

नं. १४

म. ग्रं. सं. ठाणे

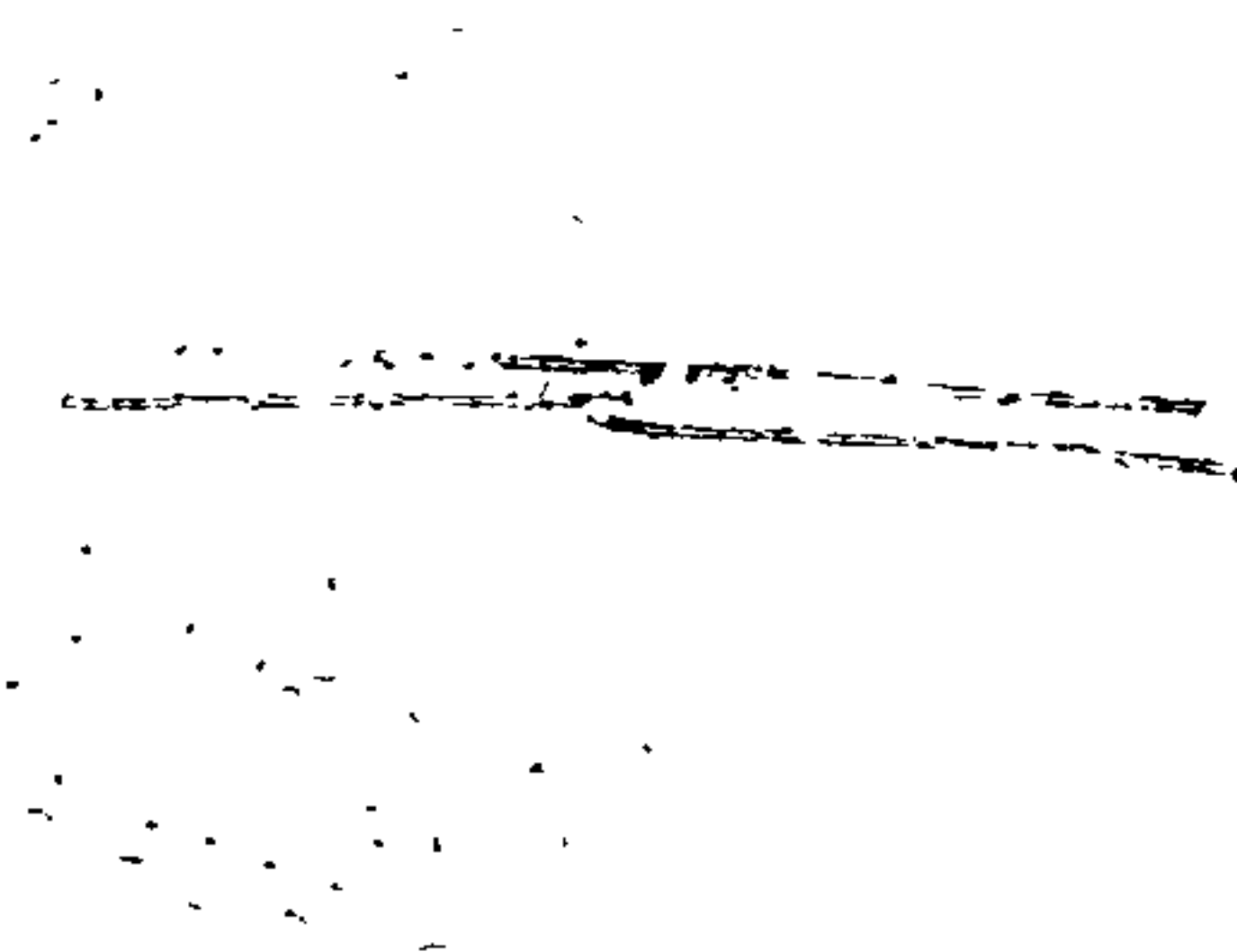
म. ग्रं.
विषय
सं. नं.

विषय
ग. व. ५२५
संग्रहालय क्रमांक
५५

लेखक क. ल. जे. आ. र.
जालि स साहेब
पुस्तकाचे नांव डंक गोपिल भाग २
अपूर्णाक



28



मं. गं. ३०१. ३७

ARITHMETIC.

Part II.



APURNAIK



A new edition.

*Lithographed at the Press
of the Poona College.*

1856

मं. गं. २१. ७७१२

सं. ग. श. ३०

~~२३०९~~

अंकगणित दुसरा भाग.

अपूर्णांक



हे पुस्तक शाळें तील विद्यार्थ्यांकरितां तयार करून

पुणे पाठशाळेंकडील छापखान्यांत छापिलें

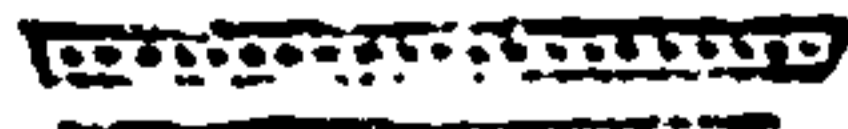
नवी जाहति

मुकामपुणे

छापणार नारो रामचंद्र ठकार रु० व्हा०

इसवी संन १८५६

शके १७७७



दुसरें भागाची अनुक्रमणिका.

प्रकरणे.	पृष्ठ.
कार्यप्रकाशकचिह्नें - - - - -	१
—*—	
व्यवहारी अपूर्णांक. - - - - -	३
व्यवहारी अपूर्णांकाचा रूपभेद. - - - - -	६
— मिळवणी. - - - - -	४०
— वजाबाकी. - - - - -	४४
— गुणाकार. - - - - -	४६
— भागाकार. - - - - -	४८
— त्रैराशिक. - - - - -	५०
—*—	
दशांश अपूर्णांक. - - - - -	५५
— मिळवणी: - - - - -	५७
— वजाबाकी. - - - - -	६०
— गुणाकार. - - - - -	६१
— भागाकार. - - - - -	६८
— भांजणी. - - - - -	७१

व्युत्क्रममिश्रगणित	-	-	-	-	-	-	-	-	१८८
इष्टराशि	-	-	-	-	-	-	-	-	१९९
एकेरी इष्टराशि	-	-	-	-	-	-	-	-	२००
दुहेरी इष्टराशि	-	-	-	-	-	-	-	-	२०३
प्रश्नसमुदाय	-	-	-	-	-	-	-	-	२१५



वर्ग धन आणि मूळें त्यांचे कोष्टक	-	-	-	-	-	-	-	-	२२९
----------------------------------	---	---	---	---	---	---	---	---	-----



दशांशत्रैराशिक.

दशांशपंचराशिक.

द्वादशांशगुणाकार.

घातकर्म.

मूलकर्म.

वर्गमूळ.

घनमूळ.

कोणतेहीमूळ काढणे.

उत्तर गुणोत्तर प्रमाण आणि श्रेढी ह्यांची व्याख्या.

गणितश्रेढी.

भूमितिश्रेढी.

घात व मूळ ह्यांनी चक्रवाट व्याजकरणे.

सर्कत.

एकेरी सर्कतीच्या वांटणीची रीत.

दुहेरी सर्कतीच्या वांटणीची रीत.

मिश्रगणित.

मध्यमिश्रगणित.

८८

९२

९४

१००

१०६

१०८

१२२

१३०

१३८

१४९

१५५

१६२

१६९

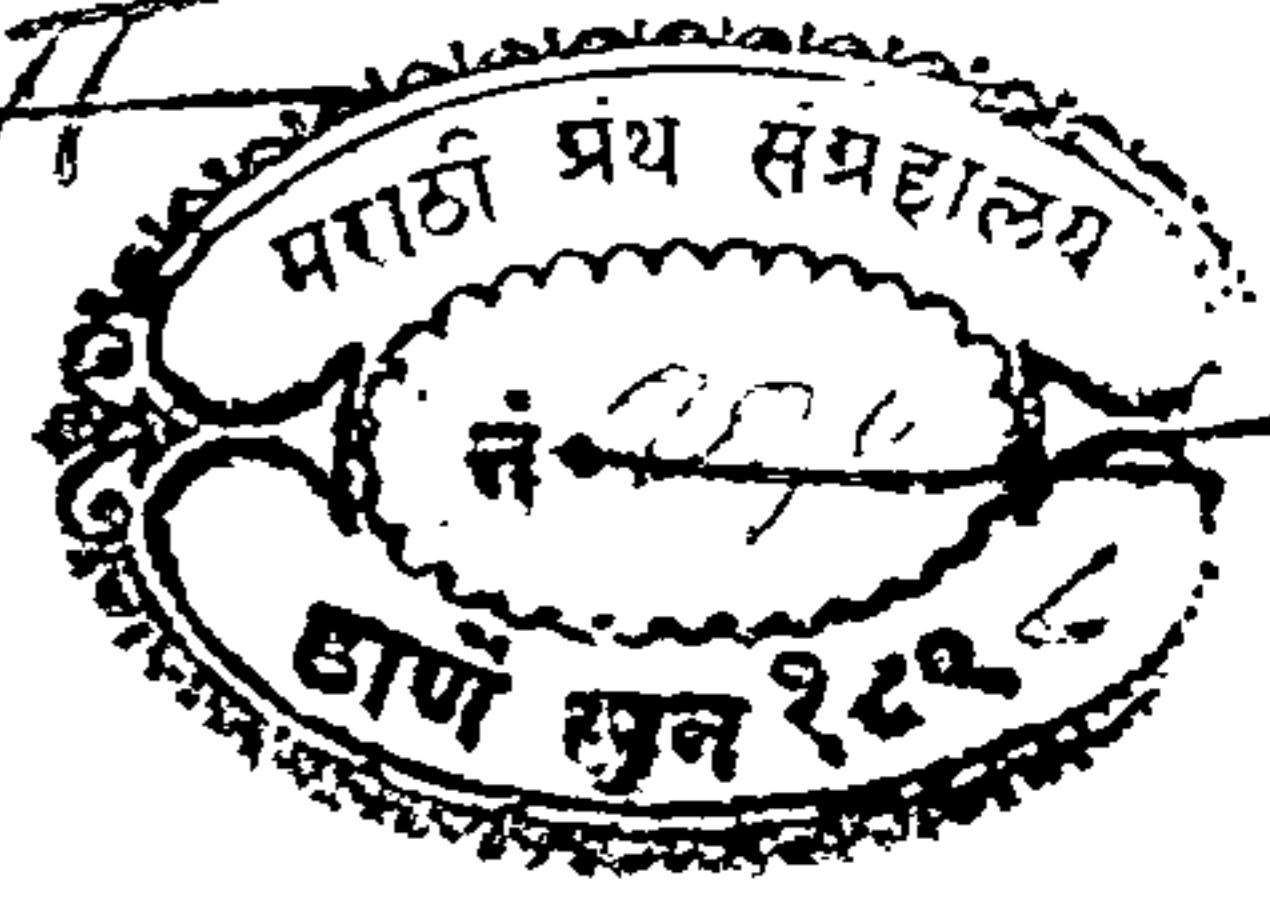
१७०

१७८

१८३

१८३

अपूर्णांक.
कार्यप्रकाराकचिह्नें.



गणित आणि बीजगणीत ह्यांमध्ये कित्तीएक कामांची प्रकाशाक म्हणजे दाखविणारीं चिह्नें आहेत तीं प्रथम लिहितों.

+ हें चिह्न अधिक करण्याचें, म्हणजे मिळविण्याचें, ह्यास धनचिह्न म्हणतात.

— हें उणे करण्याचें, म्हणजे वजा करण्याचें, ह्यास ऋण चिह्न म्हणतात.

× हें गुणण्याचें.

÷ हें भागण्याचें.

: :: : हें त्रैराशिगणित करण्याचें.

= हें म्हणजे शब्दाचें, किंवा बराबर ह्या अर्थाचें.

√ हें वर्गमूळ समजण्याचें.

∛ हें घनमूळ समजण्याचें.

२, ३, इत्यादि कोणत्याही संख्येचा वर्ग घन इत्यादि घातविवक्षित असतां त्या संख्येच्या वर उजवे बाजूस २, ३, इ०. बा-
रीक अंकाचें चिह्न करतात, त्यास घातप्रकाराक म्हणतात.



ह्यांच्या उपयोगाचीं स्थळे.

- ५+३ ह्यांत ५ आणि ३ ह्यांची मिळवणी करावी, असें मध्यम चिद्ग दाखवितें.
- ६—२ ह्यांत साहांतून दोन उणे करावे, म्हणजे साहांत दोन वजा करावे, असें मध्यमचिद्ग दाखवितें.
- ७x३ ह्यांत सातांला तिहींनीं गुणावें, हें मध्यमचिद्ग दाखवितें.
- ८÷४ ह्यांत आठ चोहोंनीं भागावें, असें मध्यमचिद्ग दाखवितें.
- २:३::४:६ ह्यांत जसे दोन तिहींस तसे चार साहांस, असेंही चिद्गें दाखवितात.
- ७^१ ह्यांत सातांचा वर्ग करावा, हें तो वरचा लहान अंक दाखवितो.
- ८^१ ह्यांत आठांचा घन करावा, हें तो वरचा लहान अंक दाखवितो.
- √३ किंवा ३ ह्यांत तिहींचें वर्गमूळ काढावें, असें हें चिद्ग दाखवितें.
- √५ किंवा ५ ह्यांत पांचांचें घनमूळ काढावें, असें हें चिद्ग दाखवितें.



व्यवहारी अपूर्णांक.

ह्याच्या पूर्वी पूर्णांकगणिताचा मार्ग लिहिला, परंतु सर्वत्र पूर्णांकगणितानेच निर्वाह होत नाही, ह्याजकरिता अपूर्णांक गणिताचा मार्ग लिहितो.

जो अंक एके सगळे वस्तूचे किंवा संख्येचे एक किंवा अनेक अवयव दारववितो त्यास अपूर्णांक म्हणतात. त्या वस्तूचे किती अवयव आहेत ते ह्या दोन अंकापासून कळते.

जसे, १ वस्तूचे ५ भाग करून त्यांतून जो १ भाग त्यास १ पंचमांश म्हणतात. तो १ पंचमांश लिहिण्याचा संप्रदाय असा, कीं प्रथम वर १ त्याचे खालीं— अशी रेघ आणि त्या रेघेखालीं ५ मिळून असें $\frac{१}{५}$ म्हणजे हा १ पंचमांश झाला. तसें कोणें वस्तूचे ३६५ भाग करून त्यांतून ३० भाग घेणें, तर प्रथम वर ३० त्याचे खालीं— रेघ त्याचे खालीं ३६५ मिळून असें $\frac{३०}{३६५}$ म्हणजे ३०तीनशें पांसष्ट अंश झाले. म्हणजे ३६५ भागांतून ३० भाग घेतले.

छेद म्हणजे सगळे वस्तूचे समान किमतीचे केलेले भाग, ते रेघेखालीं मांडावे. हे छेद भागाकारांत भाजकस्थळीं होतात; आणि अंश म्हणजे छेदांतून घेतलेले भाग, ते रेघेवर मांडावे. हे भागाकाराची बाकी दारववितात; आणि त्या दोन संख्यांस अपूर्णांकांची

पदे म्हणतात.

हे अपूर्णांकगणित व्यवहारांत लोक फार घेतात, ह्या गणिताहून दशांश अपूर्णांकगणित वेगळें आहे, म्हणून ह्यास व्यवहारी अपूर्णांक हें नांव दिलें आहे.

ह्या अपूर्णांकांच्या जाति ६ आहेत. अशा कीं; सम, विषम, भागजाति, प्रभागजाति, भागानुबंधपूर्णक, आणि मिश्रअपूर्णक.

जेव्हां अंश छेदांहून उणे आहेत, तेव्हां त्यांस समअपूर्णक म्हणतात. जसें, $\frac{1}{2}$ अथवा $\frac{2}{3}$ अथवा $\frac{3}{4}$

जेव्हां अंश छेदांचे बरोबर अथवा अधिक आहेत, तेव्हां त्यांस विषमअपूर्णक म्हणतात. जसें, $\frac{3}{2}$ अथवा $\frac{4}{3}$ अथवा $\frac{5}{4}$

अंश छेदांहून उणे असोत किंवा अधिक असोत किंवा बरोबर असोत, वर अंश आणि खालीं छेद असा जेव्हां केवळ अपूर्णांक आहे, तेव्हां त्यांस भागजाति अपूर्णांक म्हणतात. जसें, $\frac{1}{2}$ अथवा $\frac{3}{4}$

जेव्हां अपूर्णांकाचा अपूर्णांक आहे तेव्हां त्यांस प्रभागजाति अपूर्णांक म्हणतात. ह्याची लिहिण्याची रीति मध्ये षष्ठी प्रत्यय घालून आहे. जसें, $\frac{3}{4}$ चा $\frac{1}{2}$ अथवा $\frac{3}{4}$ चे $\frac{1}{2}$ चे $\frac{3}{4}$

जेव्हां पूर्णांक लिहून पुढें त्यांजवळच अपूर्णांक लिहिला

असतो, तेव्हां त्यास भागानुबंधपूर्णांक म्हणतात. जसें, $3\frac{1}{2}$ अथवा $1\frac{1}{2}$ अथवा $2\frac{1}{2}$

जेव्हां अंश आणि छेद हे सम, विषम, भागानुबंधपूर्णांक अथवा प्रभागजाति असतात, तेव्हां त्या अपूर्णाकास मिश्रअपूर्णांक म्हणतात. जसें, $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 2\frac{1}{3}$ अथवा $\frac{2}{3}$ चा $\frac{1}{3}$ हे सर्व मिश्रअपूर्णांक होत.

पूर्णांक संख्येस अपूर्णाकांचें रूप होते तें असें, पूर्णांक संख्ये खालीं छेदस्थळीं १ लिहावा. जसें, ३ ह्या खालीं रेघ फाडून खालीं १ लिहावा म्हणजे $3\frac{1}{1}$ अथवा $\frac{3}{1}$ इत्यादि.

कोणताही अपूर्णांक भागाकार सुचवितो, म्हणजे अंश छेदांनीं भागून जो भागाकार येतो ती त्याची किंमत आहे. जसें, $\frac{1}{2}$ ह्यांची किंमत $\frac{1}{2}$ आहेत. आणि $\frac{3}{4}$ ह्यांची किंमत $\frac{3}{4}$ त्यांचे बराबर आहे.

ह्या वस्तू दिसते, कीं जर अंश छेदांहून उणे आहेत तर अपूर्णाकांची किंमत १ हून उणी आहे. आणि जर अंश छेदां बराबर आहेत तर अपूर्णाकांची किंमत बराबर केवळ १ आहे. आणि जर अंश छेदांहून अधिक आहेत तर अपूर्णाकांची किंमत १ हून अधिक आहे.



व्यवहारी अपूर्णाकांचा रूप भेद.

व्यवहारी अपूर्णाकांचा रूपभेद म्हणजे रूपाचा बदल करणे, हा रूपभेद अपूर्णाकांची मिळवणी वजाबाकी इत्यादि कामांत करावा लागतो, ह्याजकरितां ह्याचे प्रकार पुढें सांगतो.

कृत्य

दृढभाजक काढायचे.

दृढभाजक म्हणजे अनेक रकमा आहेत त्या ज्या अंकानें निःशेष भागल्या जातात. तो अंक, ज्यापेक्षां मोठा अंक भाजक असत नाहीं. हा दृढभाजक काढण्याची रीति अशी.

जेव्हां दोन रकमा आहेत, तेव्हां त्यांत जी मोठी रकम असेल ती लहान रकमेनें भागावी, आणि बाकी राहिल ती भाजक कल्पून ती लहान रकम भागावी. जी बाकी राहिल ती भाजक आणि पूर्वभाजक तो भाज्य असें कल्पून त्यानें तो भागावा. ह्या प्रमाणें बाकी ० होई पर्यंत करावें. शेवटील जो भाजक म्हणजे ज्या भाजकानें भागितां भाज्य निःशेष झाले तो दृढभाजक जाणावा.

जेव्हां तीन किंवा अधिक रकमा आहेत, तेव्हां जो दोहों रकमांचा दृढभाजक आला असेल त्यानें तिसरी रकम वर सांगितल्या

प्रमाणें भागाची. शेवटीं ज्या भाजकानें शेवटील भाज्य निःशेष भा-
गला जाईल, तो त्या सर्व रकमांचा दृढभाजक म्हणावा.

कदाचित् भाजकानें भागतां भाज्याचा १ मात्र बाकी राहिला
तर त्या रकमांचा दृढभाजक निघत नाही. म्हणजे त्या रकमा अवि-
भाज्य होत, असें जाणावे.

* अविभाज्य संख्या त्या आहेत, ज्यांस एकावांचून दुसरा भाजक निःशेष
भागित नाही; जसें, २, ३, ५, ७, ११, १३, १७ इत्यादि ह्या संख्यांचा शोध पूर्व
काळापासून चालत आहे; आणि अशा संख्या जाणायासाठीं एक चांगली रीति आ-
जच्या दिवशी अपेक्षित आहे.

(इरातास् थेनीस्.) ह्या नामें एक मोठा ज्योतिषी मिश्रदेशांत होता त्यानें
ह्या अपेक्षितासाठीं एक युक्ति काढिली, जीस त्यानें चालनी असें नांव ठेविलें. कांकी
त्या युक्तीनें अविभाज्य संख्या इतर संख्यांहून निराव्या करितां येतात; आणि
अशा रीतीस विषम म्हणतात, कांकीं फार मोठ्या विस्तारावांचून थोडक्यांत सरळ
रीतीनें कोणतीही संख्या भागिली जायास योग्य आहे कीं नाही हें समजांत येत
नाहीं. अशा विस्तार रीति आजपर्यंत चालली आहे तीही आहे.

