तर बाकीचें किती किती
 तोळे घ्यावें?

उत्तर. { १५ वें ५ तोळे परिमाण .
 १७ वें ५ तोळे _____
 १८ वें ५ तोळे _____
 २२ वें २५ तोळे _____

चौथें, कोणी गवळी ४ पैस शेर या भावाचें दूध त्यांत कांहीं पाणी मिश्र करून विकायास इच्छि तो पण तें पाणी मापें तीन शेर घालगार. आणि मिश्राम ३ पैसे हा भाव व्हावा, तेव्हां प्रत्येकाचें परिमाण किती किती घ्यावें?

उत्तर. { ४ वें ३ शेर परिमाण.
 ० वें १ शेर.

पांचवें, ६, ४, ३, २ रुपये पल्ला दराचे जोडधळे एकच मिश्र करून ५ रुपये पल्ला या भावानें विकायाचे, ते असे कीं, त्या मिश्रांत मधले ३ रुपये पल्ला या दराचें परिमाण ३६ पल्ले व्हावें, तेव्हां त्यानें प्रत्येक भावाचे किती किती घ्यावें?

उत्तर. { ६ वे ३१६ पल्ले हें परिमाण.
 ४ वे ३६ पल्ले _____
 ३ वे ३६ पल्ले _____
 ० वे ३६ पल्ले _____

इष्टराशि.

इष्टराशि स्रणजे कल्पित संख्याचेऊन सत्यसंख्याका-
ढावयाचें गणित आहे. ज्या प्रभांतीं उत्तरे पूर्वे गणित री-
तीनें निघत नाहीत, तीं काढावयाकरितां हें इष्टराशिग-
णित लिहितों.

इष्टराशीचे दोन भेद आहेत. एकेरी आणि दुहेरी.

एकेरी इष्टराशि.

जेव्हां किती एक प्रभांतीं उत्तर काढण्याविषयीं एक-
च संख्या घ्यावी लागती तेव्हां ती एकेरी इष्टराशि स्रणा-
वी. स्रणजे जसें, इच्छिले संख्येस दुसरे सांगितले संख्येनें
गुणायाचें किंवा भागायाचें आहे. अथवा, जेव्हां इच्छि-
ली संख्या तिनें तीच अथवा तिचे हर कोणते भागांनें सां-
गतील तितके वेळां अधिक किंवा उणी कराव्यानी आहे.
तेव्हां एकेरी इष्टराशि स्रणावें.

त्याची रीति.

इच्छिली संख्या काढावयाकरितां कोणतीही संख्या
घ्यावी. आणि प्रभांत सांगितल्याप्रमाणें तिशीं तपशील
करावा, नंतर याप्रमाणें त्रैराशिक करावें.

जसें. कल्पित संख्येचें उत्पन्न : त्या कल्पित संख्येस
आहे : : तसें प्रभांतील उत्पन्न : त्याचे इच्छिले सत्य सं

ख्यस होईल.

उदाहरणं.

पहिलें एक मनुष्यानें आपले द्रव्याचा $\frac{1}{3}$ आणि $\frac{1}{4}$ खर्च केला नंतर पाहतो तो ६०० रुपये बाकी राहिले. तेव्हां त्याजवळ पहिलें द्रव्य किती होतें?

१२०० रुपये अर्गा मिथ्या संख्या ये.

$$\cdot १२०० \text{ चा } \frac{1}{3} = ४००$$

$$१२०० \text{ चा } \frac{1}{4} = ३००$$

३०० खर्च.

१२००

५०० बाकी.

जसें. ५०० : १२०० : : ६०० :

६००

५००) १२००,००

१४४०

ताळा.

$$१४४० \text{ चा } \frac{1}{3} = ४८०$$

$$१४४० \text{ चा } \frac{1}{4} = ३६०$$

८४० हा खर्च.

१४४०

६००

ही बाकी प्रभाप्रमाणें

आहे.

दुसरें. एक संख्या आहे तीस ७ यांनीं गुणिलें नंतर ती गुणाकार ६ यांनीं भागिला असतां भागाकार २१ भागला अशी संख्या कोणती? उत्तर १८

तिसरें. एक संख्या अशी आहे कीं जी तिचें अर्थ.

तिना तृतीयांश आणि चतुर्थींश मिळून ३५ बेरीज होईल ती संख्या कोणती? उत्तर. ३५

चौथे. एक सरदाराने आपले फौजेचा $\frac{1}{2}$ आणि $\frac{1}{3}$ कडीस पाठविला असता तळावर १००० मनुष्ये राहिलीं तेव्हां त्या फौजेत सर्व मनुष्ये किती होती?

उत्तर. ६००० मनुष्ये

पांचवे. कोणी एक गृहस्थाने भिकाऱ्यांस ५२ पैसे वांटिले. त्यांत पुरुषांस ६ बायकांस ४ आणि मुलांस २ या प्रमाणे प्रती केल्या त्यांत बायका पुरुषांचे दुप्पट होत्या आणि मुले बायकांचे तिप्पट होतीं तेव्हां त्या जमाशांत पुरुष बायका आणि मुले किती किती होतीं?

उत्तर. पुरुष २ बायका ४ आणि मुले १२

साहायें. कोणी एकाने दुसऱ्यास विचारिलें कीं तुझे वय किती आहे? त्यानें उत्तर केले कीं माझे वयाचे वर्षांचे $\frac{2}{3}$ सातांनीं गुणिले आणि त्या गुणाकारांत त्याच वर्षांचे $\frac{2}{3}$ मिळविले तर २१९ होनात. तेव्हां त्याचे वयाचीं किती वर्षे झालीं? उत्तर ४५ वर्षे

दुहेरी इष्टराशि.

ज्या प्रश्नांचें उत्तर दोन कल्पित संख्यांचे साहाय्यानें निघते ती दुहेरी इष्टराशि.

दुहेरी इष्टराशीत असे प्रश्न येतात. कीं ज्यांची उत्तरे सत्य संख्यांशी प्रमाणांत नाहीत. स्रणजे जसें इच्छिली संख्या त्या संख्येचा अमुक भाग किंवा समगुणाकार हे गऊक नाही. किंवा इच्छिली संख्या त्या संख्येचा अमुक भाग आहे अशा संख्येनें ती उणी केली हें ही गऊक नाही.

दुहेरी इष्टराशीच्या रीति दोन आहेत.

प्रथमरीति.

सुमारानें कामाच्या उपयोगी दोन कल्पित संख्या घ्याव्या. आणि त्यांशीं प्रश्नाचे संकेताप्रमाणें वेगळाला एकेरी रीती प्रमाणें तपशील करावा. नंतर पाहोवें कीं या दोन संख्यां पासून जीं दोन उत्पन्नं येतील त्यांत आणि प्रश्नास किती भेद आहे. त्या भेदास अंतर स्रणतात. तें अंतर अधिक किंवा उणें असेल त्या प्रमाणें त्यास धन (+) ऋण (-) चिन्हें करावीं.

नंतर दुसरे अंतरानें प्रथम संख्या गुणावी. आणि प्रथम अंतरानें दुसरी संख्या गुणावी.

जर अंतरांचीं चिन्हें सरूप आहेत तर त्या दोन गुणाकारांची वजा बाकी त्या अंतरांचे वजा बाकीनें भागावी. भागाकार येईल तें इष्टाकळ.

जर अंतरांचीं चिन्हें विरूप आहेत. तर, त्या गुणाकारांची बेरीज त्याच अंतरांचे बेरजेनें भागावी.

द्विप. अंतरांची दोन्हीचिन्हे धन किंवा ऋण आहें. तर तीं सरूप होत. आणि एक धन आणि एक ऋण अर्शा आहेत तर तीं विरूप होत.

उदाहरणे.

पहिले, ती संख्या कोणती आहे? कीं जी ६ यांनी गुणिली, त्या गुणाकारांत १८ मिळविणें आणि ती बेरीज ९ यांनी भागिली, तर भागाकार २० होईल.

आतां १८ आणि ३० या दोन कल्पित संख्या सत्य संख्येसारख्या मानून घे.

पहिली संख्या.	दुसरी संख्या.	ताळा.
१८	३०	२३
६	६	६
<u>१०८</u>	<u>१८०</u>	<u>१८०</u>
१८	१८	<u>१८</u>
१) १२६	१) १९८	१) १८०
<u>१४</u> मिथ्या संख्यांचे उत्पन्न २२.		<u>२०</u> हे प्रश्ना
२० सत्य संख्येचे उत्पन्न २०		प्रमाणे आले
<u>-६</u> ही अंतरां विरूप + २		हा ताळा.
३०	<u>१८</u>	
<u>१८०</u> हे गुणाकार	<u>३६</u>	
३६		
१) २१६ गुणाकारांची बेरीज		
<u>२३</u> इच्छिली सत्य संख्या - हे उत्तर		

दुसरी रीति.

कामाचे उपयोगी दोन मिथ्या संख्या घ्याव्या, आणि त्यांशीं प्रश्नाचे संकेता प्रमाणें वेगळा काळीं कामें करावीं. नंतर

तर जीं उत्पन्नं येतील तीं अधिकउणीं पाहन त्यांस+प-
न - ऋण विन्हें अनुकमानें करावीं.

या अतिसंनिधसंख्यांची वजा बाकी, त्यांतील एके-
अंतरानें गुणावी. मग तो गुणाकार आलेलीं अंतरें स-
रूप असल्यास वजा बाकीनें भागावा. आणि विरूप अस-
ल्यास वेरजेनें भागावा. अथवा याप्रमाणें त्रैराशिक क-
रावें. जसें, दोन अंतरांची वजा बाकी (अथवा वेशज):
दोन घेतले अतिसंनिध संख्यांचे वजा बाकीस होते ::
दस, कोणतेही अंतर : ते आपले संख्येचे शुद्धीस हो-
ईल.

नंतर तो भागाकार किंवा तें इच्छाफळ जिवें अंतर
कामांत घेतलें आहे ती संख्या अधिक असल्यास त्यांनु-
न वजा करावें. आणि ती संख्या उणी असल्यास त्यांत
मिळयावें. म्हणजे इष्टसंख्या उत्पन्न होईल.

उदाहरणं.

पहिलें, पूर्वरीतींत उदाहरण आहे तें च दुसरे
रीतीनें करावें.