एकापासून कोणतेही इच्छिले संख्ये पावेतो सर्व विषम संख्या अनुक्र-
मानें लिही, जसें,

१	३	५	७	९	११	१३	१५	१७	१९
२१	२३	२५	२७	२९	३१	३३	३५	३७	३९
४१	४३	४५	४७	४९	५१	५३	५५	५७	५९
६१	६३	६५	६७	६९	७१	७३	७५	७७	७९
८१	८३	८५	८७	८९	९१	९३	९५	९७	९९

उदाहरणें.

पहिलें, २४६ आणि ३७२ ह्या दोन रकमांचा दृढभाजक को-
णता तो काढ.

२४६) ३७२ (

$$\begin{array}{r} 246 \\ \underline{123} \\ 123 \\ \underline{120} \\ 120 \\ \underline{120} \\ 0 \end{array}$$

ह्या दोहों रकमांत लहान र-
कम आहे तो भाजक आणि
मोठी रकम भाज्य असें मां-
डावें, नंतर भागावें. आतां
बाकी १२६ राहिले त्यांनीं पू-
र्व भाजक २४६ ते भाज्य क-
ल्पून भागावे, बाकी १२० रा-

हिले ते भाजक, त्यांनीं पूर्व भाजक १२६ ते भाज्य कल्पून भागावे, बाकी

आतां प्रथमच्या अविभाज्य संख्येपासून आरंभ कर, आणि तीपासून ति-
सऱ्या संख्येवर एक एक बिंदु कर, कां कीं ती ती संख्या तिहींनीं निःशेष भागिली
जाते. जसें, ९, १५, २१ इत्यादि.

नंतर पांचांपासून पांचवे पांचवे स्थळीं बिंदु कर, कां कीं ती ती संख्या पां-
चांनीं निःशेष भागिली जाते. जसें, १५, २५, ३५ इत्यादि.

पुनः सातांपासून सातवे सातवे संख्येवर बिंदु कर, कां कीं ती ती संख्या
सातांनीं निःशेष भागिली जाते, जसें, २१, ३५, ४९ इत्यादि.

असें केलें असतां ज्या संख्या बिंदूवांचून आहेत त्या अविभाज्य संख्या
जाणाव्या, म्हणून ७ आणि १०० ह्या दोहों संख्यांच्यामध्ये कोणतीही अविभाज्य

६ राहिले ते भाजक, त्यांनीं पूर्वभाजक १२० ते भाज्य कल्पून भागावे, बाकी ० तेव्हां शेवटील भाजक ६ ह्यांस दृढभाजक म्हणावे. त्यानें दोन्ही रकमा निःशेष भागल्या जातात.

दुसरे, २१६ आणि २८८ ह्यांचा दृढभाजक कोणता ?

उत्तर, ७२

तिसरे, ३२४ आणि ६१२ ह्यांचा दृढभाजक कोणता ?

उत्तर, ३६

संख्या नाही, कां कीं जर कोणतीही संख्या कोणतेही अविभाज्य संख्येनें निःशेष भागिली जात नाही, परंतु ती अविभाज्य संख्या अशी असावी कीं सांगितल्या संख्येचे वर्गमुळापेक्षां उणी, तर असें जाणावे कीं सांगितली संख्या स्वतः अविभाज्य संख्या होय, सर्वसमसंख्यां मध्यें २ ही समसंख्या मात्र अविभाज्य संख्या आहे, म्हणून दोहों पासून १०० पर्यंत पुढें सांगतो ह्या संख्या अविभाज्य संख्या आहेत, २, ३, ५, ७, ११, १३, १७, १९, २३, २९, ३१, ३७, ४१, ४३, ४७, ५३, ५९, ६१, ६७, ७१, ७३, ७९, ८३, ८९, ९७,

ह्या चालनी वांचून दुसरी थोडक्यांत कोणतीही रीत नाही, कीं जिणे करून अविभाज्य संख्या समजांत येईल, म्हणजे आज पावेतो ज्योतिषा मध्यें अशी रीति सांपडली नाही.

चौथे, ५२५ आणि ६३० ह्यांचा दृढभाजक कोणता?

उत्तर, १०५

पाचवे, १९५ आणि ७८० ह्यांचा दृढभाजक कोणता?

उत्तर, १९५

साहावे, ३२४ आणि १०३२ ह्यांचा दृढभाजक कोणता?

उत्तर, १२

सातवे, ६३० आणि ९३६ ह्यांचा दृढभाजक कोणता?

उत्तर, १८

तीनरकमांची उदाहरणे.

पहिले, ९३६, १९०० आणि ६३० ह्यांचा दृढभाजक कोणता तो काढ.

$$९३६ \mid १९०० \quad (२)$$

$$\underline{१८७२}$$

$$३६ \mid ९३६ \quad (२६)$$

$$\underline{७२}$$

$$२१६$$

$$\underline{२१६}$$

...

म्हणजे १९०० आणि ६३० ह्यांचा दृढभाजक ३६ आहे, नंतर.
३६) ६३० (१७

$$\begin{array}{r} 36 \\ \hline 200 \\ 252 \\ \hline 90) 36 (2 \\ \hline 36 \\ \hline \end{array}$$

ह्याजकरिता सांगितल्या संख्यांचा दृढभाजक १० आहे.
दुसरे, ३२४, ६१२ आणि १०३२ ह्यांचा दृढभाजक कोणता?

उत्तर, १२

प्रथमप्रकार.

अपूर्णांकाना संक्षेप करायाचा.

रीति.

पूर्वरीतीप्रमाणे छेद व अंश ह्यांचा दृढभाजक काढावा, नंतर त्यानें ते छेद व अंश भागावे, जो भागाकार येईल तो संक्षेप सा-

ला. छेदांचा भागाकार छेदस्थळीं मांडावा. हा छेदसंक्षेप त्या छेदांचे बरोबर किमतीचा होय. तसा अंशांचा भागाकार अंशस्थळीं मांडावा, हा अंश संक्षेप त्या अंशांचे बरोबर किमतीचा होय.

+ सांगितल्या अपूर्णाकांच्या पदांस म्हणजे अंश आणि छेद ह्यांस कोणत्याही संख्येनें भागावे, कीं, जिनें तीं निःशेष भागि-

+ स्पष्ट आहे कीं जर सांगितल्या अपूर्णाकांचे पदांस भळत्या एकाच अंकानें भागिलें तर दुसरा अपूर्णाक उत्पन्न होईल, त्याचा भाव सांगितल्या अपूर्णाका बरोबर होईल. आणि अशा रीतीनें जो चालेल तो पुनःपुनः भागाकार केला आहे, अथवा जेव्हां भाजक अतिदृढ आहे तेव्हां ही, स्पष्ट आहे कीं नवी अपूर्णाकांचीं पदे जीं उत्पन्न होतात त्यांपेक्षां संक्षेप व्हायास अशक्य.

पाहा, १, कोणत्याही संख्येच्या शेवटीं जर समअंक अथवा पूज्य असेल, तर ती सर्व संख्या २ ह्यांनीं भागिली जाईल.

२, कोणत्याही संख्या ज्यांच्या शेवटीं ५ किंवा ० आहे त्या सर्व पांचांनीं भागिल्या जातील.

३, जर कोणत्याही संख्यांच्या उजवेकडे शेवटीं ० आहे तर त्या सर्व संख्या १० नीं भागिल्या जातील; जर दोन शून्ये असतील तर त्या सर्व संख्या १०० नीं भागिल्या जातील; जर तीन शून्ये असतील तर १००० नीं भागिल्या जातील; आणि असें पुढेही, असा भागाकार करायासाठीं शून्ये मात्र कापावीं.

४, जर कोणतेही संख्येचे शेवटील दोन अंक चोहोनीं भागिले जातील तर ती सर्व संख्या चोहोनीं भागिली जाईल. आणि शेवटील ३ अंक जर आठांनीं भागिले जातील तर ती सर्व संख्या आठांनीं भागिली जाईल. असें पुढेही.

ली जातील, नंतर जे भागाकार येतील त्यांस तशा रीतीनें दुसरे संख्येनें भाग, असें पुढें ही करित जा, जों पर्यंत एकावांचून दुसरे कोणतेही संख्येनें भागितां नयेईल, म्हणजे ते शेवटील भागाकार सांगितल्या अपूर्णांक पदांचा संक्षेप झाला.

५, जर कोणतेही संख्येचे सर्व अंकांची बेरीज तिहींनीं किंवा नवांनीं भागिली जाईल तर ती संख्या तिहींनीं किंवा नवांनीं भागिली जाईल.

६, जर उजवेकडील शेवटींचा अंक सम असून सर्व अंकांची बेरीज ६नीं भागिली जाईल तर ती सर्व संख्या साहांनीं भागिली जाईल.

७, जर कोणत्याही संख्येचे विषमस्थळांचे अंकांची बेरीज समस्थळांचे अंकांचे बेरीजे बराबर आहे, तर ती सर्व संख्या ११नीं भागिली जाईल.

८, जर कोणत्याही संख्या आपल्या वर्गमूळाहून उण्या संख्येनें निःशेष भागिली जात नाही, तर ती अविभाज्य संख्या जाणावी, ती एकावांचून कोणत्याही अंकांनें भाग्यास अव्यक्त.

९, दोन आणि पांच ह्यांशिवाय सर्व अविभाज्य संख्यांचे एकचे स्थळीं हे अंक असतात, १, ३, ७ किंवा ९; आणि ह्यांशिवाय दुसऱ्या सर्व संख्या (कंपुसैट) म्हणजे भागिल्या जाया जाण्या आहेत म्हणून भागिल्या जातात.

१०, जेव्हां कोणत्याही संख्या धन किंवा ऋण चिह्नांनीं जोडिल्या असून त्यांस कोणतेही दुसरे संख्येनें भागायचें आहे तर त्या प्रत्येक संख्येस वेगळे वेगळे भागिलें पाहिजे; जसें, $\frac{१० + ८ - ४}{२} = ५ + ४ - २ = ७$

११, परंतु जर संख्या गुणाकाराच्या चिह्नांनीं जोडिली आहे तर त्यांतील एक संख्या भागावी, जसें, असे भागाकार त्या त्या अंकाच्या बर किंवा खालीं मांडावे.

$$\frac{१० \times ६ \times ३}{६ \times ३} = \frac{१० \times ४ \times ३}{६ \times ३} = \frac{१० \times ६ \times १}{३ \times ३} = \frac{१० \times २ \times १}{१ \times १} = \frac{२०}{१} = २०$$

उदाहरण.

पहिले, $\frac{296}{200}$ ह्यांचा संक्षेप काय होतो ?

$\frac{296}{200} = \frac{3}{4}$ ह्यांचा दृढभाजक ७२ त्याने २९६ हा अंशांक भागावा, भागाकार ३ आले ते अंशास्थळी लिहावे, नंतर ७२ ह्या दृढभाजकाने २०० हा छेद भागावा, भागाकार ४ आले ते छेदस्थळी लिहावे. $\frac{296}{200}$ हे अपूर्णांक व $\frac{3}{4}$ हा अपूर्णांक संक्षेप, हे दोन्ही बराबर किंमतीचे होत. अथवा ह्याप्रमाणे.

$$\frac{296}{200} = \frac{72}{72} = \frac{296}{72} = \frac{72}{72} = \frac{4}{4} = \frac{3}{4} \text{ हे उत्तर.}$$

दुसरे, $\frac{154}{100}$ ह्यांचा संक्षेप काय होतो ?

उत्तर, $\frac{7}{5}$

तिसरे, $\frac{136}{200}$ ह्यांचा संक्षेप काय होतो ?

उत्तर, $\frac{3}{5}$

चवथे, $\frac{424}{600}$ ह्यांचा संक्षेप काय होतो ?

उत्तर, $\frac{5}{7}$

दुसरा प्रकार.

भागानुबंधपूर्णकास बराबर किंमतीचे विषम अपूर्णाकाचे रूप घावयाचा.

रीति.

†
 पूर्णांकस अपूर्णांकाच्या छेदांकानें गुणावें, आणि त्यांत अंशांक मिळवावा. जी बेरीज होईल त्याचे खालीं रेघ फाडून छेदांक लिहावा, म्हणजे हा विषमअपूर्णांक त्या भागानुबंधपूर्णांकाचे बराबर किंमतीचा होतो.

उदाहरणें.

पहिलें, $23 \frac{2}{5}$ त्या भागानुबंधपूर्णांकस विषमअपूर्णांकाचे बराबर किंमतीचें रूप दे.

$$\begin{array}{r}
 23 \frac{2}{5} = \frac{117}{5} \\
 \hline
 117 \\
 \hline
 2 \\
 \hline
 119 \\
 \hline
 = \frac{23 \times 5 + 2}{5} = \frac{117}{5}
 \end{array}$$

पूर्णांक २३ ते ५ छेदानें गुणून त्यांत २ अंश मिळवावे, म्हणजे,
 $(23 \times 5 = 115) + 2 = 117$ त्याचे खालीं छेदांक ५ लिहावा, म्हणजे हे त्यांचे बराबर किंमतीचे होत.

† स्पष्टदिसतेकीं, अपूर्णांकांतल्या छेदांनीं पूर्णांक गुणिले असतां तो गुणाकार त्या अंशांशीं सजातीय होतो. आणि उघड आहे, कीं कोणत्याही अवयवीस भलत्या संख्येनें गुणावें आणि तो गुणाकार त्याच संख्येनें भागावा हीं दोनही बरोबर भावाचीं आहेत. म्हणून अपूर्णांक हेंच दाखवितो, कीं अशास्त छेदांनीं भागावें.

नुबंधपूर्णांक जाणावा.

उदाहरणे.

पहिले, $\frac{12}{3}$ ह्या विषम अपूर्णाकास पूर्णाकाचे रूप दे.

आतां $\frac{12}{3}$ अथवा $12 \div 3 = 4$ हे उत्तर.

दुसरे, $\frac{15}{7}$ ह्या विषम अपूर्णाकास भागानुबंधपूर्णाकाचे रूप दे.

आतां $\frac{15}{7}$ अथवा $15 \div 7 = 2\frac{1}{7}$ हे उत्तर,

तिसरे, $\frac{649}{10}$ ह्या विषम अपूर्णाकास भागानुबंधपूर्णाकाचे रूप दे.

उत्तर, $64\frac{9}{10}$

चौथे, $\frac{96}{9}$ ह्या विषम अपूर्णाकास पूर्णाकाचे रूप दे.

उत्तर, ८

पांचवे, $\frac{1362}{25}$ ह्या विषम अपूर्णाकास भागानुबंधपूर्णाकाचे रूप दे.

उत्तर, $54\frac{12}{25}$

साहावे, $\frac{3915}{10}$ ह्या विषम अपूर्णाकास भागानुबंधपूर्णाकाचे रूप दे.

उत्तर, $391\frac{5}{10}$

दुसरें, १२ ॐ ह्या भागानुबंधपूर्णांकास विषमअपूर्णांकाचे रूप दे.

उत्तर, $\frac{११५}{६}$

तिसरें, १४ ॐ ह्या भागानुबंधपूर्णांकास विषमअपूर्णांकाचे रूप दे.

उत्तर, $\frac{१४७}{१०}$

चौथें, १८ ॐ ह्या भागानुबंधपूर्णांकास विषमअपूर्णांकाचे रूप दे.

उत्तर, $\frac{३८४८}{२१}$

तिसरा प्रकार.

विषमअपूर्णांकास बराबर किंमतीचे पूर्णांकाचे अथवा भागानुबंधपूर्णांकाचे रूप द्यावयाचा.

रीति.

अंशांक छेदांकानें भागावा, भागाकार येईल तो पूर्णांक जाणावा. अथवा बाकी राहिल्यास तो पूर्णांक व बाकी मिळून भागा-

* स्पष्ट आहे कीं. ही रीत पूर्वरीतीचीच उलट आहे, आणि हिचे कारण सरळ भागाकाराचे गुणाकारापासून प्रकट आहे.

चौथा प्रकार.

पूर्णाकास सांगितले तितके छेद करावयाकरितां बराबर किंमतीचे अपूर्णाकाचे रूप द्यावयाचा.

रीति.

जितके छेद करावयाचे तितक्या संख्येच्या अंकानें पूर्णाक गुणावा, आणि त्या गुणाकाराखालीं तो गुणक छेदस्थानी लिहावा.

उदाहरणें.

पहिलें, ९ ह्या पूर्णाकास अपूर्णाकाचे रूप दे. असें कीं, छेदस्थळीं ७ होतील आणि किंमत बराबर राहील.

$$९ \times ७ = ६३ \text{ तेव्हां } \frac{६३}{७} \text{ हें उतर,}$$

$$\frac{६३}{७} = ६३ \div ७ = ९ \text{ हा ताळा.}$$

दुसरें, १२ ह्या पूर्णाकास अपूर्णाकाचे रूप दे. असें कीं, छेदस्थळीं १२ होतील

$$\text{उत्तर, } \frac{१२६}{१२}$$

येथें एकाच अंकानें गुणाकार व भागाकार द्वाविळे आहेत म्हणून किंमतींत फेर पडत नाही.

तिसरे, २७ ह्या पूर्णाकास अपूर्णाकाचे रूप दे. असें कीं.
छेदस्थळीं ११ होतील.

$$\text{उत्तर, } \frac{२९७}{११}$$

चौथे, ३२ ह्या पूर्णाकास बराबर किंमतीचे अपूर्णाका-
चे रूप दे. असें कीं, छेदस्थळीं १५ होतील.

$$\text{उत्तर, } \frac{४८०}{१५}$$

पांचवे, ४० ह्या पूर्णाकास बराबर किंमतीचे अपूर्णाकाचे
रूप दे. असें कीं, छेदस्थळीं २० होतील.

$$\text{उत्तर, } \frac{८००}{२०}$$

पांचवा प्रकार.

प्रभागजाति अपूर्णाकास भागजाति अपूर्णाकाचे बरा-
बर किंमतीचे रूप द्यावयाचा.

रीति.

सर्वअंश परस्पर गुणावे, जो गुणाकार होईल तो
अंशस्थळीं लिहावा. तसें सर्वछेद परस्पर गुणावे, जो गुणा-

कार येईल तो छेदस्थळीं लिहावा. म्हणजे भागजाति अपूर्णांक झाला.

प्रभागजाति अपूर्णांकांमध्ये जर भागानुबंधपूर्णक असेल, तर त्यास पूर्वरीतीनें विषमअपूर्णांकाचें रूप द्यावें, आणि पूर्णांक असल्यास अपूर्णांकाचें रूप द्यावें.

जर अंशांचे ओळींतला अंक छेदांचे ओळींत आहे, किंवा छेदांचे ओळींतला अंक अंशांचे ओळींत आहे, तर ते दोन्ही छेकून ते त्या त्या ओळींत नाहीत असें समजावें. तसें कोणताही अंशांक आणि कोणताही छेदांक हे दोन्ही जर भलत्या एखाद्या अंकांनै निःशेष भागिले जातात तर ते भागून ते ते भागाकार त्यांच्या त्यांच्या जवळ मांडून पहिल्या अंकांच्या ऐवजीं कामांत घ्यावे.

+ ह्या रीतीची सत्यता ह्याप्रमाणें दाखविली जाते, सांगितले प्रभागजाति अपूर्णांक $\frac{5}{6}$ चे $\frac{2}{3}$ आहेत. आतां $\frac{5}{6}$ चा $\frac{2}{3} = \frac{5}{6} \div 3 = \frac{5}{9}$; ह्याजकरितां $\frac{5}{6}$ चे $\frac{2}{3} = \frac{5}{9} \times 2 = \frac{10}{9}$; म्हणजे ह्या अपूर्णांकाचे अंश सांगितले अपूर्णांकाचे अंशांचे गुणाकारा बरोबर आहेत, आणि ह्याचे छेद सांगितले अपूर्णांकाचे छेदांचे गुणाकारा बरोबर आहेत. जेव्हां प्रभागजाति अपूर्णांकांत दोहोंपेक्षां अधिक अवयव आहेत, तेव्हां वरचे प्रमाणें दोन अवयवांस भागजाति रूप देऊन त्यांशीं तिसरा अवयव त्या प्रमाणें जोडून लिहावा. ह्याप्रमाणें अधिक असतील तरीही

उदाहरणें.

पहिलें, $\frac{3}{4}$ चे $\frac{2}{3}$ चा $\frac{2}{3}$ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, ह्यांस बराबर किंमतीचें भागजाति अपूर्णांकाचें रूप दे.

$$\frac{3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2} = \frac{6}{24} \text{ ह्यांचा संक्षेप } \frac{1}{4} \text{ हें उत्तर.}$$

दुसरें, $\frac{10}{11}$ चे $\frac{2}{3}$ चे $\frac{2}{3}$ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, ह्यांस बराबर किंमतीचें भागजाति अपूर्णांकाचें रूप दे.

$$\frac{10 \times 2 \times 2}{11 \times 3 \times 3} = \frac{40}{99} \text{ ह्यांचा संक्षेप } \frac{40}{99}$$

$$\text{संक्षेपरीति, } \frac{40 \times 3 \times 3}{99 \times 3 \times 3} = \frac{4}{11} \text{ हें उत्तर.}$$

तिसरें, $\frac{5}{6}$ चे $\frac{2}{3}$ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, ह्यांस बराबर किंमतीचें भागजाति अपूर्णांकाचें रूप दे.

$$\text{उत्तर, } \frac{10}{36}$$

चौथें, $\frac{5}{6}$ चे $\frac{2}{3}$ चे $\frac{2}{3}$ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, ह्यांस बराबर किंमतीचें भागजाति अपूर्णांकाचें रूप दे.

$$\text{उत्तर, } \frac{2}{9}$$

* संक्षेपरीति, $\frac{2 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2} = \frac{1}{6}$ दोन ठिकाणीं २ आणि दोन ठिकाणीं ३ रद्द केल्यानें संक्षेप होतो.