पहिली संख्या.

दुसरी संख्या.

$$\begin{array}{r} 95 \\ 6 \\ \hline 905 \\ 95 \\ \hline 9) 926 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30 \\ 6 \\ \hline 180 \\ 95 \\ \hline 9) 195 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ 20 \\ \hline - 6 \end{array}$$

मिथ्या संख्यानें उत्पन्न
सत्य संख्येनें उत्पन्न
खांचीं अंतरे विरूप

$$\begin{array}{r} 22 \\ 20 \\ \hline + 2 \end{array}$$

तेह्नां ८ : १२ :: २ :

$$\begin{array}{r} 2 \\ 23 \\ \hline 3 \end{array}$$

हें इच्छा फळ

३० — ३ = २७ - पाहा यांत उघड कळते कीं ३० ही संख्या अधिक आहे. या स्तव इच्छा फळ त्या नून वजा करून २७ हें उत्तर.

दुसरे, बाप आणि लेंक दोघे बोलत होते. तेथें लेंकानें बापास विचारिलें कीं, "तुलास वय काय आहे?" बाप सांगतो, "आज माझे वयाचा $\frac{1}{3}$ तुझें वय आहे. परंतु ५ वर्षांपूर्वी माझे वयाचा $\frac{1}{4}$ तुझें वय होतें?" तेह्नां त्या दोघांचीं वये कायतीं सांग. उत्तर, १५ आणि ४५.

तिसरे, कोणी गृहस्थानें प्रति दिवशीं रुपया $1\frac{1}{2}$ प्रमाणें २० दिवसांचे बोल्लेनें एक कारागीर ठेविला. त्याचा करार येणें प्रमाणें. तो कारागीर ज्या दिवशीं खेळेल किंवा गैर हजीर हाईल त्या दिवसाचा त्या पासून उलठा $\frac{1}{2}$ रु.

इस ध्यावा पुढें कामाने दिवस पुरे सात्त्या मजत त्या गृहस्था-
कडे त्या कारागिगचे २० रुपये निघाले. तेन्हां त्यांनी किती दि-
वस काम केलें व गैर हजीर किती दिवस?

उत्तर, { १६ दिवस काम
४ दिवस गैर हजीर

चौथें, अ. व. हे दोघे समान रुपये घेऊन जुगार खे-
ळायाम वसले. तां प्रथमच अ. रुपये २० जिंकला. नंतर
जवळचे सर्व पैक्याचे $\frac{3}{4}$ हरला. पुढें खेळ संपवून उठले, ते
समयीं व. जवळ अने चौपट पैका झाला. तेन्हां प्रत्येका
जवळ आरंभी किती किती रुपये होते?

उत्तर, १०० रुपये.

पांचवें, अ. आणि ब. या दोघांचा आदाय बरोबर होता.
त्यांन अ. आपले आशयाचा $\frac{1}{4}$ संग्रह करून बाकी खर्च करी.
आणि ब. प्रति वर्षी अ. पैक्षां ५०० रुपये अधिक खर्च करी, या
मुळे ४ वर्षांनंतर बला १००० रुपये कर्ज झालें, तेन्हां प्रति
वर्षी एके काचा आदाय व खर्च किती होता?

रुपये

उत्तर, { १२५० प्रत्येकाचा आदाय प्रतिवर्षी
१००० अ.चा खर्च प्रतिवर्षी
१५०० ब.चा खर्च प्रतिवर्षी

इष्ट राशीची दुसरी किती एक उदाहरणं.

पहिले, एके दुकानदाराने एकाचे ४० रुपये देणे होते. ते त्याने दोन रकमांनी केडले. त्या दोन रकमांत लहाना पक्षां थोरली १० यांनी अधिक आहे. तेव्हा त्या दोन रकमा कोणत्या? उत्तर, ३५, २५.

दुसरे, एकाजबळ काही मोठे होती, त्यांतून त्याने $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}$, अशीं वांटलीं असता बाकी २०१ राहिली, तेव्हा सगळीं मोठे किती होती तें सांग.

उत्तर, ९६५ मोठे

तिसरे, एके तळ्यांत कमळ पाण्यावर ३ अंगुळे होते, ती संख्या पाण्याने तळापासून पाण्यापर्यंत जितके कमळ असेल त्याचे $\frac{3}{4}$ होती, तेव्हा तें कमळ पाण्यांत किती होते तें सांग.

उत्तर २२ $\frac{1}{2}$ अंगुळे

चौथे, समाईक रुपये ६५० आहेत. ते अ. ब. क. या तिघांस वांटाव्याने आहेत. ते असे कीं, ब.ला अपेक्षां १०० अधिक, आणि क.ला ब.पेक्षां १५० अधिक, तेव्हा कोणास किती रुपये येतील?

उत्तर, अ. १००, ब. २००, क. ३५०

पांचवे, एक टांके पूर्ण पाण्याने भरले होते, त्यांतून चतुर्थांश पाणी गळून गेले, आणि कार्या निमित्त १०० मण पाणी काढिले. नंतर त्या टांख्यांत काठी उभी करून

वाहिली, तों अर्ध टांकें पाणी आहे. तेव्हां टांक्यांत सगळे पाणी किती होती ?