ह्याची स्पष्टता अशी $\frac{1}{1} \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6} \frac{1}{7} \frac{1}{8} \frac{1}{9} \frac{1}{10} \frac{1}{11} \frac{1}{12} \frac{1}{13} \frac{1}{14} \frac{1}{15} \frac{1}{16} \frac{1}{17} \frac{1}{18} \frac{1}{19} \frac{1}{20} \frac{1}{21} \frac{1}{22} \frac{1}{23} \frac{1}{24}$

पांचवें, $३\frac{१}{२}$ चे $\frac{५}{२}$ चे $\frac{३}{२}$ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, ह्यांस बराबर किंमतीचें भागजाति अपूर्णांकाचें रूप दे.

उत्तर, $\frac{७}{२}$

साहावें, ४ चे $३\frac{१}{२}$ चे $\frac{५}{२}$ चे $\frac{३}{२}$ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, ह्यांस बराबर किंमतीचें भागजाति अपूर्णांकाचें रूप दे.

उत्तर, $२\frac{३}{२}$

सातवें, $\frac{५}{२}$ चे $\frac{३}{२}$ आणि २ ह्यांस बराबर किंमतीचें अपूर्णांकाचें रूप दे.

उत्तर, $२\frac{१}{२}$

आठवें, $५\frac{३}{२}$ चे $\frac{५}{२}$ चे $\frac{३}{२}$ चे $\frac{३}{२}$ चा $\frac{१}{२}$ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, ह्यांस भागजाति अपूर्णांकाचें रूप दे.

उत्तर, $\frac{३३}{२}$

नववें, $\frac{३}{२}$ चे $\frac{१२}{२}$ चे $\frac{३}{२}$ चे $\frac{३}{२}$ चे $\frac{१४}{२}$ हे प्रभागजाति अपूर्णांक आहेत, ह्यांस भागजाति अपूर्णांकाचें रूप दे.

उत्तर $\frac{१५}{२}$

साहावा प्रकार.

समच्छेद करण्याचा.

अपूर्णांक रकमांमध्ये वेगळाले छेद असले तर ते त्या रक-

मांची बरोबर किंमत राखून सर्वांचे सारखे छेद करणें हें सम-
च्छेद करणें होय.

रीति.

हरएक रकमेंतील अंश व त्याचे खालच्या छेदावांचून स-
र्व रकमांचे छेद हे परस्पर गुणावे, ह्या प्रमाणें जितक्या रकमा आ-
हेत तितके वेगळाले गुणाकार करावे, ते अंश होत. तसें सर्व र-
कमांतील छेद परस्पर गुणावे, तो गुणाकार त्या सर्वरकमांचा छे-
द होय[†].

जेव्हां सांगितल्या रकमांत भागानुबंधपूर्णकि किंवा पूर्णांक
अथवा प्रभागजाति अपूर्णांक येतो, तेव्हां त्यास प्रथमभागजा-
ति अपूर्णांकाचें रूप देऊन मग समच्छेद करावे.

उदाहरणें.

पहिलें, $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ आणि $\frac{3}{4}$ ह्यांस बराबर किंमतीचें
समच्छेदाचें रूप दे.

[†] ह्यापासून स्पष्ट आहे कीं, अंश आणि छेद हे एकाच संख्येनें गुणिले
असतां जो नवा अपूर्णांक उत्पन्न होतो तो पहिल्या अपूर्णांकाचेच किंमतीच होतो

$$\begin{array}{r}
 १ \times ३ \times ४ = १२ \text{ हा } \frac{१}{२} \text{ ह्याचा नवा अंश झाला.} \\
 २ \times ३ \times ४ = १६ \text{ हा } \frac{३}{४} \text{ ह्याचा नवा अंश झाला.} \\
 ३ \times २ \times ३ = १८ \text{ हा } \frac{२}{३} \text{ ह्याचा नवा अंश झाला.} \\
 \hline
 २ \times ३ \times ४ = २४ \text{ हा सर्व अंशांचा छेद झाला.}
 \end{array}$$

$$\frac{१२}{२४} \quad \frac{१६}{२४} \quad \frac{१८}{२४} \text{ हे उत्तर.}$$

अथवा.

ह्या कामांतील गुणाकार मनांत करून लिहावे, ते ह्या प्रमाणे.

$$\frac{१}{२} \quad \frac{३}{४} \quad \frac{२}{३} = \frac{१२}{२४} \quad \frac{१६}{२४} \quad \frac{१८}{२४} \text{ ह्यांचा संक्षेप करून =}$$

$\frac{१२}{२४}$ $\frac{१६}{२४}$ $\frac{१८}{२४}$ असे लिहावे. म्हणजे हे समच्छेद झाले.

दुसरे, $\frac{३}{४}$ आणि $\frac{२}{३}$ ह्यांस बराबर किंमतीचे समच्छेदाचे रूप दे.

तिसरे, $\frac{२}{३}$ आणि $\frac{१२}{२४}$ ह्यांस बराबर किंमतीचे समच्छेदाचे रूप दे.

$$\text{उत्तर, } \frac{२५}{३०} \quad \frac{७५}{३०} \quad \frac{१२०}{३०}$$

चौथे, $\frac{२}{३}$ आणि $\frac{४}{५}$ ह्यांस बराबर किंमतीचे समच्छेद
अपूर्णांक रूप दे.

उत्तर, $\frac{२५}{३०}$ $\frac{४०}{३०}$ $\frac{१३०}{३०}$

जर दोन किंवा त्यांहून अधिक व्यवहारी अपूर्णांकांच्या रक-
मा आहेत, आणि सर्व रकमांच्या छेदांचा दृढभाजक मिळत आहे,
तर त्या सर्व रकमांचे छेद दृढभाजकाने वेगळाले भागून भागाकार
त्या त्या छेदांखाली लिहावे. नंतर हरेक रकमेचे अंश व छेद दुस-
ऱ्या रकमांखालचे भागाकारांनी वेगळाले गुणावे, ते गुणाकार अंश
व छेद होताने.

उदाहरणे.

पहिले, $\frac{३}{५}$ आणि $\frac{४}{५}$ हे व्यवहारी अपूर्णांक आहेत, ह्यांस
बराबर किंमतीचे समच्छेद रूप दे.

$$\frac{३}{५}, \frac{४}{५} = \frac{३९}{१००}, \frac{३०}{१००} \text{ हे समच्छेद झाले}$$

दुसरे, $\frac{३}{५}$, $\frac{४}{५}$ आणि $\frac{२}{५}$ ह्यांस बराबर किंमतीचे सम-
च्छेद रूप दे.

$$\frac{३}{५}, \frac{४}{५}, \frac{२}{५} = \frac{१६५}{१५००}, \frac{१६०}{१५००}, \frac{३००}{१५००} \text{ हे समच्छेद झाले.}$$

तिसरे, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{12}$ ह्यांस बराबर किंमतीचे समच्छेद रूप दे.

उत्तर, $\frac{5}{12}$ व $\frac{3}{4}$



जर नवे अंश आणि समच्छेद ह्यांचा दृढभाजक असेल तर त्या वेगळाले संख्यांचे स्थळी त्यांचे त्यांचे कर्ते लिहावे. नंतर जे कर्ते अंश आणि छेद ह्या दोनस्थळी साधारण आहेत, त्यांस त्या त्या स्थळांतून रद्द करावे, म्हणजे अपूर्णाकांस अतिसंक्षेपरूप झाले. ज्यापासून समच्छेद होतील.

उदाहरण, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ह्यांस बराबर भावांचे समच्छेद रूप दे.

आतां ह्या अपूर्णाकांस सांगितल्या प्रमाणें समच्छेद करून हे रूप होते. $\frac{6 \times 12}{4 \times 6 \times 12}$, $\frac{4 \times 12}{4 \times 6 \times 12}$, $\frac{3 \times 12}{4 \times 6 \times 12}$ आता २ आणि ३ ह्या संख्या ४, ६ आणि ६, ९ ह्यांचे अनुक्रमे भाजक आहेत. ह्याजकरितां जर पहिल्या आणि तिसऱ्या अपूर्णाकांत ६ टाकून त्यांचे कर्ते २ आणि ३ हे लिहिले, आणि दुसऱ्या अपूर्णाकांत ६, ४ आणि ९ टाकून त्यांचे स्थळी कर्तृ

रूपानें त्यांचे वेगळाले कर्ते २ आणि ३ हे लिहिले, तर त्या अपूर्णाकांस हे रूप होईल.

$$\frac{२ \times ३ \times ३}{४ \times २ \times ३ \times ३}, \frac{२ \times २ \times ३ \times ३}{४ \times २ \times ३ \times ३} \text{ आणि } \frac{४ \times ३ \times ३}{४ \times २ \times ३ \times ३}$$

एथें २ आणि ३ हे दोन कर्ते जे अंश आणि छेद ह्यांत साधारण आहेत त्यांस रद्द करून अपूर्णाकांस हे रूप होतें $\frac{१}{४}$, $\frac{२}{४}$, $\frac{३}{४}$ म्हणजे $\frac{१}{४}$, $\frac{६}{४}$, $\frac{९}{४}$ ह्यांत जी ३६ समछेद संख्या उत्पन्न झाली ती ४, ६, ९ ह्यांचा साधारण गुणाकार आहे. अथवा ह्या संख्यांनी ती निःशेष भागिली जाती आणि ह्या रीतीने कोणत्याही दुसरे सांगितले संख्यांचा लघुतम साधारण गुणाकार उत्पन्न होईल, परंतु अशा संख्या छेद असून त्यांचे अंशस्थळी १ असावा.

लघुतम साधारण गुणाकार काढायाची

रीति.

सांगितल्या संख्या एके ओळींत लिहाव्या, आणि जर त्यांतील दोन किंवा अधिक संख्या २ ह्या अविभाज्य संख्येनें भागि-

+ येंथें कर्ते म्हणजे कोणत्याही संख्येचे गुण्यगुणकरूपानें जे अवयव होताने ते.

२)	७	२४	४०	४५	७२
२)	७	१२	२०	४५	३६
२)	७	६	१०	४५	१८
३)	७	३	५	४५	९
३)	७	१	५	१५	३
५)	७	१	५	५	१
	७	१	१	१	१

तेव्हां $२ \times २ \times २ \times ३ \times ३ \times ५ \times ७ = २५२०$

हा इच्छिला लघुतमसाधारण गुणाकार आहे. हा गुणाकार, ७, २४, ४०, ४५ आणि ७२ त्या सर्व संख्यांनी निःशेष भागायास शक्य आहे.

दुसरे, २७, ६६, १३५, २७५ आणि ६७५ त्यांचा लघुतमसाधारण गुणाकार काढ.

उत्तर, १४८५०

तिसरे, किती एक गाई होत्या, त्या तिहींवेशीं न सारख्या गेल्या, व पांचा गवळ्यांनी सारख्या राखिल्या, व सातां तव्यांत सारख्या पाणी प्याल्या, व नवां झाडांवालीं सारख्या बसल्या, व अकरा वादांनीं गावांत सारख्या आल्या आणि तेरा ठिकाणीं

ल्या जातात, तर त्यांस भागून त्यांचे भागाकार त्यांचे त्यांचे खाली दुसरे ओळीत लिहावे, आणि ज्या भागत नाहीत त्या तशाच खाली त्याच ओळीत पुनः लिहाव्या.

त्या दुसरे ओळीतील संख्यांस तसेंच २ त्यांनीं भागावे, पुढें तिसऱ्या ओळीतील संख्यांस इत्यादि. जर त्या संख्या २ ह्या संख्येनें भागिल्या जात नाहीत, तर ३ ह्या अविभाज्य संख्येनें भागावे तिनेंही सर्व भागत नाहीत तर ५, ७ इत्यादि अविभाज्य संख्यांनीं भागावे, जोंपर्यंत दोन संख्या भागल्यावांचून राहतील. नंतर ते सर्व भाजक आणि शेवटील ओळीतील भागाकार व भागल्यावांचून राहिल्या संख्या हीं परस्पर गुणून जो गुणाकार होईल तो लघुतम साधारण गुणाकार होय.

उदाहरणें.

पहिलें. ७, २४, ४०, ४५ आणि ७२ त्यांचा लघुतम साधारण गुणाकार काढ.

सारख्या बांधल्या, तेव्हा त्या गाई किती होत्या?

३, ५, ७, ९, ११, १३ ह्यांचा लघुतम साधारण गुणाकार येईल ते उत्तर जाणावे, ४५० ४५ हे उत्तर आहे.

जेव्हा अपूर्णांक अथवा भागानुबंधपूर्णंक सांगितले आहेत, तेव्हा भागानुबंधपूर्णंकास विषम अपूर्णांकांचे रूप देऊन अति संक्षेप समच्छेद करावे. नंतर अंशांचा लघुतम साधारण गुणाकार काढावा. मग त्या लघुतम साधारण गुणाकारास अतिसंक्षेपसमच्छेदांनी भागून जो भागाकार येतो तो इच्छिता अपूर्णांकाचा लघुतम साधारण गुणाकार होतो.

उदाहरण, $४\frac{१}{६}$, $५\frac{२}{३}$ आणि $\frac{६}{५}$ म्हणजे $\frac{२५}{६}$, $\frac{१६}{३}$, $\frac{६}{५}$ ह्यांचा लघुतम साधारण गुणाकार काढ.

आतां अपूर्णांकांस अतिसंक्षेप समच्छेद करून हे रूप होते. $\frac{७५}{१८}$, $\frac{९६}{९}$ आणि $\frac{१६}{५}$, आणि ७५, ९६, १६ ह्यांचा लघुतम साधारण गुणाकार २४०० आहे त्यास १८ ह्यांनी भागून भागाकार $१३३\frac{२}{३}$ हा इच्छिता लघुतम साधारण गुणाकार झाला.

जेव्हा सांगितले दोन अपूर्णांकांतील एकाच्या छेदाने दुसऱ्याचे छेद निःशेष भागिले जातात, तेव्हा त्या लहान अपूर्-

णांकांची दोनहीपदे त्या भागाकाराने गुणाची म्हणजे दोनही समच्छेद झाले. जसे, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{8}$ ह्यास समच्छेद करायसाठी लहान अपूर्णांक $\frac{3}{4}$ ह्यांस २ ह्यांनी म्हणजे $4 \div 2 = 2$ ह्यांनी गुणायाने इतके मात्र आहे, असे करून त्यांस हे रूप होते. $\frac{6}{8}$ $\frac{5}{8}$

आणि $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$ आणि $\frac{9}{12}$ ह्यास समच्छेद करायसाठी $\frac{3}{4}$ ह्यांची दोनही पदे ४ ह्यांनी गुणायाने आणि $\frac{5}{8}$ ह्यांची २ ह्यांनी गुणायाने इतके मात्र आहे. म्हणजे, असे करून त्यांचे हे इच्छित रूप झाले $\frac{6}{12}$, $\frac{5}{12}$ आणि $\frac{9}{12}$

अथवा ह्या प्रमाणे.

सांगितल्या अपूर्णांकांस अतिसंक्षेपरूप देऊन छेदांचा लघुतमसाधारण गुणाकार काढावा. नंतर त्या गुणाकारास वेगळाले सांगितल्या छेदांनी भागून जे जे भागाकार येतील ते त्याचे त्याचे अंशांनी गुणावे, नंतर त्या त्या गुणाकाराखाली लघुतमसाधारण गुणाकार लिहावा. म्हणजे सांगितल्या अपूर्णांकांस बरोबर भावाचे अतिसंक्षेप समच्छेद रूप झाले.

उदाहरण, $\frac{3}{98}$, $\frac{5}{22}$ आणि $\frac{10}{129}$ ह्यांस अतिसंक्षेप सम-
च्छेद रूप दे. १४, २२, १२९ ह्यांचा लघुतमसाधारण गुणाका-
र बरोबर १६९४ तेव्हा.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{१६९४}{१४} = १२१ \\ \frac{१६९४}{२२} = ७७ \\ \frac{१६९४}{१२९} = १४ \end{array} \right\} \text{हे तीन वेगळाले भागाकार, ज्यांनीं} \\ \text{अंश गुणांचाचे आहेत.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{म्हणून } १२१ \times ३ = ३६३ \\ ७७ \times ५ = ३८५ \\ १४ \times १० = १४० \end{array} \right\} \text{हे इच्छिले अंश आहेत.}$$

ह्यास्तव $\frac{३६३}{१६९४}$, $\frac{३८५}{१६९४}$, $\frac{१४०}{१६९४}$ हे इच्छिले अतिसंक्षेप
समच्छेदरूपाचे अपूर्णांक झाले.

पाहा. अपूर्णांकांस समच्छेदरूप दिल्याने त्यांत अधिक
भावाचा कोणता आहे हेही सत्वर कळवें. जर $\frac{३}{९}$ व $\frac{५}{२२}$ ह्यांस
समच्छेदरूप $\frac{३०}{६६}$ व $\frac{३५}{६६}$ हें दिल्याने $\frac{५}{२२}$ हे अधिकभावाचे आ-
हेत हें उघड समजते

सातवाप्रकार.

मिश्र अपूर्णांकांस शुद्ध अपूर्णांकांचें रूप घावयाचा.

प्रथम, अपूर्णाकांचे दोनही अवयवांस सरळ अपूर्णाकांचे रूप द्यावे, नंतर प्रत्येकाचा अंश दुसऱ्याचे छेदाने गुणावा. हे काम पूर्वीप्रमाणेच आहे, एक एक अवयव बरोबर संख्येने गुणिला असतां भावांत भेद होत नाही.

$$\begin{aligned} \text{जसे, } \frac{3}{4} &= \frac{3}{4} \text{ आणि } \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \text{ आणि } \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}. \end{aligned}$$

आठवाप्रकार.

व्यवहारी अपूर्णाकांस बरोबर किमतीचे त्याच्या पूर्णाकांचे रूप द्यावयाचा.

रीति.

ज्या संख्येचे अंश छेद सांगितले आहेत, त्या संख्येस अंशाने गुणावे, तो गुणाकार छेदांनी भागावा, भागाकार येईल तो त्या जातीचा पूर्णांक झाला. बाकी राहिल ती उतरते भाजणी प्रमाणे त्या त्या अंकांनी गुणून त्याच छेदाने भागावी, भागाकार येईल तो उतरते हलके किमतीचा पूर्णांक होईल.

उदाहरणें.

पहिलें, २३ रुपयांचे $\frac{१}{४}$ हे पूर्णांकांत किती किमतीचे आहेत.

$$\begin{array}{r} \text{रु.} \\ २३ \\ \times ४ \\ \hline ९२ \\ \text{रु. १०} - \text{रु.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ४ \\ \hline ५) ० \text{ पा.} \\ \text{पा. १} - ३ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} १०० \\ \hline ५) ३०० \\ \hline ६० \\ \hline \hline \end{array}$$

रुपये अंशांनीं गुणावे $२३ \times ४ = ९२$
हा गुणाकार झाला.

आतां हा गुणाकार छेदानें भागावा.

$९२ \div ४ = १०$ हे रुपये झाले. बा-

की २ राहिले, ते चोहोंनीं गुणावे. $२ \times ४ = ८$ हे छेदांनीं भागावे. $८ \div ४ = १$

हा पावला झाला. बाकी ३ राहिले, ते शंभरांनीं गुणावे, $३ \times १०० = ३००$

ते छेदांनीं भागावे. $३०० \div ४ = ६०$ हे रेश झाले.

रु. पा रेश

उत्तर, १०००१००६०

दुसरें, १५ रुपये २ पावले ५० रेशांच्यांचे $\frac{३}{४}$ हे पूर्णांकांत किती किमतीचे आहेत.

रु. पा. रे.

१५ . . . २ . . . ५०

३) ३१ . . . १ . . . ०

१० . . . १ . . . ६६ $\frac{३}{४}$ हे उत्तर.

तिसरें, १ रुपयाचे $\frac{३}{४}$ हे पूर्णांकांत किती किमतीचे आहेत?

रु. पा. रे.

उत्तर, ० . . . १ . . . ५०

चौथें, १ रुपयाचे $\frac{३}{४}$ हे पूर्णांकांत किती किमतीचे आहेत?

रु. पा. रे.

उत्तर, ० . . . ० . . . ८८ $\frac{३}{४}$

पांचवें, ५ रुपयांचे $\frac{३}{४}$ हे पूर्णांकांत किती किमतीचे आहेत?

रु. पा. रे.

उत्तर, ३ . . . ३ . . . ०

साहाबें, २ रुपये ३ पावले ५० रेस त्यांचे $\frac{३}{४}$ हे पूर्णांकांत किती किमतीचे आहेत?

रु. पा. रे.

उत्तर, १ . . . ० . . . ६०

सातवें, वजनी १ मणाचे $\frac{५}{९}$ हे पूर्णांकांत किती किं-
मतीचे आहेत ?

उत्तर, ३२ शेर.

आठवें, केली १ खंडीचे $\frac{५}{९}$ हे पूर्णांकांत किती किंम-
तीचे आहेत ?

म . पा.

उत्तर, ६ . . ३

नववें, १ विघ्याचे $\frac{७}{९}$ हे पूर्णांकांत किती किमतीचे
आहेत ?

पा. का.

उत्तर, १७ . . १०

दाहावें, विलायती मानानें १ दिवसाचे $\frac{३}{९}$ हे पूर्णांकां-
त किती किमतीचे आहेत ?

अवर. मि.

उत्तर, ७ . . १२

नववाप्रकार.

अपूर्णिकासभारीरूपांतून हलक्यारूपांत,
किंवा हलक्यारूपांतून भारीरूपांत आणावयाचा.
रीत.

उतरत्या चढत्या भांजणीच्या रीतीप्रमाणे एकांत त्याच्या ज-
वळचे हलके रूपाचे अवयव किती आहेत, हे प्रथम ध्यानांत आ-
णावे. नंतर जर अपूर्णिकास भारीरूपांतून हलक्यारूपांत आ-
णावयाचे आहे, तर ते हलक्यारूपाचे अवयव उतरत्या रीतीने सां-
गितलेल्या अंशाच्या पंक्तीस लिहून त्यांच्याखाली म्हणजे छेदस्थानी
१ मांडावा. मग सर्व अंशांचा परस्पर गुणाकार करून तो अंश-
स्थानी लिहावा, आणि सर्वछेदांचा परस्पर गुणाकार करून तो
छेदस्थानी लिहावा.

आतां, जर अपूर्णिकास हलक्यारूपांतून भारीरूपांत आ-
णावयाचे आहे, तर ते हलकेरूपाचे अवयव चढत्या रीतीने सां-
गितल्या छेदाच्या पंक्तीस लिहून त्यांच्यावर म्हणजे अंशस्थानी १
मांडावा. नंतर सर्व अंश परस्पर गुणून तो गुणाकार अंशस्थानी
लिहावा, आणि सर्वछेद परस्पर गुणून तो गुणाकार छेदस्थानी

लिहावा म्हणजे इच्छिलें रूप झालें.

उदाहरणे.

पहिलें, १ रुपयाचे $\frac{२}{५}$ ह्यांस रेसांचें अपूर्णांक रूप हे.

रु. रे.

$$\frac{२}{५} \times \frac{४}{१} \times \frac{१००}{१} = \frac{८००}{५} \text{ हें उत्तर.}$$

दुसरें, १ रेसाचे $\frac{५}{६}$ ह्यांस रुपयाचें अपूर्णांक रूप हे.

रे.

रु.

$$\frac{५}{६} \times \frac{१००}{१००} \times \frac{१}{४} = \frac{१२५}{६०} \text{ हें उत्तर.}$$

तिसरें, १ रुपयाचे $\frac{५}{११}$ ह्यांस रेसांचें अपूर्णांक रूप

हे.

उत्तर, $\frac{४००}{३}$ रेस.

चौथें, वजनी एकामणाचे $\frac{३}{५}$ ह्यांस खंडीचें अपूर्णांक रूप हे.

उत्तर, $\frac{३}{२०}$ खंडी.

पांचवें, वजनी एकेखंडीचे $\frac{३}{६}$ ह्यांस शोराचें अपूर्णांक रूप हे.

उत्तर, $\frac{१६००}{९}$ शोर.

साहाबें, कैली एकाशोराचे $\frac{३}{५}$ ह्यांस खंडीचें अपूर्णांक

रूप दे.

उत्तर, $\frac{1}{1600}$ खंडी.

सातवें, एका रेसाचे $\frac{3}{4}$ ह्यांस रुपयाचें अपूर्णांक
रूप दे.

उत्तर, $\frac{3}{3200}$ रुपया.

आठवें, एका रुपयाचे $\frac{1}{2}$ ह्यांस रेसाचें अपूर्णांक रू-
प दे.

उत्तर, $\frac{1000}{3}$ रेस.

नववें, ३ पावले ५० रेस ह्यांस रुपयाचें अपूर्णांक
रूप दे.

उत्तर, $\frac{9}{16}$ रुपया.

दाहावें, ३ पावले ३३ रेस ह्यांस रुपयाचें अपूर्णांक
रूप दे.

उत्तर, $\frac{333}{800}$ रुपया.



व्यवहारी अपूर्णाकांची मिळवणी.

जेव्हां सगळ्या रकमा समच्छेद आहेत, तेव्हां सर्व अंशांची बेरीज घेऊन वर लिहावी, आणि त्याखालीं समच्छेद लिहावा, म्हणजे मिळवणी झाली.

जेव्हां समच्छेद नाहीत तेव्हां समच्छेद करून वर सांगितल्या रीतीप्रमाणे मिळवणी करावी. कदाचित् कांहीं रकमा प्रभागजाति अपूर्णाक असल्यास त्यांस भागजाति अपूर्णाकांचे

+ अपूर्णाक समच्छेद केल्याचे पूर्वाविरूप आहेत म्हणून त्यांचा एकीभाव होत नाही. जसें रुपया आणि रस हे विरूप म्हणून त्यांचा एकीभाव होत नाही, परंतु ते जेव्हां समच्छेद केले, आणि एकाच वस्तूचे समजातीचे तुकडे झाले तेव्हां त्यांचे अंशांची बेरीज अथवा वजाबाकी सुकर होते, जशी कोणतेही पूर्णवस्तूची. ह्यापासून ह्या रीतीची सत्यता स्पष्ट आहे मिळवणी अथवा वजाबाकी घ्यांत.

जेव्हां कितीएक अपूर्णाकांची मिळवणी करायाची आहे तेव्हां बहुत करून त्यांतील दोन अपूर्णाक जे समच्छेद करण्यास सुगम आहेत ते घेऊन त्यांस समच्छेद करून त्यांची बेरीज घ्यावी, नंतर ती बेरीज आणि दुसरा एक अपूर्णाक ह्यांस समच्छेद करून बेरीज घ्यावी; ह्याप्रमाणे पुढेही.

२ पाहा, भलते कोणतेही दोन अपूर्णाक घेतेले, जसें, $\frac{५}{११}$ आणि $\frac{३५}{११}$ हे बरोबर भावांत आहेत किंवा नाहीत हें त्यांस समच्छेद केल्या नंतर त्यांचे अंशांपासून प्रसिद्ध होतें. ह्याजकरितां जर ३५×११ , आणि ७×५५ ह्याप्रमाणे दोन बरो-

रूप द्यावे. नंतर समच्छेद करून त्यांच्या अंशांची मिळवणी करावी, जर रकम भागानुबंधपूर्णांक आहे तर तीस विषम अपूर्णांकांचे रूप देऊन वरसांगितल्या प्रमाणे मिळवणी करावी. अथवा भागानुबंधपूर्णांकांत जे अपूर्णांक असतील त्यांस वर सांगित-

वरभावाचे गुणाकार उत्पन्न होतात, तर त्यांपासून बरोबर भावाचे दोन नवे अपूर्णांक उत्पन्न होतील, जसे, $\frac{३५}{६६} = \frac{७}{११}$, अथवा $\frac{७}{११} = \frac{५५}{६६}$

तेव्हा जर बरोबर भावाचे दोन अपूर्णांक घेतले, जसे, $\frac{७}{११}$ आणि $\frac{३५}{६६}$ तर $७ \times ११ = ७७$; त्या प्रत्येकांतून ७×११ हे वजा करून हा वाक्या राहाल, $(७७ - ७) \times ११ = (७७ - ११) \times ७$. त्याजकरिता हे अपूर्णांकरूप उत्पन्न होते. $\frac{३५}{६६} = \frac{७}{११} = \frac{७७}{६६}$. अथवा $\frac{३५}{६६} = \frac{७}{११}$.

ह्या रीतीने ही जर $\frac{७}{११}$ ह्या अपूर्णांकाची पदे $\frac{३५}{६६}$ ह्या अपूर्णांकाचे पदांशी अनुक्रमे मिळविली तरीही त्यांस बरोबर भावाने रूप होते, जसे, $\frac{३५}{६६} \pm \frac{७}{११} = \frac{५२}{६६} = \frac{७}{११}$

अथवा सामान्यतः जर $\frac{अ}{ब} = \frac{क}{ड}$ तर ह्या प्रमाणे दाखविले जाते की,

$$\frac{अ \pm क}{ब \pm ड} = \frac{अ}{ब} = \frac{क}{ड}$$

ह्याजकरिता जेव्हा बरोबर भावाचे दोन अपूर्णांक आहेत, तेव्हा जर त्या दोहोंचे अंशांची बेरीज आणि छेदांची बेरीज अथवा अंशांची वजाबाकी आणि छेदांची वजाबाकी ह्यांपासून जे नवे अपूर्णांक उत्पन्न होतील ते त्या पूर्वदोन अपूर्णांकांचे बरोबर भावाचे आहेत, हे प्रतिपाद्य बहुत उपयोगी आहे असे पुढे प्रमाण रीतीत कळेल.

तल्याप्रमाणे समच्छेद करून मिळवणी करावी, आणि त्या बेरजेचे डावे बाजूस पूर्णांकांची मिळवणी करून लिहावी. रकमा अनेक जातीच्या असल्यास त्या समजात करून मग काम करावे. अंशांची मिळवणी केल्यावर छेदांनी भागून पूर्णांक निघतील तितके काढावे.

उदाहरणे.

पहिले, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{4}$ ह्यांची बेरीज काय होती?

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{8}{4} = 2 \text{ हे उत्तर.}$$

दुसरे, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{6}$ ह्यांची बेरीज काय होती?

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{9}{12} + \frac{10}{12} = \frac{19}{12} = 1 \frac{7}{12} \text{ हे उत्तर.}$$

तिसरे, $\frac{5}{6}$ आणि $7\frac{1}{2}$ आणि $\frac{3}{4}$ चा $\frac{2}{3}$ ह्यांची बेरीज काय होती?

$$7\frac{1}{2} = \frac{15}{2} \text{ आणि } \frac{3}{4} \text{ चा } \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{6} + \frac{15}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} + \frac{16}{2} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} + \frac{17}{1} = \frac{107}{6} = 17 \frac{5}{6} \text{ हे उत्तर.}$$

चौथे, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{6}$ ह्यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, $1\frac{11}{12}$.

पाचवे, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{5}{6}$ ह्यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, $1\frac{11}{12}$.

साहावे, ३ आणि ४ ह्यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, ७

सातवे, ३ आणि २ आणि ४ ह्यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, १ १/२

आठवे, २ आणि ३ आणि २ १/२ ह्यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, ३ १/२

नववे, २ आणि १/३ व ६ आणि ९ ह्यांची बेरीज काय होती?

उत्तर, १० १/३

दाहावे, एका रुपयाचे ३/४ आणि एका पावल्याचे १/२ ह्यांची बेरीज काय होती?

पा. रे.

उत्तर, ३ १/४

अकरावे, एका पावल्याचे ३/४ आणि एका रेसाचे १/४ ह्यांची बेरीज काय होती?

रे

उत्तर, १ १/४

बारावें, एका रुपयाचा $\frac{1}{2}$ आणि एका पावल्याचे
णि एका रेसाचे $\frac{1}{3}$ ह्यांची बेरीज काय होती?

३.

उत्तर, $\frac{100}{24}$

तरावें, $\frac{1}{2}$ चे $\frac{1}{3}$ मिळविले असता १ पूर्णांक होईल अशी
संख्या कोणती?

उत्तर, ६

व्यवहारी अपूर्णांकांची वजाबाकी.

जसे मिळवणी करावयाकरितां व्यवहारी अपूर्णांक स
ति आणि समच्छेद करावे लागतात तसे तयार करावे. नंतर
क अंशांत थोडे अंश वजाकरून बाकी राहिल तिच्या खाली
च्छेद लिहावा, म्हणजे वजाबाकी झाली.

उदाहरणे.

पहिलें, $\frac{1}{2}$ आणि $\frac{1}{3}$ ह्यांची वजाबाकी कर.

$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$ बाकी हें उत्तर.

दुसरें, $\frac{1}{2}$ आणि $\frac{1}{4}$ ह्यांची वजाबाकी कर.

$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{30}{40} - \frac{20}{40} = \frac{10}{40}$ बाकी हें उत्तर.

तिसरें, $\frac{3}{12}$ आणि $\frac{1}{6}$ ह्यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\frac{1}{6}$ बाकी.

चौथें, $\frac{3}{12}$ आणि $\frac{1}{6}$ ह्यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\frac{1}{6}$ बाकी.

पांचवें, $\frac{1}{2}$ आणि $\frac{1}{3}$ ह्यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $\frac{1}{6}$ बाकी.

साहावें, $4\frac{3}{4}$ आणि $8\frac{1}{2}$ चे $\frac{1}{2}$ ह्यांची वजाबाकी कर.

उत्तर, $4\frac{3}{4}$ बाकी.

सातवें, एका रुपयाचे $\frac{1}{2}$ आणि एका पावल्याचे $\frac{1}{4}$

चे $\frac{1}{4}$ ह्यांची वजाबाकी कर.

पा. र.

उत्तर, १ ० ७२ $\frac{1}{2}$

आठवें, $5\frac{1}{2}$ चे $\frac{1}{2}$ रुपये आणि एका पावल्याचे $\frac{1}{4}$ ह्यांची वजाबाकी कर.

रु. पा. रे.

उत्तर, १ १ ३० $\frac{1}{4}$

नववें, कोणे एकाजवळ एका वाड्याचा $\frac{1}{2}$ होता, त्या-

चे त्यानें $\frac{1}{4}$ विकले, तेव्हां त्याजपाशीं काय राहिलें?

व्यवहारी अपूर्णाकांचा गुणाकार.

भागानुबंधपूर्णांक असला तर त्यास विषम अपूर्णाकांचे रूप द्यावे, नंतर सर्व अंश परस्पर गुणावे, ते अंश होत, तसे सर्व छेद परस्पर गुणावे, ते छेद होत. आणि भिन्नजाति असल्यास त्यांस जो मूळपूर्णांक असेल त्याचें रूप देऊन परस्पर गुणावे.

उदाहरणे.

पहिलें, $\frac{3}{4}$ त्यांस $\frac{2}{2}$ त्यांनीं गुण.

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{3}{2} \text{ हें उत्तर.}$$

दुसरें, $\frac{2}{3}$ आणि $3\frac{1}{4}$ आणि 5 आणि $\frac{2}{3}$ चे $\frac{2}{3}$ हे सर्व परस्पर गुण.

$$\frac{2}{3} \times \frac{13}{4} \times \frac{4}{1} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 13 \times 2}{3 \times 4 \times 3} = \frac{104}{36} = 2\frac{8}{9}$$

हें उत्तर.

तिसरें, $\frac{2}{3}$ त्यांस $\frac{2}{2}$ त्यांनीं गुण.

उत्तर, $\frac{4}{3}$

चौथें, $\frac{2}{3}$ त्यांस $\frac{2}{2}$ त्यांनीं गुण.

उत्तर, $\frac{4}{3}$

पांचवे, $\frac{3}{5}$ आणि $\frac{4}{5}$ आणि $\frac{14}{15}$ हे सर्व परस्पर गुण.

उत्तर, $\frac{14}{15}$

साहावे, $\frac{2}{3}$ आणि $\frac{2}{3}$ आणि ३ हे सर्व परस्पर गुण.

उत्तर, १

सातवे, $\frac{4}{5}$ आणि $\frac{3}{5}$ आणि $\frac{4}{5}$ हे सर्व परस्पर गुण.

उत्तर, $2\frac{1}{3}$

आठवे, $\frac{5}{6}$ आणि $\frac{5}{6}$ चे $\frac{2}{3}$ हे परस्पर गुण.

उत्तर, $\frac{10}{3}$

नववे, ६ आणि ५ चे $\frac{2}{3}$ हे परस्पर गुण.

उत्तर, २०

दाहावे, $\frac{3}{4}$ चे $\frac{2}{3}$ आणि ३ $\frac{2}{3}$ चे $\frac{2}{3}$ हे परस्पर गुण.

उत्तर, $\frac{23}{12}$

अकरावे, $\frac{3}{4}$ आणि $\frac{4}{5}$ हे परस्पर गुण.

उत्तर, १४ $\frac{194}{239}$

बारावे, ५ आणि $\frac{2}{3}$ आणि $\frac{2}{3}$ चे $\frac{2}{3}$ आणि ४ $\frac{1}{2}$ हे सर्व

परस्पर गुण.

उत्तर, २ $\frac{11}{29}$

तेरावे, एकारुपयान्चा $\frac{1}{2}$ आणि एका पावल्ल्यान्चा $\frac{1}{2}$ हे परस्पर गुण.

उदाहरणें.

पहिलें, $\frac{२५}{२}$ ह्यांस $\frac{५}{३}$ ह्यांनीं भाग.

$$\frac{२५}{२} \div \frac{५}{३} = \frac{५}{३} = १ \frac{२}{३} \text{ हें उत्तर.}$$

दुसरें, $\frac{५}{२}$ ह्यांस $\frac{३}{५}$ ह्यांनीं भाग.

$$\frac{५}{२} \div \frac{३}{५} = \frac{५}{२} \times \frac{५}{३} = \frac{२५}{६} = ४ \frac{१}{६} \text{ हें उत्तर.}$$

तिसरें, $\frac{३६}{५}$ ह्यांस $\frac{६}{५}$ ह्यांनीं भाग.

उत्तर, $\frac{६}{५}$

चौथें, $\frac{५}{६}$ ह्यांस $\frac{३}{४}$ ह्यांनीं भाग.

उत्तर, $\frac{५}{३}$

पाचवें, $\frac{१४}{२}$ ह्यांस $\frac{६}{५}$ ह्यांनीं भाग.

उत्तर, $१ \frac{३}{५}$

साहाबें, $\frac{६}{५}$ ह्यांस $\frac{१५}{७}$ ह्यांनीं भाग.

उत्तर, $\frac{५}{७}$

सातवें, $\frac{१२}{३६}$ ह्यांस $\frac{३}{५}$ ह्यांनीं भाग.

उत्तर, $\frac{५}{६}$

आठवें, $\frac{७}{६}$ ह्यांस $\frac{३}{५}$ ह्यांनीं भाग.

उत्तर, $\frac{१०}{९}$

नववें, $\frac{५}{६}$ ह्यांस ३ ह्यांनीं भाग.

उत्तर, ३६ रु. १ आणा = २५२.
चवदावें, १० मण आणि पायलीचे ३ हे परस्पर गुण.
उत्तर, ३६० खं. अथवा. १ शेर १ पावशेर.

व्यवहारी अपूर्णांकांचा भागाकार.

जसे गुणाकार करावयास अपूर्णांक तयार केले, तसेच भागाकार करावयास तयार करावे. नंतर निःशेष भागले जा-
तात तर अंशांनीं अंश आणि छेदांनीं छेद भागावे. असें नहो-
ईल तर भाजकाचे अंश व छेद बदलून लिहून गुणाकार रीती
प्रमाणें भाजक व भाज्य हे परस्पर गुणावे, म्हणजे भागाकार
झाला.

+ भागाकार गुणाकाराचे उलटा आहे, घाजकरितां ह्या रीतीची
मत्यता स्पष्ट आहे.

पाहा, जेव्हां अपूर्णांकास पूर्णांकानें भागायाचें आहे, तेव्हां त्या अपूर्णां
काचे अंश पूर्णांकानें निःशेष भागिले जातील तर भागून, भागाकार तेथें लि-
हावा, तसें नहोईल तर छेद पूर्णांकानें गुणावे म्हणजे इच्छिलें कार्य झालें.

उत्तर, ३६

दाहावे, ३ ह्यांस २ ह्यांनीं भाग.

उत्तर, ३०

अकरावे, ७ ३ ह्यांस ९ २ ह्यांनीं भाग.

उत्तर, ३३

बारावे, ३ वे ३ ह्यांस ७ ३ वे ३ ह्यांनीं भाग.

उत्तर, ३७

तेरावे, एका रुपयाचा ३ ह्यांस २ पावले ह्यांनीं भाग.

उत्तर, ५० रेस.

चवदावे, केलीमणाचा ३ ह्यांस पायलीचे ५ ३ ह्यांनीं भाग.

उत्तर, ३३ खंडी.

अथवा ३ म. ७ पा. २ शे २ ३ पा.

व्यवहारी अपूर्णाकांचे त्रैराशिक.

पूर्वरीतीप्रमाणे अपूर्णाक तयार करावे, आणि त्यांत तम व व्यस्त काय असेल तें पाहून त्रिराशिरीतीप्रमाणें इच्छाफळ उत्पन्न करावे.



उदाहरणें.

पहिलें, जर १ यार्ड बनातीचे $\frac{3}{4}$ ह्यांस एक रुपयाचे पडतात, तर एक यार्ड बनातीचे $\frac{5}{8}$ ह्यांस काय पडेल?

आ.	म.	अं.
जर. या.	रु.	पा.
$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$
	रु. पा.	रे.

$$\frac{3}{4} \times \frac{5}{8} \times \frac{8}{5} = \frac{3}{4} = १ \dots ३३\frac{3}{4} \text{ इच्छाफळ हें उत्तर.}$$

दुसरें, जर रुपें तोळे $३\frac{3}{4}$ ह्यांस ४ रुपये २ पावले पडतात, तर १ तोळ्यास काय पडेल?

रु.	पा.	रे.
उत्तर, १	१	$३३\frac{3}{4}$

तिसरें, जर कोणी एका गलबताचे $\frac{3}{4}$ ह्यांची किंमत २७३१ रुपये, १ पावला होती, तर त्याच गलबताचे $\frac{5}{8}$ ह्यांची किती होईल?

रु.	पा.	रे.
उत्तर, २२७६	०	$१६\frac{3}{4}$

चौथें, जर कलकत्याची १०० रुपयांची हुंडी घेण्यास

मुंबईस १०८ $\frac{१}{२}$ रुपये पडतात, तर १२३०.० रुपयाचे हुंडीस
किती रुपये देणे पडतील ?

रु. पा. रे.