उत्तर, ४०० यण.

साहबे, अ. आणि ब. दोघे जण जुगार खेळावयास बसले. त्यांत खेळाचे आरंभी अवे जबळ रुपये ८५० आणि बवे जबळ रुपये ५५० पुढें परस्परांची हार जिंक बहून वेळ होऊन शेवटारवालीं अवे जबळ रुपये बवे दुप्यट झाले. तेव्हां अ. व. जबळून किती रुपये जिंकला ?

उत्तर, २५० रुपये

सातवे, कोणी गृहस्थानें एकाचे २५०० रुपये कर्ज देणें होते. तें बुकविते वेळेस त्यानें कांहीं मोहरा व कांहीं रुपये ऐशी खिचडी मिळून ११०० नंग दिले. तेव्हां त्यांत मोहरा किती होत्या ? व रुपये किती होते ?

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} १०० \text{ मोहरा} \\ १००० \text{ रुपये} \end{array} \right.$

आठवे, दोन गृहस्थ परस्पर अनेक गोष्टी बोलत चालिले होते. त्यांत एकानें दुसऱ्यास विचारिलें कीं, तुलास पुत्र दोन त्यांचीं वयें काय आहेत, तेव्हां त्यानें सांगितलें कीं, त्या दोन पुत्रांचे वयांचे मिळवणींत १८ मिळविले असतां वडील पुत्राचे वयाचे दुपटी बराबर होईल आणि दोन पुत्रांचे वयांचे वजा बाकींत ६ वजा केले असतां धा रुढे पुत्राचे वया बराबर होईल ?

उत्तर, { ३० वर्षे बडी-उ पुत्रावे
१२ वर्षे धाकटे पुत्रावे

नदवे, कोणी एक मनुष्य कांहीं रुपये घेऊन बाजारांत गेला. तेथें एके दुकानीं सामाना बद्दल १६ रुपये खर्च करून पुढें चालिला. ते समयीं जबळ रुपयें अधिक आसावे म्हणून बाकीचे इतके दुसऱ्या कडून उतने घेतले. नंतर दुतरे दुकानीं गेला. तेथें १६ रुपये खर्च करून बाकी रुपया बराबर पूर्ववत् उतने घेऊन तिसरे दुकानीं गेला. तेथें १६ रुपये खर्च करून पुनः बाकी बरोबर पूर्ववत् उतने घेऊन चौथे दुकानीं गेला. तेथें १६ रुपये खर्च करून पाहतो तो बाकी जबळ कांहीं राहिलें नाहीं, तेन्हां तो म्हळ किती रुपये घेऊन बाजारांत गेला होता?

उत्तर, ३० रुपये.

दाहावे, अ. ब. क. या त्रिवर्गीनीं सकत केली. त्यांत सगळें भांडवल रुपये ४००० त्यांत अचे दुप्पट, वर २०० इतके बचे. आणि कचे अ आणि ब यांचे बेरजे बराबर. तेन्हां एके काचे किती किती रुपये?

उत्तर, { अ ६०० रुपये
ब १४०० रुपये
क २००० रुपये

अकरावे, कोणी दुकानदार आंबे-मोहोर आणि पटणी भशा दोन जातींचे तांदूळ ५०० पळे एकत्र करून

विकायास

विक्रयस इच्छितो त्यांत आंबे मोहोर ४ रुपयांनी पल्ला.
आणि पटणी ३ रुपये २ पावले पल्ला, या प्रमाणे वेगळे भाव
होवे. आणि हाही मिश्र राशीचा सकट भाव ३ रुपये २
पावले ८० रेस असा आहे तेव्हां आंबे मोहोर आणि पट-
णी किती किती असावे?

उत्तर, ^{पल्ले.} { २०० आंबे मोहोर.
३०० पटणी

बारावे, कोणी भाडेकरी यानें २३० रुपयांस चार
तट्टू विकत घेतले. ते असे, पहिल्याची किंमत अधिक
१२ सणजे दुसरा. दुसऱ्याची किंमत अधिक ६ सणजे
तिसरा. तिसऱ्याची किंमत अधिक २ सणजे चौथा. अ-
से आहेत. तेव्हां त्यात हेंचें मोल काय?

उत्तर, ४५ ; ५७ ; ६३ ; ६५

तेरावे, एके सरदाराने दोन पुत्र होते, त्यांनीं समान
रुपये घेऊन उंच बड्डमोल घोडे खरेदी केले. ते असे, ए
कानें ५ घोडे खरेदी करून ७०० रुपये शिलकेस ठेविले.
दुसऱ्यानें ७ घोडे खरेदी करून ९०० रुपये कर्ज केले. तेव्हां
घोड्यांची किंमत काय, व प्रत्येकानें खरेदीस किती किती
रुपये नेले होते तें सांग.

उत्तर. { ८०० घोड्यांची किंमत रुपये.
४७०० प्रत्येकानें खरेदीस नेले रु.

बोधा, १ मिन्युटांत ७० पावले चालतो. (पाऊल सणजे २८ इंच) तर या मानानें एका अवरांत किती मैल चालेल? उत्तर, $\frac{113}{122}$ मैल.