उत्तर, १३३६० . . . ३ . . . ९०

पांचवे, २७ $\frac{१}{७}$ रुपये २ पावले त्यांचे एके वर्षाचे व्या-
ज दरवोळडा $\frac{३}{४}$ रुपये प्रमाणे किती होईल ?

रु. पा. रे.

८८ . . . ३ . . . ६७ $\frac{३}{४}$

साहावे, एके गलबताचा $\frac{३}{४}$ हांस ७३० रुपये २ पा-
वले २५ रेस पडतात, तर २५० $\frac{५}{९}$ रुपयांस त्याच गलबताचा,
किती हिा येईल ?

उत्तर, $\frac{१०९१०}{९}$

सातवे, एक वीत अथवा १२ अंगुले लांब आणि १२
अंगुले रुंद असं फळे असावे, त्यास ७ $\frac{३}{४}$ अंगुले रुंदीचा
तयना लांब आहे, तेव्हा त्यातून किती लांब घेतल्याने बरा-
बर होईल ?

उत्तर १८ $\frac{१०}{९}$ अंगुले.

आठवे, ९ $\frac{३}{४}$ यार्ड लांब आणि २ $\frac{३}{४}$ यार्ड रुंद काप-
डाची रुजई करावयाची आहे, त्यास एके आंगी रेवामी अ-

स्तर असावे तें एका यार्डाचे $\frac{3}{4}$ रुंदीचें लांब आहे, तेव्हां तें किती लांब घ्यावे म्हणजे रजईस बराबर येईल?

उत्तर, $39\frac{3}{4}$ यार्ड.

नववे, कोणी एक जासूद रोज १३ $\frac{1}{2}$ तास चालत असतां $3\frac{1}{2}$ दिवसांत ज्या मुकाशीं गेला त्याच मुकाशीं जाणें आहे, आणि रोज ११ $\frac{1}{2}$ तास चालतो आहे, तर किती दिवस लागतील?

उत्तर, $40\frac{21}{22}$ दिवस.

दाहावे, एके पलटणांत ९७६ शिपाई आहेत, त्यांस नवीं डगलीं घावयाचीं आहेत. एके डगल्यास बनाव $2\frac{1}{2}$ यार्ड लांब आणि $1\frac{1}{2}$ यार्ड रुंद लागती, त्या सर्व डगल्यांस अस्तर असावे, त्यास कापड $\frac{1}{2}$ यार्डाचे रुंदीचें पुष्कळ लांब आहे, तेव्हां किती यार्ड लांब घेतलें म्हणजे सर्व डगल्यांस पुरेल?

उत्तर, $493\frac{1}{2}$ यार्ड.

अकरावे, एकरुंदी तमाखूला १२ $\frac{1}{2}$ रुपये पडतात, तर ७ $\frac{1}{2}$ रुंदीस काय पडेल?

उत्तर, ९६ $\frac{1}{2}$.

बारावे, $\frac{1}{2}$ यार्ड रुंदीची लांब बनाव आहे, तीतून १३ $\frac{1}{2}$ यार्ड लांब घेतली, तीस १० $\frac{1}{2}$ रुपये पडले, तर ७४ $\frac{1}{2}$

रुपयांस ५० यार्ड रुंदीची बनात किती लांब येईल?

उत्तर, ३४ १/२ यार्ड लांब.

तेरावे, अ, ब, क, ह्या तिघांनीं मिळून कांहीं काम ८ दिवसांत केले, तेच अ, ब, ह्यांनीं बारा दिवसांत केले, आणि ब, क, ह्यांनीं १६ दिवसांत केले, तर तेच एकेकटा करून लागल्यास प्रत्येकास किती दिवस लागतील?

उत्तर, $\left. \begin{array}{l} \text{अ. } १६ \\ \text{ब. } ४८ \\ \text{क. } २४ \end{array} \right\} \text{ दि.}$



दशांश अपूर्णांक.

वर व्यवहारी अपूर्णांकांचा प्रकार सांगितला. द्वाशि-
वाय अपूर्णांक गणिताचा प्रकार आहे त्याचें नांव दशांश अ-
पूर्णंक.

दशांश अपूर्णांक तोच आहे, ज्याचा छेद (१) हा अंक
असून त्याजवर इतकीं पूज्यं असावीं, कीं अंशस्थळींचे अंकांस
जितकीं स्थाने आहेत. त्याचे लिहिण्याचा प्रकार असा आहे कीं,
अंशस्थळींचा अंक लिहून त्याचे डावेकडे (०) असा बिंदुमात्र
घावा. जसें, $\frac{१०}{१००}$ म्हणजे ह्या प्रमाणें लिहितात: ४, आणि $\frac{३५}{१००}$
ह्या प्रमाणें लिहितात: २४, आणि $\frac{१२५}{१०००}$ ह्या प्रमाणें ०७४, आ-
णि $\frac{१२५}{१००००}$ ह्या प्रमाणें ००१२४. ह्यांत मागे इतकीं शून्ये घालि-
तात, कीं, अंकस्थळांची संख्या जिहीं करून छेदस्थळींचे शून्या-
चे संख्ये बरोबर होईल.

मिश्रदशांश संख्या तीच आहे, ज्यांत एक पूर्णांक संख्या
आणि दुसरी अपूर्णांक संख्या योजिली आहे, त्यांचा भेद मधी-

दशांस अपूर्णांक म्हणण्याचें कारण हेंच, कीं त्याचे छेद दशाकार ना-
लतात. जसें, दशांश, शतांश, सहस्रांश, इत्यादि!

अधिक होतो आणि उजवेकडे तसाच न्यून होतो; हें ह्या पुढील कोष्टकांवरून समजांत येईल.

३	दशलक्ष.	३	लक्ष.	३	दशसहस्र.	३	सहस्र.	३	शत.	३	दश.	३	एक.	३	दशांश.	३	शतांश.	३	सहस्रांश.	३	दशसहस्रांश.	३	लक्षांश.	३	दशलक्षांश.
---	---------	---	-------	---	----------	---	--------	---	-----	---	-----	---	-----	---	--------	---	--------	---	-----------	---	-------------	---	----------	---	------------

दशांश अपूर्णाकांची मिळवणी.

रीति.

पूर्णांक असल्यास, ते पूर्णांक मिळवणी प्रमाणें लिहावे. आणि अपूर्णांक आहेत ते डावेकडून उजवेकडे दशांश चिन्हा-
 रवालीं दशांशचिन्ह, पुढें दशस्थळारवालीं दशस्थळींचा अंक, श-
 तस्थळारवालीं शतस्थळींचा अंक अशा अनुक्रमानें सर्व रकमा
 मांडल्यावर रवालीं रेघकाढून पूर्णांक मिळवणी सारिखी, दशांशचि-
 हें नाहींतच असें मानून, सर्व अंकांची बेरीज घ्यावी. नंतर ज्या
 रकमेत सर्व रकमांपेक्षां दशांशस्थळे अधिक असतील तींत जि-
 तक्या स्थळांवर दशांशचिन्ह आहे तितक्या स्थळांवर बेरजेत
 दशांशचिन्ह करावें, अथवा दशांशचिन्हांचे ओळीरवालीं दशांश

ल विंदू कस्तन स्पष्ट होतो. जसे, ३२५ ही आणि $\frac{३३५}{१००}$ अथवा $\frac{३३५}{१००}$ ही एकच आहे.

दशांशांचे उजवे बाजूस कितीही शून्ये ठेविली तरी त्यांचे भावांत न्यूनाधिक्य होत नाही, म्हणजे ४, अथवा ४०, अथवा ४००, हे दशांश आहेत, ज्यांचे भाव एकच आहेत, त्यांचे बरोबर $\frac{४}{१०} = \frac{४०}{१००}$. परंतु जेव्हा दशांशांचे डावेकडे शून्ये ठेविली, तेव्हा त्यांचे भाव उत्तरोत्तर दशागुण न्यून होतात, जसे, ४ हे $\frac{४}{१०}$ म्हणजे चार दशांशा आहेत, परंतु ०४ हे $\frac{४}{१००}$ म्हणजे चार शतांशांचे मात्र बरोबर आहेत, आणि ००४ हे $\frac{४}{१०००}$ म्हणजे चार सहस्रांशांचे बरोबर आहेत.

जेव्हा दशांशांत किती एक अंक लिहून पुढे संख्या संपूर्ण होते त्यांस सांत दशांश म्हणतात, जसे, $१२५ = \frac{१२५०}{१०} = \frac{१२५००}{१००}$ आणि $९४८ = \frac{९४८०}{१०} = \frac{९४८००}{१००}$

जेव्हा दशांशांत एक किंवा अनेक अंक त्यांचे तेच पुनः पुनः येतात, तेव्हा त्यांस आवर्त दशांश म्हणतात, जसे, ३३३३३३ इत्यादि = $\frac{३३३३३३}{११}$, ६६६६६६ इत्यादि = $\frac{६६६६६६}{११}$, ४२८५७१४२८५७१ इत्यादि = $\frac{४२८५७१४२८५७१}{११}$, तसेच बहुत दुसरेही.

जसे पूर्णांकांत तसेच दशांश अपूर्णांकांत आहे कीं, उजवेकडील अंकाहून डावेकडील अंक उत्तरोत्तर दशागुण

वें, म्हणजे बेरीज झाली. ह्या बेरजेत दशांशचिह्नाविना
हते ते पूर्णांक, आणि उजवेकडे आहेत ते दशांश असें ज्ञा

णाव.

उदाहरणे.

पहिलें,

२५७१२३

०३२

२३१

५७८९३४

५२०४६२३५९

५७५३२८९१

८५२९७८०६१

दुसरें,

२३५३२५

५३५१३७८९

२४३३ :

१०३४

८७०२

२०३

३८२११०७८९

तिसरें, ३७५०२७८५२, २५, १२३४५; ३४५६७८,
९६५२३, २४३५६७९ ह्या रकमांची बेरीज सांग.

उत्तर, ३४९४२७८७७

चौथें, २७८, ८५३४५, १८०३४५, ५०३८७१५,
५३१२३, ५३८९६३, २३५७९,

३४, ह्या रकमांची बेरीज सांग.

उत्तर, ३३७०१८७०३२.

पांचवे, २८९, ३२, ५७३, ५२७३५, २५६४५७८९,
 २३५६, ३८२५६८७, ५२३२, ५७८९४२३, २५६३७९२३४,
 ३५२५४, २५७३, ह्या रकमांची बेरीज सांग.

उत्तर, १६३०२२६९३३४.

साहावे, २३७४, ३४५५६८३५७, ७८९२३५६,
 २३५६८४३१२, ३२, ४५७८३२, ५४२७५५६३, ३२,
 १२, ३४५७८९३२, २३, २३४, २४५७२९८३२ ह्या रक-
 मांची बेरीज सांग.

उत्तर, ९६२३४९०५०८३२

सातवे, ५८५९४५६६३, २४५, ३४२३,
 २५३४५६८९३४७८५७, ५७८९१७३, ६३९, २५३४५,
 ५६७८९४३५७५, ६३८९७३४५, ३२५३२५७८९,
 १२५८, १२३४५६ ह्या रकमांची बेरीज सांग.

उत्तर, ९२३५९००४४१५३५७

दशांशअपूर्णांकांची वजाबाकी.

रीति.

२. साध्यापत्यास्थानीं अंक लिहावे.

से कीं, दोन रकमांमध्ये ज्या रकमेत पूर्णांक आवक
रकम वर लिहावी; ज्या रकमेत उणे असतील ती रकमरवाली
लिहावी, आणि पूर्णांका सारिखी वजाबाकी करावी. नंतर मिळ
वणीत सांगितल्याप्रमाणे बाकीत दशांशचिह्न करावे.

उदाहरण.

पहिलें, ३२.३५३४ ह्यांतून २.७५८९७५ हे वजाक-
रून बाकी काय राहाती तें सांग.

३२.३५३४ अधिक

२.७५८९७५ उणे

२९.५९४४२५ बाकी हें उत्तर.

दुसरें, १२३.४६७८९ ह्यांतून २.५७८९५३ हे वजा
करून बाकी काढ.

१२३.४६७८९ अधिक

२.५७८९५३ उणे

१२०.८८८९३७ बाकी हें उत्तर.

तिसरें, ३५७०२ ह्यांतून ३५७९२ हे वजा करून बाकी काढ.

बाकी, ३५४२४०० हें उत्तर.

चौथें, २५७९०७६५ ह्यांतून ९०७६९० हे वजा करून बाकी काढ.

बाकी, २४८९१०६७ हें उत्तर.

पांचवें, २३४५६०९० ह्यांतून ९००३ हे वजा करून बाकी काढ.

बाकी, १४४५३०९० हें उत्तर,

दशांश अपूर्णांकांचा गुणाकार.

रीति.

※ पूर्णांकांप्रमाणें गुणकांकांतील उजवेकडून एका एका

※ ह्यापुढील उदाहरणापासून ह्या रीतीची सत्यता स्पष्ट होईल, — १२ हे ३६१ ह्यांनी गुणायचे असावे, ह्या संख्या ह्याचे बराबर आहेत. $\frac{361}{12}$ आणि $\frac{361}{12}$ ह्यांचा गुणाकार हाच आहे, $\frac{13231}{12}$. म्हणजे पूर्वी सांगितले दशांश अपूर्णांक लिहिण्याचे रीतीप्रमाणें = ०४१३२ आहे, ज्यांत दशांशस्थळें छेदस्थळीचे शून्या इतकी आहेत. अथवा दोहों कर्त्तव्य जितकी दशांशस्थळें आहेत.

गुणकांकानें वरचे सर्व गुण्यांक गुणून त्याचे र्वालींपासून डावे-
कडे मांडीत जावे, म्हणजे जितके गुणकांक आहेत तितक्या गुणा-
कारांच्या ओळी होतील. नंतर बेरीज घ्यावी; आणि गुण्य व गुण-
क ह्या दोहोंमध्ये जितकीं दशांशस्थळे आहेत तीं मोजून गुणाका-
रांत तितक्या स्थळांचे मागे दशांशचिह्न करावे. जर तितकींस्थळे
नसतील तर मागे शून्ये देऊन पुरीं करावीं आणि त्यांच्या मागे द-
शांशचिह्न करावे.

उदाहरणे.

पहिलें, ३२३४५ ह्यांस ५४७ ह्यांनीं गुण.

३२३४५ गुण्य.

५४७ गुणक.

२२६४१५

१२९३००

१६१७२५

१७६९,२७१५ गुणाकार हें उत्तर.

दुसरें, ६२३४७९ ह्यांस २५ ह्यांनीं गुण.

६२३४७९ गुण्य.

२५, गुणक.

३११७३९५

१२४६९५८

१५५८६९७५ गुणाकार हैं उत्तर.

तिसरें, ५६७८३४२ ह्यांस ३२ ह्यांनीं गुण.

गुणाकार, १८१७०६९४४.

चौथें, ७८९१२३४५ ह्यांस ४५६ ह्यांनीं गुण.

गुणाकार, ३५९८४०२९३२०.

पांचवें, ८९३२३४५६७ ह्यांस ५७८९ ह्यांनीं गुण.

गुणाकार, ५१७०९३४९०८३६३.

साहावें, ९१२३४५६७८ ह्यांस ६८७९ ह्यांनीं गुण.

गुणाकार, ६२७६०२५९१८९६३.

सातवें, ३५७९२३४ ह्यांस २३७८९ ह्यांनीं गुण.

गुणाकार, ०८५१४६३९७६२६.

गुणाकारसंक्षेप.

पहिलासंक्षेप.

जर गुणक १ हा अंक असून त्यावर एक किंवा अनेक

शून्ये आहेत, तर त्याने गुणाच्या

रीति.

एकावर जितकीं शून्ये असतील तितकीं भोजून गुण्यां -
कांत दशांशचिद्ग असल्यास तेथून तें दशांशचिद्ग त्या शून्य
संख्या स्थळांवर उजवेकडे सारावें, तेथपर्यंत अंक नसतील तर
शून्ये देऊन तेवढीं स्थळे करावीं, म्हणजे गुणाकार झाला.

उदाहरणे.

- पहिलें, ५१३ हा गुण्यांक १००० ह्या गुणकांकानें गुण.
गुणाकार, ५१३०००.
- दुसरें, २७१४ हा गुण्यांक १०० ह्या गुणकांकानें गुण.
गुणाकार, २७१४०.
- तिसरें, ९९६ हा गुण्यांक १००० ह्या गुणकांकानें गुण.
गुणाकार, ९९६०००.
- चौथें, २१३१ हा गुण्यांक १००० ह्या गुणकांकानें गुण.
गुणाकार, २१३१०००.

जर एकाहून हर कोणतीही दुसरी संख्या गुणक आहे आणि तिचे वर शून्ये आहेत, तर तीं मोजून दशांशचिह्न त्या शून्य संख्या स्थळावर उजवेकडे सांगवे, तेथपर्यंत अंक नसतील तर शून्ये देऊन तेवढीं स्थळे करावीं, नंतर त्या संख्येनें गुण्य गुणावा म्हणजे गुणाकार झाला.

उदाहरणे.

पहिलें, २१३१ हा गुण्यांक ५१०० ह्या गुणकांकानें
गुण.

जसें, २१३१ गुण्य.

५१

२१३१ गुणक.

१०६५५

१०८६८१ गुणाकार, हे उत्तर.

दुसरें २१५८७५ हा गुण्यांक ६८००० ह्या गुणकांकानें गुण.

उत्तर, १४६७९५००.

तिसरें, २१५८७५ हा गुण्यांक १०४००० ह्या गुणकांकानें गुण.

उत्तर, २२४५१००००.

दुसरा संक्षेप.

गुणाकारांत हावीं तेवढीं दशांशस्थळें आणण्याचा.

रीति.

दशांशस्थळें गुणाकारांत किती करावयाचीं ती संख्या मनांत आणून गुण्यांकांत तितकीं दशांशस्थळें मोजून त्या संख्येचे शेवटील स्थळाखालीं जो अंक गुणांकांत एकचे स्थळीं आहे तो लिहावा, आणि तेथून बाकी पूर्णांक उजवेकडे उलटे लिहावे, आणि अर्धपूर्णांक त्या एकापासून डावेकडे उलटे लिहावे. नंतर ज्या गुणाकानें गुणायाचें त्याचे वरचे अंकापासून गुणायास आरंभ करावा आणि गुणाकार उजवेकडील शेवटापासून लिहावे. सोडिलेल्या गुण्यांकांतून एक जबळचा अंक गुणून त्यांतून हातचे घेण्याचा मार्ग ५ पासून १४ पर्यंत हातचा १ धरावा, तसें १५ पासून २४ पर्यंत हातचे २, तसें २५ पासून ३४ पर्यंत हातचे ३, त्या प्रमाणें पुढेही, तो हातचा अंक त्यांत मिळवून लिहावें, नंतर पूर्वी प्रमाणें मिळवणी करून इच्छिल्या स्थळांवर दशांशचिह्न करावें, म्हणजे गुणाकार झाला.

उदाहरणें.

पहिलें, २७.१४९८६ हा गुण्यांक ९२.४१०३५ ह्या गुणकांकानें गूण, असें कीं गुणाकारांत दशांशस्थळें चार होतील.

संक्षेपरीति.

२७.१४९८६
५३.०१४२९

२४४३४८७४

५४२९९७

१०८५९९

२७१५

१८१

१४

२५०८.९२८०

चालतीरीति.

२ ७.१४९८६

९ २.४१०३५

१३

५७४९३०

८१

४४९५८

२७१४

९८६०

१०८५९९

४४

५४२९९७

२

२४४३४८७४

२५०८.९२८०

६५.५९०

दुसरें, ४८०.१४९३६ हा गुण्यांक २७२४१६ ह्या गुणकांकानें गूण, असें कीं गुणाकारांत दशांशस्थळें चार होतील.

गुणाकार, १३०८.००३६

तिसरें, २४९०-३०४८ हा गुण्यांक-५७३२०५ ला
गुणकांकानें गूण, असें कीं गुणाकारांत दशांशस्थळें पांच हो
तील.

गुणाकार, १४२७-६५६८७:

चौथें, ३२५-७०१४२८ हा गुण्यांक-७२१८३९३
ह्या गुणकांकानें गूण, असें कीं गुणाकारांत दशांशस्थळें तीन
होतील.

गुणाकार, २३५-१०४.

दशांश अपूर्णाकांचा भागाकार.

ह्याची रीति पूर्णांक भागाकारा सारिखी आहे, परंतु भा-
ज्यांकांची कांहीं बाकी राहिली असतां भाज्यांकावर पूज्य देऊन ।
नें खालीं बाकीवर आणून भाग घ्यावा, ह्या प्रमाणें बाकी ० हो-
ई पर्यंत करावें. भागाकारांत दशांशचिह्न देणें तर भाजकांकां-
त दशांशस्थळें असतील तितकीं भाज्यांकांत वजा देऊन बाकी
राहतील तितकीं स्थळें भागाकारांत उजवेकडून डावेकडे मोजून

दशांशचिन्ह करावे. तितकीं स्थळे नसल्यास शून्ये देऊन पुरीं करावीं. भाजकांकापेक्षां भाज्यांकांत दशांशस्थळे उणी असतील तर पूर्वीच त्याजवर पूज्ये देऊन दशांशस्थळे बरोबर करावीं, नंतर भागाकाराम आरंभ करावा. ह्या प्रमाणें पूर्णांक भागाकारांत भाज्याची बाकी राहिली आणि वर अंक नाही, तर वरचे भाज्यांकावर दशांशचिद्द करून त्याजवर पूज्ये देऊन तें त्या खालचे बाकीवर आणून भाग घ्यावा. ह्या प्रमाणें बाकीपर्यंत करावे. नंतर दशांशचिन्हा पुढें किती पूज्ये आहेत तितकीं स्थळे मोजून भागाकारांत दशांशचिद्द करावे.

उदाहरणें.

पहिलें, २३.५६७८ हा भाज्यांक २.३४ ह्या भाजकांका-
नें भागून भागाकार काय आला तो सांग.

* ह्या रीतीचें कारण स्पष्ट आहे; कांकीं, भाजक आणि भागाकार हे गुणून भाज्य उत्पन्न होते, आणि गुणाकाराप्रमाणें भाज्यांत दशांशस्थळे भाजक आणि भागाकार ह्या दोहोंतील दशांशस्थळांचे बरोबर असलीं पाहिजेत; ह्याजकरितां भागाकारांत तितकीं दशांशस्थळे असलीं पाहिजेत, जितकीं भाजकापेक्षां भाज्यांत अधिक आहेत.

भाजक.	भाज्य.	भागकारं.
२३४)	२३५६७८००००००	(१००७१७०९४

२३४	
<hr/>	
१६७८	
१६३८	
<hr/>	
४००	
२३४	
<hr/>	
१६६०	
१६३८	
<hr/>	
२२००	
२१०६	
<hr/>	
९४०	
९३६	
<hr/>	
४	
२३४	

दूसरे, ४०५२०९९८ हा भाज्यांक १७८ ह्या भाजका-
ने भाग

भागकार, २७२५८९८७

तिसरे, २७०००००० हा भाज्यांक २६३९ ह्या भाज-

कांकाने भाग.

भागाकार, १०२३११४

चौथे, १२३७०५३६ हा भाज्यांक ५४२५ ह्या भाज-
कांकाने भाग.

भागाकार, २२८०२८.

पांचवे, १२ हा भाज्यांक ७८५४ ह्या भाजकांकाने भाग.

भागाकार, १५२७८८.

साहावे, ४१९५६८ हा भाज्यांक १०० ह्या भाजकां-
काने भाग.

भागाकार, ४१९५६८.

सातवे, ८२९७५९२ हा भाज्यांक १५३ ह्या भाज-
कांकाने भाग.

भागाकार, ५४२३२६२७.

भागाकार संक्षेप.

प्रथमसंक्षेप.

जर १ हा अंक भाजक असून त्यावर कितीही

शून्ये असली तरी त्याने भागण्याचा

रीति.

भाजक १ ह्या अंकावर शून्ये असतील, जसे १० अथवा १०० अथवा १००० अथवा आणखीही, तीं शून्ये मोजून पुसून टाकून भाज्यांकांत तितके स्थळांवर डावेकडे दशांशान्वित दिले म्हणजे तोच भागाकार झाला.

उदाहरणे.

पहिले,	$२१७३ \div १०० = २१७३$	हें उत्तर.
दुसरे,	$२१६ \div १०० = २.१६$	हें उत्तर.
तिसरे,	$४१९ \div १० = ४१.९$	हें उत्तर.
चौथे,	$१२१ \div १००० = ०.००१२१$	हें उत्तर.



जैहां भाजक हर कोणती संख्या असून तिजवर शून्यें आ-
हेत, तेहां भाज्यस्थळीं दशांशचिन्ह असल्यास तीं शून्यें मोजून पु-
सून टाकावीं आणि तितकीं अंकस्थळें सोडून दशांशचिन्ह डावे-
कडे सारावें; तितके अंक नसल्यास शून्यें देऊन स्थळें पुरीं करावीं.
नंतर पूर्वप्रमाणें भागावें म्हणजे भागाकार झाला.

उदाहरणें.

पहिलें, ४५५ हा भाज्यांक २१०० ह्या भाजकांकानें भाग.
२१) ४५५०० (०२१ ६६ इत्यादि० भागाकार हें उ-
त्तर.

$$\begin{array}{r}
 ४५ \\
 \hline
 ३५ \\
 २१ \\
 \hline
 १४० \\
 १२६ \\
 \hline
 १४० \\
 १२६ \\
 \hline
 १४ \text{ बाकी.}
 \end{array}$$

दुसरें, ४१०२० हा भाज्यांक ३२००० ह्या भाजकांकानें

भाग.

भागाकार, १२८१८७५

तिसरे, ९५३ हा भाज्यांक २१६०० ह्या भाजकांकाने

भाग.

भागाकार, ०४४९२०३९६.

चौथे, ६१ हा भाज्यांक ७९००० ह्या भाजकांकाने भाग

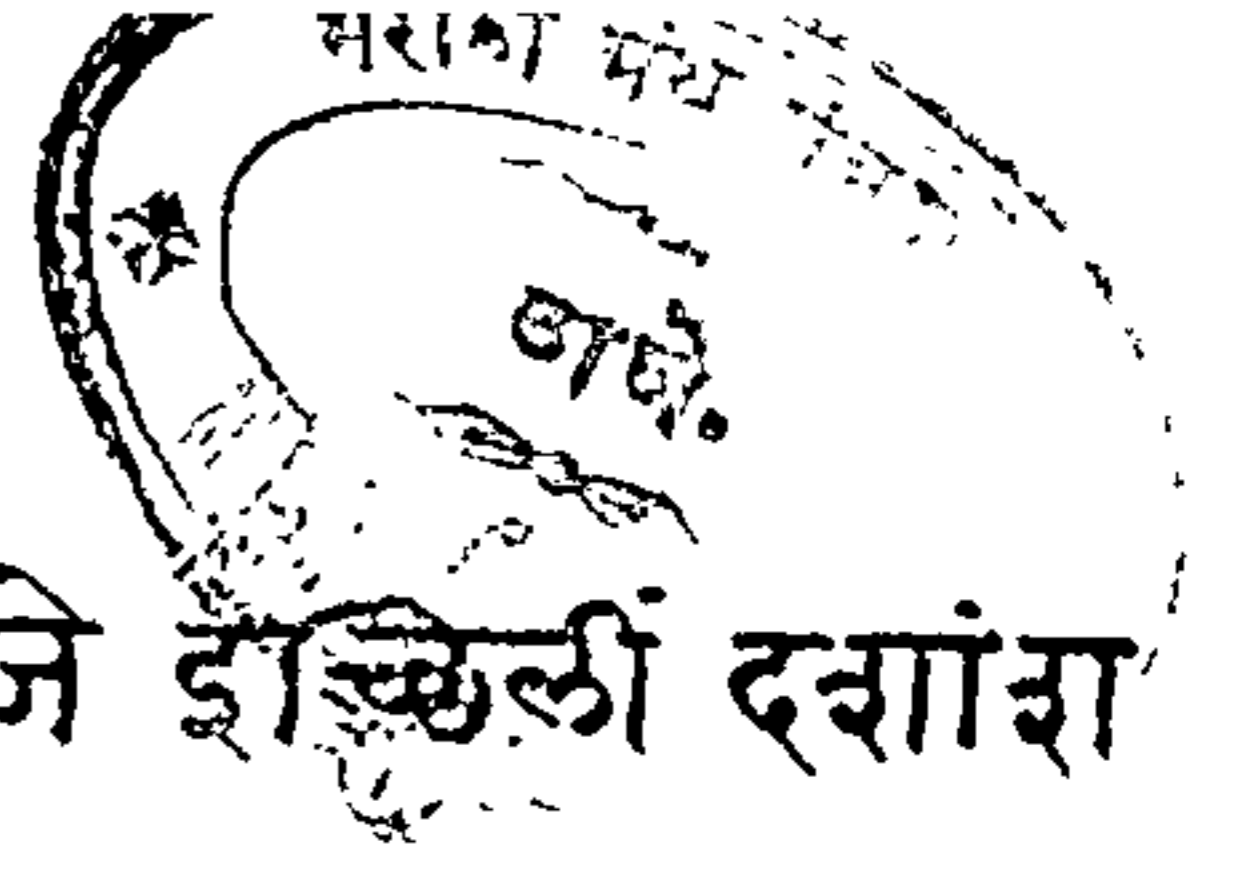
भागाकार, ०००७७०६१.

दुसरा संक्षेप.

भागाकारांत हवीं तेवढीं दशांशस्थळे आणण्याचा

रीति.

भागाकारांत पूर्णांक स्थळं किती येतील तो सुमार करून, तीं व इच्छिलेलीं दशांशस्थळे मिळून किती स्थळं होतात तितकीं भाजकस्थळे ठेवून बाकी कापून टाकावीं. नंतर त्या भाजकास जितका भाज्य योग्य असेल तितका ठेवून बाकी कापून टाकावा. त्या भाजकांने तो भाज्य भागून बाकी राहिल तो नवा भाजक झाला. त्यास पूर्व भाजकांत उजवे शेवटचा एक अंक कापून बाकी राहिल तो नवा भाजक, त्याप्रमाणे शेवटपर्यंत करावे. सोडिल्या अंकाचा भाग मनांत कल्पून दुसऱ्या गुणाकार संक्षेपांत सांगितल्याप्र-



माणें हातचा अंक घेऊन मिळवावा. म्हणजे इच्छिलीं दशांश स्थळें येतील.

जेव्हां भाजकस्थळीं अंकस्थानें उणीं आहेत, आणि इच्छिले दशांशस्थळां सुद्धां भागाकारांत अंकस्थळें अधिक आहेत, तेव्हां प्रथम सरळ भागाकार रीतीनें भागाकार करावा, आणि भागाकारस्थळांपेक्षां भाजकांकांत जितकीं स्थळें उणीं असतील तितके अंक भागाकारांत घ्यावे. नंतर संक्षेपरीतीनें आरंभ करावा. — जसें इच्छिल्यासुद्धां भागाकारस्थळें साहा आहेत, आणि भाजकांत अंक चार आहेत तर प्रथम सरळ रीतीनें भागाकारांत दोनस्थळें घ्यावीं, नंतर संक्षेपरीति चालवावी.

उदाहरणें.

पहिलें, २५००९२००६ हा भाज्यांक ९२४१०३५ ह्या भाजकांकांनानें भाग. असें कीं, भागाकारांत दशांशस्थळें चार होतील. ह्यावरून दिसते, कीं ह्या उदाहरणीं भागाकारांत अंकस्थळें साहा होतील.

संक्षेपरीति.

९२४१०३५) २५०८९२८०६ (२७१४९८

६६०७२१

१३०४९

४६०८

९१२

८०

६ बाकी.

चालतीरीति.

९२४१०३५) २५०८९२८०६ (२७१४९८

६६०७२१०६

१३०४८६१०

४६०७५७५०

९११९६१००

७९४६७८५०

५५३६९७०

दुसरें, ४१०९२३५१ हा भाज्यांक २३०४०९ ह्या भाजकांकानें भाग, असें कीं, भागाकारांत दशांशस्थळें चार होतील.

उत्तर, १७८३४५.

तिसरें, ३७१३४३८ हा भाज्यांक ५७१३९६ ह्या भाजकांकानें भाग, असें कीं, भागाकारांत दशांशस्थळें पांच होतील.

उत्तर, ००६४९.

चौथें, ९१३०८ हा भाज्यांक २१३९२ ह्या भाजकांकानें भाग, असें कीं, भागाकारांत दशांशस्थळें तीन होतील.

उत्तर, ४२६

दशांश भांजणी.

प्रकार पहिला.

व्यवहारी अपूर्णांकिस बरोबर भावाचें दशांशरूप द्यावयाचा.

रीति.

दशांश भागाकार रीती प्रमाणें छेदांनीं अंश भागादे अंश-

वर हावीं तेवटीं शून्यें घावीं, भागाकार येईल ते इच्छिले दशांश झाले.

उदाहरणें.

पहिलें, $\frac{२४}{४८}$ ह्यांस दशांशरूप दे.

२४) ७०००० (२९१६ हें उत्तर.

४८

२२०

२१६

४०

२४

१६०

१४४

१६

२४ = ४ × ६ तेव्हां

४) ७०००

६) १७५००

२९१६

∴ ज्यांचे छेद अविभाज्य संख्या आहे, असे व्यवहारी अपूर्णाकांस दशांशरूप घानपास इच्छिलें आहे, असें कीं, ज्यांचे अंक बहुत होतील, त्यांची रीति ही आहे.

दुसरे, $\frac{३}{४}$ आणि $\frac{३}{२}$ आणि $\frac{३}{२}$ ह्यांस वेगळालं दशांश
रूप दे.

उत्तर, $\frac{३}{२}$ आणि $\frac{५}{२}$ आणि $\frac{७}{२}$

उदाहरणे.

हे हा व्यवहारी अपूर्णांक असावा, ज्यास बरोबर भावांचे दशांश रूप दे-
णे आहे.

तेकां चालतेरीतीने शेष एकच अंक राहीपर्यंत भागाकार करून यांचे हें रूप
होईल, $\frac{३}{२} = \frac{०३४४८}{२}$ हा संपूर्ण भागाकार आहे. नंतर ह्या समीकरणाच्या
दोन्ही बाजू ८ ह्या शेषाचे अंशांनी गुणून ह्यास हें रूप होईल. $\frac{३}{२} = \frac{२७५८४}{१८}$
अथवा $\frac{३}{२} = \frac{२७५८६}{२}$: जर ही किंमत प्रथमसमीकरणांत व्यवहारी अपूर्णां-
काचे स्थळी लिहिली तर त्यास हें रूप होईल, $\frac{३}{२} = \frac{०३४४८२७५८६}{२}$, पुनः
ह्या समीकरणाच्या दोन्ही बाजू ६ ह्या शेषाचे अंशांनी गुणिल्या तर ह्यास हें रूप हो-
ईल, $\frac{३}{२} = \frac{२०६८९६५५१७}{२}$; तर पूर्वप्रमाणे ही किंमत त्या समीकरणाचे व्यव-
हारी अपूर्णांकस्थळी लिहिली तर त्यास हें रूप होईल, $\frac{३}{२} = \frac{०३४४८२७५८६२०६८९६५५१७}{२}$; ह्या प्रमाणे पुढे ही इच्छा असेल तेथपर्यंत करावे, म्हणजे
ह्या पासून कळते की, प्रतिआवृत्तीस दशांशस्थळें दुप्पट वाढतात. ह्या उदाहरणां-
त दशांश अठ्ठावीस अंकस्थळांनी पुनरावृत्त होतात म्हणजे सांगितले अपूर्णांका-
चे छेदस्थळांचे एकोन संख्या इतक्या स्थळांनी. ह्यास बरोबर दोन अवयवांनी
भागितां येईल, पुढे सांगतो ह्या प्रमाणे

$$\frac{०३४४८२७५८६२०६८}{२}$$

$$\frac{९६९५१७२४९३७९३१}{२}$$

ह्यांत पाहून कळेल की, ह्या दोन ओळींनील अनुक्रमे एक एक अंक
अशा दोन दोन अंकांची बेरीज ९ ह्या अंका बरोबर आहे; जसे, $०+९=९$;

तिसरे, $\frac{१}{२}$ ह्यांस दशांश रूप दे.

उत्तर, ६२५.

चौथे, $\frac{३}{२२}$ ह्यांस दशांश रूप दे

उत्तर, १२.

३ + ६ = ९, असें पुढें ही. ह्या अठ्ठावीस अंकस्थळांचे आवृत्तींत $\frac{३}{२२}$, $\frac{३}{२२}$ आणि $\frac{३}{२२}$ इत्यादि, सर्वांचे वेगळाले भाव निघतात, परंतु त्यांचा कोण कोणते अंकापासून आरंभ होतो हे अल्यांत कळेल. जसें, $\frac{३}{२२} = ०.१३६३६$ इत्यादि म्हणजे ह्या मूळ आवृत्तीचे बारावे अंकस्थळापासून आरंभ होतो, $\frac{३}{२२} = १०.३४४८$ इत्यादि, म्हणजे इचे अठ्ठाविसावे अंकस्थळापासून आरंभ होतो, म्हणून ह्या मूळ अठ्ठावीस अंकस्थळांचे आवृत्तीचे पोट्यांत दुसऱ्या अठ्ठावीस अठ्ठावीस अंकस्थळांच्या अठ्ठावीस आवृत्ती होतात.

ज्यांचे छेद अविभाज्य संख्या आहे असे अवरो $\frac{१}{३} = ०.३३३३३३३३$ इत्यादि. अवहारी अपूर्णाकांत ह्या सारखेच कांहीं चमत्कारि $\frac{२}{३} = ०.६६६६६६६६$ क गुण आहेत ते समजात यावयाकरितां बाजूवर दु $\frac{३}{३} = १.००००००००$ मरे उदाहरण दाखवितों, ज्यांचे छेदस्थळीं ७ ही $\frac{१}{७} = ०.१४२८५७१४$ अविभाज्य संख्या आहे, परंतु ह्यांचे आरंभ वेगळा $\frac{२}{७} = ०.२८५७१४२८$ ले संख्यांपासून झाले आहेत, तथापि साहा साहा $\frac{३}{७} = ०.४२८५७१$ अंकस्थळांच्या साहा आवृत्ति साहा अंकस्थळांचे $\frac{४}{७} = ०.५७१४२८$ मूळ आवृत्तींत आहेत.

पांचवें, ११२३ ह्यांस दशांश रूप दे.

उत्तर, ०३१२५.

साहावे, ३६०० ह्यांस दशांश रूप दे.

उत्तर, १४३१५४.

प्रकारदुसरा.

हलक्या नांवाचे पूर्णांक अथवा दशांश ह्यांस भारी नांवाचे बराबर भावाचे दशांशांचे रूप देण्याचा.

रीति.

प्रथम, शेवटील हलक्या अंकापासून आरंभ करावा. शेवटील अंकाच्या वस्तु त्याचे वरचे भारी १ पूर्णांकांत किती आहेत तितके अंकांनी तो शेवटील अंक दशांश भागाकार रीती प्रमाणें भागावा. नंतर भागाकाराची वरचे रकमेशीं मिळवणी दशांश मिळवणी प्रमाणें करावी. नंतर त्याचे वरचे १ पूर्णांकांत हे अंक किती आहेत तितक्यांनी ती बेरीज भागावी, भागाकार येईल तो पुनः वरचे रकमेशीं पूर्ववत् मिळवून बेरीज घ्यावी. ह्या प्रमाणें वरच्या शेवटील भारी अंकापर्यंत क-

रावे.

उदाहरणं.

पहिलें, ३ रुपये, ३ पावले, ४० रेस ह्यांस पावले वरेस
ह्यांस रुपयांचे दशांशांचें रूप दे.

रु.	पा.	रे.
३	३	४०
	रे.	
१००)	४०००	(४
	४००	

पा. ४

३

४) ३४०

रु. ३ ३०५

रु. ३ ०५ =

रु. पा. रे.
३ ३ ४०

ताळा.

रु. ३ ०५

४

पा. ३ ४०

१००

रे. ४००००

दुसरें, वजनी तोलाचें, ८ खंडी, १२ मण, १६ रोर,
२६ लोळे, ६ मांस, ४ गुंजा ह्यांत हलके किमतीचे पूर्णाकांस खं-

दुसरें, वजनी तोलाचें, ८ खंडी, १२ मण, १६ रोर,
२६ लोळे, ६ मांस, ४ गुंजा ह्यांत हलके किमतीचे पूर्णाकांस खं-

डीचे दशांशांचें रूप दे.

उत्तर, खं० ६२११८४८९५८०३५७१२५.

तिसरें, केलीमापाचे, ४ खंडी, ५ मण, ५ पायल्या, १ अधोली, १ शेर, २ पाव, ह्यांत हलके किमतीचे पूर्णांकांस खंडीचे दशांशांचें रूप दे.

उत्तर, खंडी ४२७४४७९१५६६५.

चौथें, चौरस जमीन मोजणीचे, १२ विघे, १६ पांड, १५ काठ्या, ३ हात, १ वीत, २ मुष्टि, २ अंगुले, ४ यव, ह्यांत हलके अंकांस भारी अंकाचे दशांशांचें रूप दे.

उत्तर, वि. १२०८३९१३३

पांचवें, भूमीची लांबी मोजावयाचे, ५ योजनें, १ गव्युति, १ कोस, १००० दंड, २ हात, ४ अंगुळे ४ यव ह्यांत हलके अंकांस भारी अंकाचे दशांशा रूप दे.

उत्तर, यो. ५८७५०६८३५९३७५.

साहावे, वस्त्र काष्ठ इत्यादि मोजणीचे, ५० गज, १ हात, ६ तसू, १ अंगुल, ह्यांत हलके पूर्णांकांस भारी अंकांचें दशांशा रूप दे.

उत्तर, गज. ५०७७०६३

सातवें, काळमानाचे, ५ वर्षे, १ अयन, २ ऋतु, १ मास,

१ पक्ष, ३ दिवस, ४ प्रहर, ० मुहूर्त, १ घटिका, ३० पळें, ह्यांत हलके अंकांस भारी अंकांचें दशांश रूप दे.

उत्तर, वर्षें ५०९६८१२२.

आठवें, विलायती काळमानाचें, २ वर्षें, ६ महिने, २ बुइक, ४ दिवस, १२ अवर ३० मिन्युटे, ३० सेकंद ह्यांत हलके अंकांस भारी अंकांचें दशांश रूप दे. येथें वर्ष तेरा महिन्यांचें समजावें.

उत्तर, वर्षें २५१२४२०८२१८६८१३.

नववें, वजनी तोलाचें, २५ खंडी, १८ मण, ३६ शेर, २० तोळे, ४ मासे, ६ गुंजा, ह्यांत हलके किमतीचे पूर्णांकांस खंडीचें दशांश रूप दे.

उत्तर, खंडी २५०९४५९१०६१७४.