पांचवा, कोणी शिपाई एके मिन्युटांत १२० पावले चालतो. (पाऊल सणजे २८ इंच) तर या मानानें १ अवरांत किती चालेल? आणि एक ठाणें २० मैल दूर आहे, तेथें त्या शिपायास पोचण्यास किती वेळ लागेल? मार्ग विभ्रंतीस एक अवर अवकाश दिला आहे.

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} ३ \frac{३}{११} \text{ मैल } १ \text{ अवरांत चालेल} \\ \text{अ. मि.} \\ \text{आणि } ७ \cdot १७ \frac{३}{४} \text{ वेळ लागेल} \end{array} \right.$

साहवा, ७०० यार्ड लांबीची एक भिंत २९ दिवसांत सिद्ध करावयाचा संकेत, त्यांत १२ माणसांनी ११ दिवस काम केले; ती भिंत २२० यार्ड मात्र सिद्ध झाली; तर या मानानें काम चालविणें तेव्हां पूर्वं संकेताप्रमाणें भिंत पुरी होण्यास पूर्वसंख्येहून किती माणसें अधिक असावीं?

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} ४ \text{ माणसें पूर्वसंख्येहून अधि} \\ \text{कसणजे } १६ \text{ माणसें असावीं} \end{array} \right.$

सातवा, एके शेताचे भोंवता बांध आहे, त्याचा परिघ ५३६ यार्ड आहे. आणि त्या शेताचे ममोरामनेरवे नाजूबर अ. आणि ब. हे दोघे मनुष्य उभे आहेत.

त्यांत अ एक मिन्युटांत ११ यार्ड चालतो आणि ब.तीन मिन्युटांत ३४ यार्ड चालतो. ते दोघे शेतास सव्य प्रदक्षिणा करायामउभे असतां तेथून एक काडीच निघाले, तर लवकर चालणाराच्या किती प्रदक्षिणा होतील, तेव्हां पुढील मंद चालणारास मिळवील ?

उत्तर, १७ प्रदक्षिणा.

आठवा, एके तांब्याचे खाणींत एकाचा भाग— आहे, त्यानें त्याचे तीन चतुर्थांश १०००० रुपयांस विकले. तेव्हां त्या सगळे खाणीचे मोल काय होईल ?

उत्तर, ४०००० रुपये.

नववा, कोणाजवळ गलबताचे $\frac{3}{4}$ होते, त्या गलबतानी किंमत १२००० रुपये. पुढें त्यानें त्यांतून $\frac{1}{4}$ चे $\frac{1}{2}$ विकले. आतां बाकी राहिलेल्या विभागांचे त्यास किती रुपये येतील ?

उत्तर. $\left\{ \begin{array}{l} \frac{33}{240} \text{ हिस्सा.} \\ १०५० \text{ किंमत रुपये.} \end{array} \right.$

दाहवा, २० मनुष्यें १२ दिवसांत जें काम करतील त्याचे तिपट काम १२ दिवसांचा $\frac{1}{4}$ यांत करणें, तर किती मनुष्यें असावीं ?

उत्तर, ३०० मनुष्ये.

अकरावा, घड्याळांतील मिन्युट कांटा आणि अकरा कांटा हे दोनही १२ अवरांचे स्थानीं एकत्र असतात. ते पुनः पुढें केव्हां एकत्र होतील ?

(चउप्राका मध्ये १ अवरान्त अवर कांटा सर्व परिवा
वा $\frac{1}{2}$ चालतो, आणि मिन्युटकांटा १ अवरान्त सगळाप-
रिच लगजे $\frac{12}{12}$ चालतो.)

अ. मि. से.

उत्तर, $1\frac{1}{15}$ अवर. किंवा १००५००२७

बारावा, कोणी एक मनुष्याची प्राप्ति एके वर्षाची
१५००० रुपये आहेत, आणि एक आठवड्यांत २१० रुप-
ये खर्च करितो. तेव्हां वर्षाती किती रुपये संग्रह किंवा क-
र्ज होईल? (एथें वर्ष विलायती मानावें)

उत्तर, ४००० रुपये संग्रह.

तेरावा, कोणी एके मनुष्याने दर पेशास दोन प्रमाणें
१०० आंबे विकत घेतले. पुनः दर पेशास तीन प्रमाणें
दुसरे १०० आंबे विकत घेतले. नंतर दोन पेशांचे ५
प्रमाणें ते सर्व आंबे विकले, तेव्हां मुदलांत नफा किंवा
तोटा किती झाला तो सांग.

उत्तर, ६ पैसे तोटा झाला.

चौदावा, दर आसानीस दर दिवशीं दोन शेर प्रमा-
णें १५०० मनुष्यांस १२ आठवडे पर्यंत पुरे इतकें अन्न
कोडीत आहे. तेंच अन्न दर आसानीस दर दिवशीं $1\frac{1}{2}$
शेर प्रमाणें देऊन २० आठवडे पर्यंत पुरविले, तर किती म-
नुष्यांस पुरेले?

उत्तर १२०० मनुष्ये.

पंधरावा, लंडन शहराचे धुवोनतांत पृथीचे भोंवती

त्यास्येकां ध्रुवोन्नतपरिघाची लांबी सुमारे १५५.५० मैल
आहे.