दाहावें, केली मापाचें, १२ खंडी, १५ मण, ६ पायल्या, ० अधोली, १ शेर, ३ पाव, ह्यांत हलके किमतीचे पूर्णांकांस खंडीचें दशांश रूप दे.

उत्तर, खंडी १२७७६८२२९१६.

अकरावें, चौरस जमीन मोजणीचें, ५० विघे, १५ पांड, १२ काठ्या, ० हात, ० बीत, १ मुष्टि, १ अंगुल, ६ यव, ह्यांत हलके किमतीचे पूर्णांकांस विघ्याचें दशांशाचें रूप दे.

उत्तर, ५००७८०१८२६७८५.

बारावें, रेसाचे २६ शतांश ह्यांस रुपयाचें दशांश
रूप दे.

उत्तर, ०६०० रुपये.

तेरावें, कैली शेरान्चे २१ शतांश ह्यांस खंडीचें दशांश
रूप दे.

उत्तर, ००००१० खंडी.

प्रकार तिसरा.

कोणतेही दशांशाचा भाव त्याचे खालचे हलके नांवांत
काढां याचा.

रीति.

ज्याचे दशांश सांगितले, त्या एकांत त्याचे खालचे हलके
नांवाचे अंक किती आहेत, तितक्यांनीं ते दशांश गुणून गुणा
कारांत दशांशाचिद्ध घावें, नंतर जे दशांश राहिले त्यांस त्याचे
खालचे हलके नांवाचे ह्या भारी नांवाचे एकांत किती आहेत, ति
तक्यांनीं गुणून गुणाकारांत दशांशाचिद्ध घावें ह्या प्रमाणें शेवट
पर्यंत करावें. हे सर्व डावेकडील पूर्णांक त्यापहिले भारी नांवाचे

एकाहून उतरते आहेत; ते जुळून लिहावे, म्हणजे बराबर किंमत झाली.

टीप. ही रीति पूर्णांकाचे उतरती भांजणी सारखी आहे.

उदाहरणे.

पहिले, ७७५ रुपयाचे, ह्याची किंमत काय आहे?

जसें. ७७५

४

पा. ३ १००

१००

रे १०००००

पा. रे.

उत्तर, ३ १०

दुसरे, ६२५ शिलिंगाचे, ह्यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, ७०५ पेन्स.

तिसरे, ८६३५ पोंडाचे, ह्यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, १७ शिलिंग ३२४ पेन्स

चौथे, १२६ रुपयाचे, ह्यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, २ आ. १९२ पेन्स

पांचवे, ०१२५ केली बारुले मणाचे, ह्यांचा भाव काय

आहे?

उत्तर, २४ पाव शोर.

साहावे, ६२५ केली खंडीचे, ह्यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, १२ मण ६ पायली.

सातवे, ०० ९९ ४३ मैलाचे, ह्यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, १७ या. १ फू. ५. ९००४० इंच.

आठवे, ६० ७५ यार्ड वस्त्राचे, ह्यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, २ का ३ ने.

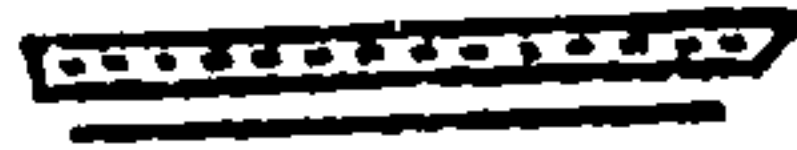
नववे, ३३ ७५ बिघ्याचे, ह्यांचा भाव काय आहे?

उत्तर, ६ पांड १५ काठ्या.

दाहावे, ४६ पैमाप मोजणी एकरांचे. ह्यांचा भाव काय

आहे?

उत्तर, १० सां ६ ४ आ.



दशांशत्रैराशिक.

सर्वपदेन्यारीतीनें तयार करावीं, म्हणजे व्यवहारी अपूर्णा कांस दशांश रूप द्यावे, अनेक रकमांचे पदांस भारी नांवाचे दशांशांचें रूप द्यावे अथवा हलके नांवाचे पूर्णाकांचें रूप द्यावे; परंतु त्यांतील आद्यंत पदे समजाति असावीं, नंतर पूर्णाकांत सांगितल्या प्रमाणें त्रैराशिक करावें.

पाहा पूर्णाकांत आणि व्यवहारी अपूर्णाकांत जीं वेगळीं त्रैराशिक आणि पंचराशिकादिक त्यांची उदाहरणें सांगितलीं आहेत तीं इच्छे प्रमाणें त्या दशांशत्रैराशिकानें होतील. आतां त्याची रीति दाखवायासाठीं व्यवहारी अपूर्णाकाचे त्रैराशिकांतील प्रथमोदाहरण एथें घेतों.

जर एक यार्ड बनाथीचे $\frac{3}{4}$ शांस एकरूपयाचे $\frac{2}{3}$ पडतात, तर एक यार्ड बनाथीचे $\frac{1}{2}$ शांस काय पडेल ?

यार्ड. रु. यार्ड.

$$\frac{1}{2} = \frac{375}{1250} : \frac{8}{100} :: \frac{3125}{10000}$$

(375) 12500 (33333 इत्यादि.

$$\frac{1}{2} = \frac{8}{100}$$

$$\begin{array}{r} 1250 \quad 8 \\ \hline 133333 \\ 125 \quad 100 \\ \hline 3333300 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3125}{10000}$$

पा. रे.

उत्तर, 100 33 3332 इ०

आणखी कितीएक उदाहरणे.

पहिले, 1 तोळा, 3 मासे ह्यांस 1 रुपया, 3 पावले, 5 रेस पडतात तर 3 गुंजांस काय पडेल ?

आदि. मध्य. अंत.

तो. मा. रु. पा. रे. गुं.

$$1 \dots 3 : 1 \dots 3 \dots 5 :: 3$$

मा. रे. गुं.

$$12) 300 \quad 100) 500 \quad (05 \quad () 3000$$

मा.

रु. ३

रु. ३

१२) ३००
२५

१००) ५०० (०५
पा. ३

३) ३०००
१०७५ मा.

नो. १

४) ३०५००

मा.

नो. १ २५

७६२५

१२) ३७५००

नो. ०३१२५

रु. १

रु. १-७६२५

०३१२५

८९३५

३५२५

१७६२५

५२६७५

१२५) ०५५०७८१२५ (०४४०६२५ रु.

५००

४

५९७

१७६२५०० मा.

५००

१००

७८१

१७६२५०००० रु.

७५०

३१२

२५०

$$\begin{array}{r} ६२५ \\ ६२५ \\ \hline \hline \end{array}$$

रुपये ०४४०६२५ अथवा १७०६२५ सहस्रांश रंस हैं इ-
च्छाफळ उत्तर.

दुसरे, १ मण तुपास ८ रुपये, २ पावले, २० रंस पडतात,
तर ७ तोळ्यांस काय पडेल ?

उत्तर, रे. २१. ३७५.

तिसरे, १ खंडी भातास १५ रुपये, १ पावला, १५ रंस पड-
तात, तर १ मण ३ पायल्या १ अधोली १ शेर द्यांस काय पडेल ?

रु. पा. रे.

उत्तर, रु. १००३२४२१८७५ = १०००००१२९६८७५.

चौथे, जर १ बिघा जर्मानीस सरकार देणे १२ रुपये,
३ पावले, २२ रंस पडतात, तर १ पांड ५ काठ्या द्यांस काय पडेल ?

रु. पा. रे.

उत्तर, रु. ०८००३१२५ = ००३००२००१२५

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

दशांशपंचराशिक.

ह्याची रीति वर सांगितली आहे.

उदाहरणे.

पहिलें, जर ४ मनुष्यांची तैनात ७ दिवसांत पावले होते, तर १४ मनुष्यांची तैनात १० दिवसांत किती

आ.	म.	अं.
म.	रु.	पा.
४	१३	२
७		१४
४		१४
७	१३.५ रु.	१०
<hr/>		<hr/>
२८	१४०	१४०
	<hr/>	
	५४०	

२८)	१३५	रु.
	१०९००	(६७.५
	१६५	५
	<hr/>	४
	२१०	पा. २०-
	१९६	
	<hr/>	
	१४०	
	१४०	
	<hr/>	

६७ रुपये २ पावले इच्छाफळ हें उत्तर.

दुसरें, जर ८ मनुष्यांचे कुटुंबास १ वर्ष ९ महिन्यांत
२००० रुपये खर्च लागतो, तर १८ मनुष्यांचे कुटुंबास ९ महिन्यांत
किती रुपये लागतील ?

रु. पा. रे.

उत्तर, १९२० . . २ . . २० $\frac{४}{९}$

तिसरें, जर मुद्दल १०० रुपयांचें १ वर्षांत ५ रुपये २ पाव-
ले ५० रेस व्याज होते, तर ७५० रुपयांचें ७ वर्षांत काय व्याज हो-
ईल ?

उत्तर, २९.५ रुपये, १ पावला, २५ रेस

चौथें, जर कोणी जासूद १३० कोस जमीन १२ वरांचें
 $३\frac{१}{४}$ दिवसांत चालतो, तर ३६० कोस जमीन चालावयास १० वरां
चें किती दिवस लागतील ?

उ० दि० अथवा दि. प्र. मु. घ.
१०:८ १० ६ १ १

द्वादशांशगुणाकार.

द्वादशांश अथवा वांकडा गुणाकार.

ह्याच रीतीने शिल्पीलांक कामाची मोजणी करितात. त्याच मोजणीत फूट, इंच, आणि पावइंच हीं मानें घेतात, ह्याहून सूक्ष्म आहेत तीं बहुधा घेत नाहींत.

रीति.

मापांत जे दोन अंक गुणायान्चे ते फुटीखालीं फूट इंचा खालीं इंच पावइंचाखालीं पावइंच येतील, असे एकाखालीं एक लिहावे.

नंतर गुण्यांकांचीं सर्वपदे उजवे शोबटाकडून गुणकांकाचे डावेकडील पहिले पदानें गुणावीं, जें गुणलें पद तें त्याचे खालीं लिहावें. पदांतील गुणला अंक बारांवर गेल्यास बारांनीं भागून बाकी राहिल ती तेंथें लिहावी, भागाकार येईल तो हातचा अंक डावेकडील पद गुणून त्यांत मिळवावा. (म्हणजे गुणायान्चा आरंभ हलके पदापासून करावा, तेंथें हातचा अंक आल्यास त्याचे वरचे पद इंच गुणून त्यांत मिळवावा, तेंथें हातचा आल्यास त्याचे वरचे पद फूट गुणून त्यांत मिळवावा. ह्या प्रमाणें गुण्यांकांचीं सर्व

पदे गुणकांकाचे पहिले पदाने गुणावीं.) मग दुसरे पदाने पूर्व-
वत् गुणावीं, नंतर तिसरे पदाने पूर्ववत् गुणावीं. परंतु गुणिले
पद त्याचे उजवेकडे एक एक स्थळ पुढे मारून मांडावे म्हणजे प्र-
ति आवृत्तीस डावेकडील एक एक स्थळ सुटेल. नंतर विविध मिळ-
वणी प्रमाणे मिळवणी करावी.

टीप. गुणकांकाचे पहिले पदाने सर्व गुण्यपदे पूर्ववत्
गुणून मग इंचाने गुणायाने ते समर्थी विचार करावा, जे इंचस्थ-
ळी इंच आहेत ते फुटीचा कित्यावा हिसा होईल. त्याने गुण्यां
तील फूट आदिकरून सर्वपदे भागून त्यांच पदांखाली भागाकार
लिहावा.

उत्तरांत ज्या फुटी येतात त्या चौरस फुटी, परंतु इंच जे
येतात ते चौरस इंच नव्हत. इंच स्थळचा अंक चौरस फुटीचा
बारावा अंश आहे, म्हणजे तेथे १ असल्यास १२ चौरस इंच जा-
णावे. तसेच तिसऱ्या स्थळीचा अंक फुटीचे द्वादशांशाचा द्वाद-
शांश आहे, म्हणजे १ असल्यास १२ चौरस प्रति इंच जाणावे.
ह्याच्या पुढेही जी स्थळे असतील तेथे बारा बारा अंश उतरते
जाणावे.

उदाहरणें.

पहिलें, ४ फूट ७ इंच हा गुण्यांक ६ फूट ४ इंच
णकांकानें गुणून गुणाकार काय आला तो सांग.

फूट. इंच.

४ ७ हे गुण्य.

६ ४ हे गुणक.

२७ ६

१ ६

२९ ० $\frac{६४}{३} = २१ \frac{२}{३}$ गुणाकार हें उत्तर.

दुसरें, १४ फूट ९ इंच हा गुण्यांक ४ फूट ६ इंच ह्या गु-
णकांकानें गुण.

फूट. इंच.

१४ ९ हे गुण्य.

४ ६ हे गुणक.

५९ ०

७ ४

६६ ४ गुणाकार हें उत्तर.

* ४ हे प्रतिइंच आले ह्यांस १२ ह्यांनी भागावें म्हणजे इंच येतील.

तिसरे, ४ फूट ७ इंच हा गुण्यांक ९ फूट ६ इंच ह्या गुणकांकाने गूण.

फू. इ.
गुणाकार, ४३ . . ६ $\frac{३}{४}$

चौथे, १२ फूट ५ इंच हा गुण्यांक ६ फूट ८ इंच ह्या गुणकांकाने गूण.

फू. इ.
गुणाकार, ८२ . . ९ $\frac{३}{४}$

पांचवे, ३५ फूट ४ $\frac{३}{४}$ इंच हा गुण्यांक १२ फूट ३ इंच ह्या गुणकांकाने गूण.

फू. इ.
गुणाकार, ४३३ . . ४ $\frac{३}{४}$

साहावे, ६४ फूट ६ इंच हा गुण्यांक ८ फूट ९ $\frac{३}{४}$ इंच ह्या गुणकांकाने गूण.

फू. इ.
गुणाकार, ५६५ . . ८ $\frac{३}{४}$

ह्या द्वादशांश रीतीने गज तसू एकर गुंठे ह्याचा ही गुणाकार होतो. परंतु इतका विशेष. पूर्वरीतीत १२ नीं भागावयाचे त्यास्थानी गज तसू ह्यांच्या गुणाकारांत चोविसांनीं आणि ए-

तिसरें, ५ गज १९ तसू हा गुण्यांक ह्यास ८ गज २१ त-
सू ह्या गुणकांकानें गूण.

ग. त.
गुणाकार, ५१ . . . ९ $\frac{५१}{९}$

चौथें, १० एकर $\frac{३}{४}$ गुंठे हा गुण्यांक ह्यास ४ एकर २०
गुंठे ह्या गुणकांकानें गूण.

ए. गुं.
गुणाकार, ४५ . . . ३ $\frac{४५}{३}$

टीप. क्षेत्राचे लांबीनें रुंदी गुणावी, गुणाकार येईल तें क्षेत्रफळ होतें. आणि घनाचे लांबीला रुंदीनें गुणून जाडीनें किंवा उंचीनें गुणावें, गुणाकार येईल तें घनफळ होतें.

उदाहरणें.

पहिलें, २७ फूट ८ इंच लांब आणि २ फूट ३ इंच ७ प्रति-
इंच रुंद असा एक तकता आहे, त्याच्या एकंदर फुटी किती?

उत्तर, ६३ . . . ७ $\frac{६३}{७}$

दुसरें, ७ फूट ८ इंच ६ प्रतिइंच उंच आणि ४ फूट ९

कर गुंठे ह्यांच्या गुणाकारांत चाळिसांनीं भागावें; म्हणजे गुणाकार होतो.

उदाहरणें,

पहिलें, १२ गज १० तसू हा गुण्यांक १० गज ८ तसू ह्या गुणकांकानें गूण.

गज	तसू	
१२	१०	हे गुण्य.
१०	८	हे गुणाक.
<hr/>		
१२४	४	
४	३ $\frac{६}{२५}$	
<hr/>		
१२८	७ $\frac{३}{२५}$	गुणाकार.

दुसरें, ५ एकर ३० गुंठे हा गुण्यांक ८ एकर २४ गुंठे ह्या गुणकांकानें गूण.

एकर	गुंठे	
५	३०	हे गुण्य.
८	२४	हे गुणाक.
<hr/>		
४६	०	
३	१८	
<hr/>		
४९	१८	गुणाकार.

इंच ८ प्रतिइंच रुंद एक खिडकी, अशा आठ खिडक्या आहेत त्यांच्या एकंदर फुटी किती?

उत्तर, २९६ . . ४ ३

तिसरे, ३६ फूट ६ इंच लांब ३ फूट ४ इंच २ प्रतिइंच रुंद आणि १ फूट ११ इंच ३ प्रतिइंच जाड अशी एक तुळई आहे, तिचे घन फळ किती?

उत्तर, २३६ फू. ८ इंच. ६ १६ प्रतिइंच.

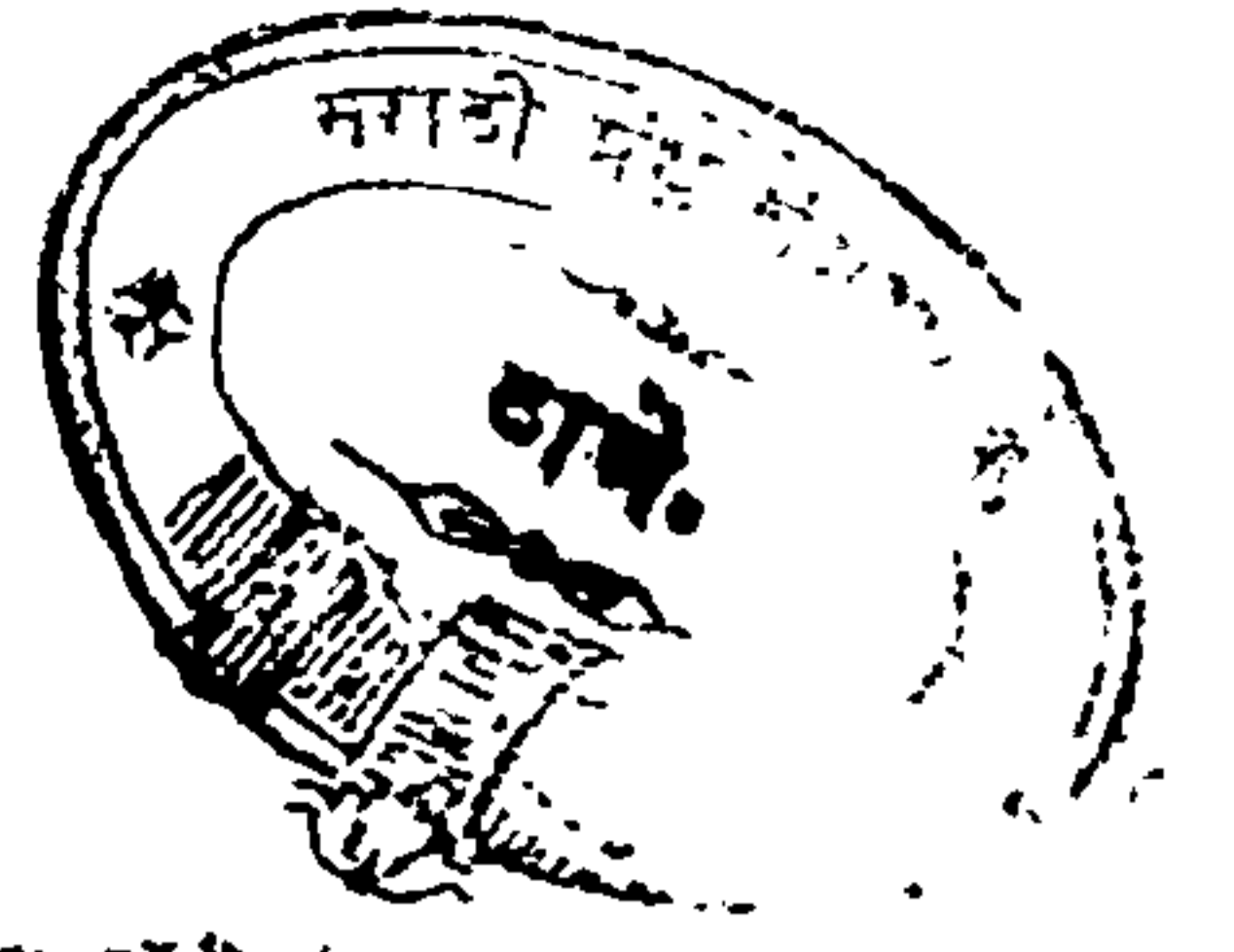
चौथे, १३ फूट ८ इंच लांब, ७ फूट ९ इंच रुंद आणि ३ फूट ११ इंच जाड असा एक संगमरवरी दगड आहे, त्याचे घन फळ किती?

फू. इ. प्र.

उत्तर, ४१४ . . १० . . १

घातकर्म.

कोणताही अंक मूळ कल्पून त्यानें तोच कित्येक वेळां गुणून वाढविला जो गुणाकार तो त्या मुळाचा घात म्हणावा.



त्याचा प्रकार.

२ म्हणजे २ हे मूळ अथवा प्रथम घात.

$२ \times २ = ४$ हा २ चा द्विघात अथवा वर्ग आहे.

$२ \times २ \times २ = ८$ हा २ चा त्रिघात अथवा घन.

$२ \times २ \times २ \times २ = १६$ हा २ चा चतुर्घात.

$२ \times २ \times २ \times २ \times २ = ३२$ हा २ चा पंचघात.

ह्या प्रमाणे पुढे कोष्टक लिहिले आहे त्यांत एकापासून नव
अंकाचे नव पर्यंत घात लिहिले आहेत.