पुढें, या सर्व परिघाची प्रदक्षिणा २३ अबर ५६
मिन्युटांत होती, तर या मानानें दर अबरास किती किती
मैल येतील?

उत्तर, $६४९ \frac{२५०}{३५९}$ मैल १ अबरास

सोळावा, अ १२ दिवसांत जें काम करितो, तेंच
काम ब १४ दिवसांत करितो, आणि क १६ दिवसांत क
रितो. तें काम तिघे मिळून करतील तर किती दिवसांत
त होईल?

उत्तर, ४ $\frac{५५}{३}$ दिवस

सतरावा, कोणी मनुष्य आपले प्राप्तीचे चतुर्थां-
त्राहून २०० रुपये अधिक खर्च करितो. तथापि त्या-
प्राप्तीचे अर्धाहून ३०० रुपये अधिक संग्रह राह-
तो. तेव्हां त्याची सर्व प्राप्ति किती?

उत्तर, २००० रुपये.

अठरावा, कोणी मनुष्य अंतकाळीं आपलें सर्व
द्रव्य पुत्रास देऊन आपण मरण पावला, नंतर त्या पुत्रा-
नें त्या द्रव्याचा $\frac{१}{४}$ कांहीं कामास खर्च केला. नंतर बाकी
राहिले द्रव्याचे $\frac{३}{४}$ उपजीविकेस खर्च करून हिशेब पाहतो.
तो ८२०० रुपये बाकी राहिले. तेव्हां सर्व द्रव्य किती होतें
तें सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर, १९३३३. १. ३३ $\frac{१}{२}$ सगळें द्रव्य.

ए कुणिसावा, एके किल्यास शाबूनें कोजे चा वेडा दिन्ना होना, त्या किल्यांत १००० मनुष्य होते, त्यास भक्षा-यास प्रतिदिवशीं प्रतिमनुष्यास २शेर प्रमाणे ५ आठवडे पर्यंत पुरेल इतकें अन्न संग्रहीं होतें. तेच समयीं त्याचे कु-मकस ५०० मनुष्य किल्यांत आले; परंतु वेडा उठवाया जा-गती कुमकयेच्यास ८ आठवड्यांचा अवकाश आहे. ते-कां तेच अन्न त्या सर्वास तेथ पर्यंत पुरवियें प्राप्त. तेकां दर मनुष्यास दर दिवशीं किती शेर प्रमाणें द्यावें?

उत्तर, २½ पावशेर.

विसावा, कोणी एके मनुष्यानें आपले अंत काळीं धा-कडे पुत्रास ८४००० रुपये दिले. हे वडिल पुत्रास जें द्रव्य दिलें त्याचे ५ होतात. तेकां त्या मनुष्याचें सर्व द्रव्य किती तें सांग.

उत्तर १९२००० सर्व द्रव्य.

एक विसावा, कोणी एक मनुष्य घड्याळाचे कांटा-कर टट्टी ठेवून बसला होता, त्यास दुसऱ्यानें विचारिलें. "किती अवर झाले? तेकां तो म्हणतो, "पांचांपासून सा-हा इतक्यांत आहे." ते समयीं पुनः त्यानें विचारिलें कीं, "निश्चय सांग." त्यास त्यानें उत्तर केलें कीं, "या समयीं अवर कांटा आणि मिन्युट कांटा हे दोन्ही एकत्र आहेत." या व-रून किती अवर झाले? उत्तर, ५ अवर २० फे मिन्युटें.

वाविसावा, कोणी एके मनुष्यानें मरण समयीं आप-ले द्रव्याचे ११ एके पुत्रास देऊन जें बाकी राहिलें त्याचे

दुसरे पुत्रास दिले, आणि जं बाकी राहिलें तें बायकोस दिलें. पुढें पाहनां त्या दोन पुत्रांचे बांध्यांची वजा बाकी ५१४३ रुपये १ पावला ३३ $\frac{1}{2}$ रस इतकी आहे. तेव्हां बायकोस किती दिलें तें सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर, १२७०००० ३ - - ५३

तेविसावा, कोणी गृहस्थानें मरणममयीं आपले द्रव्याचे $\frac{1}{2}$ एके पुत्रास आणि बाकी राहिले तें दुसरे पुत्रास, असें लिहून मरण पावला. पुढें ते दोघे पुत्र द्रव्य वांटून घेऊं लागले, तों एकास दुसऱ्या पेक्षां १२००० रुपये अधिक आले. तेव्हां सगळें द्रव्य किती तें सांग.

उत्तर, ४००००० रुपये.

चोविसावा, सुंबई आणि पुणे यांचे मध्ये अंतर सुमारानें १०० मैल आहे. आतां अ. आणि ब. हे दोघे सांडणी स्वारया दोन स्थळांहून एकदांच निघाले. त्यांत अ. सुंबईहून निघाला तो पुण्यास जाणारा. आणि ब. पुण्याहून निघाला तो सुंबईस जाणारा. पुढें ते निघाल्यापासून ७ अवरांनीं मार्गी भेटले, तेव्हां अमें कळलें कीं ब. पेक्षां अ. दर अवरास $1\frac{1}{2}$ मैल अधिक चालला. तेव्हां यावरून ते उभयतां सांडणी स्वार दर अवरास किती किती मैल चाले?

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} ७\frac{3}{4} \text{ मैल अ.} \\ ६\frac{1}{4} \text{ मैल ब.} \end{array} \right.$

पंचविंशति, पुणे व पंढरपुर यांचे मध्ये अंतर सु-
 माराने १३० मैल आहे. आतां प्रातः काळीं आठ अवर वा-
 जतांच पंढरपुराहून पुण्यास जावया करितां अजासूद नि-
 घाला, तो दर अवरास ३ मैल चालतो. आणि त्याच दिव-
 शीं सायंकाळीं चार अवर वाजतांच पुण्याहून बजासूद
 पंढरपुरीं जावया करितां निघाला, तो दर अवरास ४ मै-
 ल चालतो. तेव्हां त्या दोघांची मार्गीपंढरपुरापासून कि-
 ती मैलांवर भेट होईल तें सांग.

उत्तर, पंढरपुरापासून ६९ $\frac{३}{४}$ मैल.

सविंशति, १०० आंबे एकेक याडीचे अंतराने भूमीवर
 सरळरेषेंत ठेविले आहेत, आणि प्रथम आंब्यापासून एक
 याडीचे अंतराने पांटी ठेविली आहे. तेसमयीं एकाने दुस-
 र्यास सांगितलें कीं, प्रति खेपेस एक एक आंबा पांटींत
 ठेवावा. तर अशा रीतीनें सर्व आंबे त्या पांटींत ठेवीपर्यंत
 त्या मनुष्यास किती चालावे लागेल. तें सांग.

मैल. याडी.

उत्तर, ५०० १३००

सत्ताविंशति, घोडी दर दिवस २५ कोस चालती. आ-
 णि तिचे शिंगरूं आज १ कोस, उघां २ पवी ३ या प्रमाणें चाल-
 लेने. तेव्हां त्या दोघांची किती दिवसांनीं परस्पर भेट होईल?

उत्तर, ४७ दिवस.

अठ्ठाविंशति, शोषयानावाचा एक मनुष्य होता, त्यानें आ-

पले बुद्धि बळानें अपूर्व बुद्दबळांचा खेळ उत्पन्न करून राजास दाखविला, तेममयीं तो खेळ पाहून राजा अति संतुष्ट झाला, आणि त्यास माग सणाला. तेव्हां त्यानें असें मागितलें कीं, या बुद्दबळांचे पदास ६४ कोष्टक आहेत, तर पहिले कोष्टकास १ गडू दुसऱ्यास २ तिसऱ्यास ४ या प्रमाणें प्रति कोष्टकास पटीनें वाढते असे ६४ पर्यंत जे गडू होतील त्यांचें मोल मला द्यावें. तें राजानें मान्य केलें, त्यास जर २००७५ गडू एक शेरान्त राहातात. आणि दर मणास दोन रुपये प्रमाणें जाव आहे, तर त्या सर्व गडूंचें किती रुपये होतील?

रु. पा. रे.

उत्तर, ३८२८७१४००४५०५९ . . १ . . ४ $\frac{११५६}{१६३६}$

एकुणतिसावा, कोणी एके मनुष्यानें प्रति वर्षी आपले द्रव्याचा $\frac{१}{४}$ आणि १००० रुपये अशा रीतीनें चार वर्षे पर्यंत द्रव्य वाढविलें. आणि पाहतो तो १०३४२१ रुपये ३ पावले ५० रेस इतकें झालें, तेव्हां आरंभी किती रुपये होतनें सांग.

उत्तर, ४००००० रुपये.

तिसावा, कोणी एके मनुष्यानें ७५०० रुपये कर्जाचे तले, नंतर ते त्यानें ७ वर्षांनीं १०१२५ रुपये व्याज सुद्धां आपून दिले. तेव्हां दर साल दर शेंकड्यास व्याजाचा दर काय होता?

उत्तर, ५ रुपये.

एकतिसावा, १०००० रुपये आहेत, ते अ. ब. क. या तिघांस वांटावयाचे. ते असे कीं, असा कपेक्षां १२०० रुपये

अधिक

अधिक मिळतील, आणि बला कपेला ९५० रुपये उणे मिळतील. तेव्हा त्या तिघांतून कोणकोणास किती किती रुपये येतील?

उत्तर, अ ४४५०; ब २३००; क ३२५० रुपये.

बत्तिसाबाकोणी एक मनुष्याजबळ पड्याळ होते. त्यात दुसऱ्याने विचारिले की, यावेळेस किती अवर वाजले आहेत. तेव्हा तो सांगतो, "दुपारचे बारा अवर वाजल्यापासून यावेळेपर्यंत जो काळ गेला तो यावेळेपासून रात्रीचे बारा वाजत तो पर्यंत जो काळ जाणार त्याचे $\frac{1}{4}$ आहेत. तेव्हा यावरून बारावर किती वाजले?"

उत्तर, ५ अवर २० निर्युटे.

तेहेतिसाबा, १२०० विघे जमीन अ. ब. क. या तिघांस वांटून देणे आहेत अशी कीं. बला अहून १०० विघे अधिक. आणि कला बहून ६४ विघे अधिक मिळेल. तेव्हा कोणास किती विघे येईल?

उत्तर. $\left\{ \begin{array}{l} २१२ अ. \\ ४१२ ब. \\ ४७६ क. \end{array} \right.$

चौतिसाबा, ती संख्या काय आहे? कीं, ज्या संख्येनून $\frac{1}{2}$ चे $\frac{1}{3}$ बजाकरून बाकीत $\frac{1}{4}$ चे $\frac{1}{5}$ मिळविले. तर बराबर १० होतील.

उत्तर, ९ $\frac{1}{5}$

पसतिसाबा, ती संख्या काय आहे? कीं, जी $1\frac{1}{2}$ चे $\frac{1}{3}$ चे $\frac{1}{4}$ यांनी गुणिली असतां गुणाकार बराबर १ होईल.

उत्तर, ११ 1/2

उतिसावा, ८ 1/2 इंच रुंदीचा वृहत् लांब एक ताका आहे. त्यांतून एक चौरस फूट सणजे १२ इंच लांब आणि १२ इंच रुंद घेणें आहे, तर किती इंच लांब घ्यावा?

उत्तर, १६ 2/3 इंच.

सततिसावा, कांहीं मुद्दल आहे, त्यास व्याज दर-साल दर शेंकडा ५ रुपये प्रमाणें आहे, आणि १ 1/2 वर्षांत त्याची रास १३०१ रुपये १ पावला होती. तें मुद्दल कोणतें?

उत्तर, १३०० रुपयें.

अडतिसावा, एक कुतरा आणि एक ससा एके शेतांत ४० चार्डिंचे अंतरानें असे उभे होते; तेव्हां आरंभीं कुतऱ्यानें त्या सशास पाहिलें नव्हतें, परंतु ४० सेकंद गेल्यानंतर पाहिलें, आणि त्यास धरावें याबुद्धीनें त्याचे मागे तो कुतरा धावूं लागला, या प्रमाणें दोघे धावूं लागले. त्यांत सशाचे धांवण्याचा वेग १ अवरांत १० मैल आणि कुतऱ्याचे धांवण्याचा वेग १ अवरांत १८ मैल आहे. पुढें कुतऱ्यानें त्या सशास धरिलें. तेव्हां मध्यें काळ किती गेला व कुतरा किती चालला तें सांग.

उत्तर, ६० 2/3 सेकंद आणि ५३० चार्डि.

एकुणचाळिसावा, कोणी एक गृहस्थ ३१ पत्नी स्त्री गेव्हा असतां मरण पावला, त्यानें पूर्वीच लिहून ठेविलें होतें कीं, "माझे द्रव्य ६३०० रुपये आहेत, त्यांतून मला कऱ्या

साडी

झाली असता तिला एकहिता व बायकोस दोनहिसे द्यावे.
 आणि जर पुत्र झाला तर, बायकोस एकहिता आणि पुत्रास
 दोनहिसे द्यावे. पुढे तिला एककन्या व एकपुत्र अशी दोन जु
 ळीं मुलें झाली, तेव्हां तें द्रव्य त्या तिघांस कसें वांटून द्यावें?

उत्तर, कन्या ९००; स्त्री १८००; पुत्र ३६००.

चाळिसावा, कोणी एके गृहस्थाने मरण समयी आ
 पले द्रव्य अ. ब. क. या तिघां पुत्रांस वांटून दिले. तें असें
 की, जर बला ३ तर अला ४ आणि जर बला ६ तर कला
 ५ या प्रमाणे. त्यात अचा वांटा ४०००० रुपये आहे; ते
 व्हां सगळें द्रव्य किती?

उत्तर, ९५००० रुपये

एकेलाळिसावा, एक त्रिकोणाकृति क्षेत्र आहे. त्या
 वा पाया २ एकर ३० गुंठे आणि उंची २० गुंठे ८ आणे
 आहे. तेव्हां त्याचें क्षेत्रफळ किती होईल? आणि दर
 एकरास २ रुपये प्रमाणे त्या क्षेत्राचा आकार किती झाला?

उत्तर, { २८ गुंठे ७ ३/४ प्र. गुंठे क्षेत्र-
 १ रु. १ पा. ६ ३/४ र. आकार.



समाप्त.

अपूर्णाकाचं शुद्धिपत्र

पृष्ठ	पंक्ति	अशुद्ध	शुद्ध
१	९	हं त्रैराशि.	हं त्रैराशिक
३२	९	१ शेर १ पायली.	१ शेर १ पाव.
५७	१७	१००	पा. ३. १००
		पा. ३. १००	१००
६६	३३	उत्तर २९६.०४ $\frac{१}{२}$	उत्तर २९६.०४
११८	१५	२ पावले ९० $\frac{३}{४}$ रेस रास.	२ पावले ९० $\frac{३०}{३५}$ रेस नवर्षाची रास
३४२	१५	{ ८ वें ४ शेर ० वें १२ शेर	{ ८ वें १२ शेर ० वें ४ शेर
३४६	१०	{ ४ वें ३ शेर ० वें ९ शेर	{ ४ वें ३ शेर ० वें ३ शेर
३५६	६	बचे दुपट	बचें चौपट
—	८	उत्तर २५०. रुवये	उत्तर २७०. रुव