घातकोष्टक.

प्र० घात किं० सूत्र	द्विघात किं० वर्ग	त्रिघात किं० घन	चतुर्घात	पंचघात	षड्घात	सप्तघात	अष्टघात	नवघात
१	१	१	१	१	१	१	१	१
२	४	८	१६	३२	६४	१२८	२५६	५१२
३	९	२७	८१	२४३	७२९	२१८७	६५६१	१९६८३
४	१६	६४	२५६	१०२४	४०९६	१६३८४	६५५३६	२६२१४४
५	२५	१२५	६२५	३१२५	१५६२५	७८१२५	३९०६२५	१९५३१२५
६	३६	२१६	१२९६	७७७६	४६६५६	२७९९३६	१६७९६१६	१००७७६९६
७	४९	३४३	२४०९	१६८०७	११७६४९	८२३५४३	५७६४८०९	४०३५३६०९
८	६४	५१२	४०९६	३२७६८	२६२१४४	२०९७१२८	१६७७७२१६	१३४२७७७२८
९	८१	७२९	६५६१	५९०४९	५१३४४१	४७८२९६९	४३०४६७२१	३८७४२०४८९

१०२

घातप्रकाशक.

घाताचें स्वरूप दाखविणारा जो अंक त्यास घातप्रकाशक म्हणावें. मूळांकास वाढविण्याकरितां जितकेवेळ गुणावयाचें त्या-
पेक्षां १ संख्या घातप्रकाशकांत अधिक धरावी.

जसें, १ हा प्रथम अंक अथवा मूळ त्याचा प्रकाशक होय, त्यास गुणावयास नको, २ हा द्विघात अथवा वर्ग त्याचा प्रकाशक होय, येथें एक वेळ गुणावयाचें, ३ हा त्रिघात किंवा घन त्याचा प्रकाशक, येथें दोन वेळां गुणावयाचें, ४ हा चतुर्घाताचा प्रकाशक, येथें तीन वेळां गुणावयाचें त्याप्रमाणें पुढें जाणावें.

हा घातप्रकाशक अंक मुळाचे वरता उजवे वाजूस वा रीक लिहावा.

जसें, २ = ४ हा २ चा द्विघात अथवा वर्ग झाला.

३ = ८ हा २ चा घन झाला.

२ = १६ हा २ चा चतुर्घात झाला.

५४० = ८५० ३० ५६०००० हा ५४० चा चतुर्घात

झाला.

जेव्हां दोन अथवा अधिक घात परस्पर गुणावयाचे आहेत, तेव्हां घातप्रकाशकांची बेरीज करून मुळाचे वरती उजवे

बाजूस मांडावी, म्हणजे त्या मुळाचे तितके घाता बरोबर तो गुणाकार आहे असे समजावे. हे पुढे २ चा घात लिहितो त्यावरून स्पष्ट कळेल.

प्र. द्वि. त्रि. च. पं. ष. स. अ. न. द.
 २, २, ३, ४, ५, ६, ७, ८, ९, १०,
 अथवा २, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८, २५६, ५१२, १०२४,
 $२ \times २ = ४$ एथे घातप्रकाराक २ व २, त्यांची बेरीज ४, आणि $४ \times ४ = १६$ होतात, तेव्हा २ चा चतुर्घात आणि २ चे दोन वर्गांचा परस्पर गुणाकार हे बरोबर आहेत.
 $२ \times ४ = ८$ एथे घातप्रकाराक ३ व ४ त्यांची बेरीज ७, आणि $८ \times ८ = ६४$ होतात, तेव्हा २ चा सप्तघात आणि २ चा घन व चतुर्घात त्यांचा परस्पर गुणाकार हे बरोबर आहेत.
 $२ \times ८ = १६$ एथे घातप्रकाराक ४ व ६ त्यांची बेरीज १०, आणि $१६ \times ६४ = १०२४$, तेव्हा २ चा दशाघात आणि २ चा चतुर्घात व षट्घात त्यांचा परस्पर गुणाकार हे बरोबर आहेत.

$\frac{१}{२} \times \frac{१}{२} = \frac{१}{४}$ हा $\frac{१}{२}$ चा वर्ग आहे; $\frac{१}{२} \times \frac{१}{२} = \frac{१}{४}$ हा $\frac{१}{२}$ चा घन आहे; $\frac{१}{४} \times \frac{१}{२} = \frac{१}{८}$ हा $\frac{१}{२}$ चा चतुर्घात आहे. त्यावरून ध्यानांत येते, की पूर्णांकाचे घात उत्तरोत्तर अधिक भावाचे

होतात आणि व्यवहारी समअपूर्णाकाचे घात उत्तरोत्तर उणेभा-
वाचे होतात.

उदाहरणे.

पहिले, ४५ ह्यांचा द्विघात अथवा वर्ग काय होतो तो
सांग.

उत्तर, २०२५.

दुसरे, ४१६ ह्यांचा वर्ग काय होतो ?

उत्तर, १७३०३६.

तिसरे, ३५ ह्यांचा घन किंवा त्रिघात काय होतो ?

उत्तर, ४२८७५.

चौथे, ०२९ ह्यांचा पंचघात काय होतो ?

उत्तर, ००००००००२०५१११३९.

पाचवे, ३ ह्यांचा वर्ग काय होतो ?

उत्तर, ९.

साहावे, ८ ह्यांचा त्रिघात काय होतो ?

उत्तर, ५१२.

सातवे, ३ ह्यांचा चतुर्घात काय होतो ?

उत्तर, ८१.

मूळकर्म.

मूळकर्म म्हणजे कोणतेही घाताचे मूळ काढण्याची रीति, ते घातकर्माचे उलटे आहे.

जो अंक त्याने तोच कितीएकवेळां गुणून जो घात होतो, त्या अंकास त्या घाताचे मूळ म्हणावे.

जसें, २ हे दोहोचे वर्गाचे मूळ आहे. कारण, $२ = २ \times २$, तसेंच ३ हे २७ चे घनमूळ आहे. कारण, $३ = ३ \times ३ \times ३ = २७$

कोणत्याही अंकाचा घात त्याने तोच गुणून बरोबर होतो, परंतु मूळ बरोबर येतच नाही, अशा संख्या बहुत आहेत. तरी अपूर्णाक दशांशयुक्तीने बहुत करून मुळाचे जवळ जवळ अंक येतो तेच घाताचे मूळ म्हणावे.

जे मूळ बरोबर येते त्यास अखंडमूळ म्हणावे, आणि जे मूळ बरोबर येत नाही, मूळजवळ अंक येतो, त्यास खंडमूळ अथवा करणी म्हणावे. जसें, ४ ह्यांचे वर्गमूळ अखंड आहे. कांकीं, बरोबर २ आहेत. तसेंच ८ ह्यांचे घनमूळ अखंड आहे. कांकीं, बरोबर २ आहेत, परंतु ३ ह्यांचे वर्गमूळ खंड आहे, तसेंच ९ चे घनमूळ खंड आहे.

ज्या घाताचें मूळ काढावयाचें त्यास मूळप्रकाराक अंक लिहिण्याची रीति दाखवितो. ज्या अंकाचें मूळ काढावयाचें त्या अंकाचे डावे बाजूस $\sqrt{\quad}$ असें चिह्न करावें आणि त्याचे डावेकडे मूळ प्रकाराक अंक लिहावा. जसें, $\sqrt{२०}$ म्हणजे २० चें घनमूळ काढावें आणि जेथें वर्गमूळ करावयाचें तेथें चिह्न मात्र करावें. जसें, $\sqrt{२०}$ म्हणजे २० चें वर्गमूळ करावें.

जेव्हां घातामध्ये कितीएक पदे वेगळालीं + धन - ऋण चिह्नांनीं जोडिलीं आहेत, तेव्हां मूळाचें चिह्न डावेकडे करून तेथ पाहून त्या सर्वपदांचे वर सरळ रेष ओढावी. जसें, $\sqrt{४५ - १२}$ ह्यांचें घनमूळ करावयाचें आहे तर $\sqrt[३]{४५ - १२}$ ह्या प्रमाणें लिहावें. अथवा त्या संख्या कोंसाचें सांखळींत बांधून ह्या रीतीनें लिहितात. जसें, $\sqrt[३]{४५ - १२}$

घातमूळ प्रकाराक लिहिण्याची दुसरी रीति सांगतो. त्या प्रकाराकाचें स्वरूप व्यवहारी अपूर्णाका सारखें आहे. जसें, $\sqrt[३]{८}$ ह्यांचें वर्गमूळ करावें म्हणून लिहिणें तर $\sqrt[३]{८}$ असें लिहावें, $\sqrt[३]{१२}$ ह्यांचें घनमूळ करावयाचें तर $\sqrt[३]{१२}$ असें लिहावें, आणि $\sqrt[३]{४५ - १२}$ ह्यांचें चतुर्घात मूळ करावयाचें तर $\sqrt[४]{४५ - १२}$ असें अथवा $(४५ - १२)^{\frac{१}{४}}$ असें लिहावें.

वर्गमूळ .

+
+
वर्गमूळ म्हणजे वर्गापासून निघते जें त्याचे मूळ
ते काढण्याची रीति.

वर्गाकांत दोन दोन अंकांचे भाग करावे. एकंचे स्थळीं अं
क आहे त्याजवर भागचिह्न असा बिंदु करावा. पुढें एकंचे एक
स्थान टाकून उजवेकडून डावेकडे भागचिह्न करीत जावें. जैसे,
२०२५ हा वर्ग, त्यांत एकंचे स्थळीं ५ त्याजवर भागचिह्न करावें.
५, ६ हांचे जागेंत २ आहेत ते टाकून शतंचे जागेंत ० आहे त्यां-
जवर भागचिह्न करावें. ०, सहस्रंचे जागेंत २ त्याजवर करू-
ये. आतां २०२५ त्यांत २५ पहिला भाग, २० दुसरा भाग. ह्यां-
प्रमाणें पूर्णाकांत भाग होतील तेवढे उजवेकडून डावेकडे क-
रावे.

+ सांगितले संख्येचे दोन दोन अंकस्थळांचे भाग केले ह्यांचे कारण हें आ-
हे कीं, केवळ एक अंकाचे वर्गास दोहोंपेक्षां अधिक अंकस्थळें होत नाहीं; आणि
दोन अंकस्थळांचे संख्येचे वर्गास चोहोंपेक्षां अधिक अंकस्थळें होत नाहीं;
ह्याप्रमाणें पुढेंही. ह्याजकरितां मूळांत इतकीं अंकस्थळें होतील कीं, सांगित-
ले संख्येचे जितके भाग झाले आहेत.

आणि ह्याकर्मातील वेगळाले भूमिकांचे कारण बीजगणितांतील व

वर्गांत अपूर्णांक दशांश असल्यास पूर्णांकांत एकची जागा आहे तेथून डावेकडून उजवेकडे भाग करावे. दहं ची जागा सोडून शतंचे जागेतील अंकावर भागचिह्न करावे. असें गाचे रूपांपासून कळेल, त्या वर्गांत पदे दोन, अथवा तीन किंवा यांहून अधिक असतील, जसें, $(अ + ब)^२ = अ^२ + २अब + ब^२ = अ^२ + (२अ + ब)ब$, हा वर्ग आहे दोन पदांचा, ज्यांत दिसते कीं, मूळाचें प्रथमपद अ आहे, आणि दुसरें ब, आणि प्रथम भाजक अ आहे, आणि नवा भाजक $२अ + ब$ आहे, म्हणजे मूळांतील प्रथमपदाची दुप्पट दुसरेंजवळचे पदानें वाढविलेली. ह्याजकरितां मूळ काढण्याची रीती ह्याप्रमाणें आहे.

प्रथम भाजक अ) $अ^२ + २अब + ब^२$ (अ + ब हें मूळ.

अ

दुसरा भाजक $२अ + ब$ $\overline{२अब + ब^२}$
 $\underline{२अब + ब^२}$

पुनः दुसरें मूळ, ज्यांत अ, ब, क, तीन पदे आहेत जसें,

$(अ + ब + क)^२ = अ^२ + २अब + ब^२ + २अक + २बक + क^२ = अ^२ +$

$(२अ + ब)ब + (२अ + २ब + क)क$, हा तीन पदांचा वर्ग आहे, ज्यांत त्याचे मूळाचें प्रथमपद अ आहे, दुसरें पद ब, आणि तिसरें पद क आहे, आणि प्रथम भाजक अ आहे. दुसरा भाजक $२अ + ब$, आणि तिसरा भाजक $२अ + २ब + क$ ह्यांत पाहून स्पष्ट कळेल कीं, प्रत्येक भाजक, मूळांतील पूर्वाची दुप्पट जवळचे नवे पदानें वाढविली ह्याचे बरोबर आहे. आणि मूळ काढण्याची वर सांगितले रीतीचे बरोबर आहे. ह्या टीपेविषयीं बीजांत मूळकर्मांचे दुसरे प्रकरांत लिहिले आहे तें पाहावे

पुढें ही.जसें, १७.३०.५६ त्यांत १७ पूर्णांक. पुढें दहं'चे जागे
त ३ ते सोडून शतं'चे जागेंत ० त्याजवर भागचिन्ह करावें ०, पुढें
सहस्रं'चे जागेंत ५ ते सोडून दशसहस्रं'चे जागेंत ६ त्यांजवर भा-
गचिन्ह करावें ६, म्हणजे १७.३०.५६,

डावेकडे जो पहिला भाग आहे त्यांत अति मोठा वर्ग
कोणता जाईल. तें सोडून तो वर्ग त्याचे खाली लिहून त्याचे
मूळ उदाहरणाचे बाजूस भागाकारस्थळीं लिहावें.

पहिला भाग आणि त्याचे खाली लिहिलेला वर्ग ह्यांची
वजाबाकी करून बाकी राहिल तिचे उजवे बाजूस वरचा दुस-
रा भाग घ्यावा, तो नवा भाज्यांक झाला. ह्याला भाजक पाहिजे
तो उत्पन्न करण्याची शीति.

भागाकारस्थळीं वर्गमूळ अंक लिहिला आहे त्याची दु-
प्पट करून ह्या भाज्यांकाचे डावेकडे भाजकांक रीतीनें लिहावा,
आणि भाज्यांकाचा शेवटील एक अंक सोडून बाकींत हा भा-
जक किती वेळां जाईल तो वेळांक भागाकारस्थळीं त्या वर्गमूळ-
चे उजवेकडे व भाजकांकाचे उजवेकडे लिहावा.

नंतर तोच वेळांक भाजकांकाचे शेवटाखालीं लिहून
त्यानें तो बाढविलेला भाजकांक गुणून गुणाकार भाज्यांका
खालीं लिहावा, मग त्यांची वजाबाकी करून बाकी राहिल

तिचे उजवे बाजूस वरचा तिसरा भाग घ्यावा, तो नवा भाज्यांक झाला.

भागाकारस्थळीं अंक आहेत ते दुप्पट करून ह्या भाज्यां काचे बाजूस भाजकरीतीने लिहावे. आणि भाज्यांकाचा शेवटील एक अंक सोडून बाकींत हा भाजक कितीवेळां जाईल, तो वेळांक भागाकार व भाजक ह्यांचे उजवे बाजूस लिहावा.

नंतर हा वेळांक भाजकारवालीं लिहून त्यानें तो भाजक गुणून भाज्यांकारवालीं लिहावा. वजाबाकी करून बाकी राहिल तिचे उजवे बाजूस वरचा चौथा भाग घ्यावा, आणि पूर्ववत् करावे. ह्याप्रमाणें वरचे भाग सरून बाकी ० पर्यंत करावे. जो भागाकार येईल तें वर्गमूळ जाणावे.

कदाचित् वेळांक तीनस्थळीं लिहून गुणलेले भाजकां क नवे भाज्यांकापेक्षां अधिक झाले तर वेळांकांत एकएक उणा करावा. गुणाकार, भाज्यांकांचे बरोबर अथवा कांहीं उणा येईल असा वेळांक स्वचित करून नंतर तीनस्थळीं मांडावा.

वर्गांत दशांश अपूर्णांक असल्यास पूर्णांकाचे शेवटील भागाची बाकी राहिल तिजवर वरचा अपूर्णांकाचा दशांशाचा भाग घ्यावा. त्यांत एकच अंकाचा भाग येईल तर त्याजवर पु-

ज्य देऊन सम करावा.

दशांशाचा भाग खालीं आणिल्यावर भागाकारस्थळींचे अंकांवर दशांशाचिह्न करावे. नंतर भाग येईल तो अंक मांडावा. नव्या भाज्यांकाचा भाजकाने भाग नयेईल तर भागाकार व भाजक ह्या दोहोंस्थळीं शून्ये देऊन वरचा भाग घ्यावा. तो नसल्यास दोन पूज्ये भाज्यांकावर देऊन पूर्ववत् करावे.

पाहा. नवेनवे भाजकांकरितां मूळ दुप्पट करण्याची ही रीति सर्वांहून सोपी आहे कीं, मूळाचे शेवटचा वेळांक पूर्व भाजकांत मिळवावा. हे ह्या पुढील उदाहरणावरून स्पष्ट समजेल. — सांगितले संख्येतील सर्व भाग खालीं आणून काम केल्यावर पूर्णांकाची किंवा अपूर्णांकाची 'कांहीं बाकी राहिल्यास इच्छा आहे तो पर्यंत प्रतिवाकीवर दोन दोन शून्ये देऊन दशांशांत वाटवितां येईल.

उदाहरणें.

पहिलें, २०२५ ह्यांचें वर्गमूळ काय आहे?

४	२० २५ (४५
— ४	१६
८५	४ २५
— ९	४ २५
== ९०	० ० ०

तपशील. २०२५ ह्या वर्गांत एकचे जागेत ५ त्यांजवरु भागचिह्न करावे ५, नंतर दहंचे जागेत २ ते सो-

डून शतंचे जागेंत० त्याजवर चिद्ग करावें ०, सहस्रंचे जागें-
 त २ त्यांजवर करूनये. = २०२५ ह्यांत अंकांचे २ भाग झाले.
 आतां डावेकडून पहिला भाग २० त्यांत अतिमोठा वर्ग १६
 तो त्या २० चे खाली लिहून त्याचें वर्गमूळ ४ भागाकारस्थळीं
 भागाकार रीतीनें लिहून वजाबाकी करावी. बाकी ४ राहिले
 त्यांचे बाजूस वरचा दुसरा भाग २५ घ्यावा, तो नवा भाज्यांक
 झाला. आतां भागाकारस्थळीं ४ आहेत त्यांची दुप्पट करून
 न भाजकस्थळीं लिहावे. भाज्यांक ४२५ ह्यांचा शेवटील अंक
 ५ सोडून बाकी ४२ ह्यांत भाजक ८ कितीवेळां जाईल, तो वे-
 लांक ५, भागाकार व भाजक ह्या दोहोंस्थळीं अंक आहेत त्यांचे
 उजवेकडे जवळ मांडावे. नंतर तेच ५ गुणक, त्यांनीं ते भा-
 जक ८५ गुणून गुणाकार ४२५ चे खाली लिहून वजाबाकी
 करावी. बाकी०

उत्तर, ४५ हें वर्गमूळ.

दुसरे, २९५० ६६२४ ह्यांचें वर्गमूळ काय?

५	२९५०६६२४ (५४३२ हेन वर्गमूळ उत्तर.
५	२५
१०४	०४५०
४	४१६
१०८३	०३४६६
३	३३४९
१०८६२	०२१७२४
२	२१७२४
१०८६४	०००००

तिसरे, ७३४४४९ ह्यांचे वर्गमूळ काय आहे?

उत्तर, ८५७.

चौथे, ८०६४०४ ह्यांचे वर्गमूळ काय आहे?

उत्तर, ८९८.

पाचवे, ८११८०१ ह्यांचे वर्गमूळ काय आहे?

उत्तर, ९०१.

साहावे, ८४६४०० ह्यांचे वर्गमूळ काय आहे?

उत्तर ९२०

सातवे, ८७०४८९ ह्यांचे वर्गमूळ काय आहे?

उत्तर, ९३३

आठवे, ९३१२२५ ह्यांचे वर्गसूळ काय आहे?

उत्तर, ९६५

नववे, १५४७५३६ ह्यांचे वर्गसूळ काय आहे?

उत्तर, १२४४

दाहावे, २६५०३८४ ह्यांचे वर्गसूळ काय आहे?

उत्तर, १६२८

अकरावे, ३९१२४६४ ह्यांचे वर्गसूळ काय आहे?

उत्तर, १९७८

बारावे, ४५५३९५६ ह्यांचे वर्गसूळ काय आहे?

उत्तर, २१३४

तेरावे, १२०३३९६१ ह्यांचे वर्गसूळ काय आहे?

उत्तर, ३४६९

चौदावे, २०७७५३६४ ह्यांचे वर्गसूळ काय आहे?

उत्तर, ४५४८

पंधरावे, ५३१५८६८१ ह्यांचे वर्गसूळ काय आहे?

उत्तर, ७२९१

सोळावे, ६४०६६५५५५ ह्यांचे वर्गसूळ काय

आहे?

उत्तर, २५३·११३७२.

बाकी·०००२४७७५१६

ह्याचा ताळा २५३·११३७२ व २५३·११३७२
ह्यांचा जो गुणाकार होईल त्यांत ०००२४७७६१६ ही बा-
की मिळवावी, म्हणजे ६४०६६·५५५५ हा वर्ग झाला.

सत्रावे, ७१२५४·०४५६१ ह्यांचे वर्गमूळ काय आहे?

उत्तर, २६६·९३४५ वर्गमूळ.

बाकी, ०१८३१९७५.

अठरावे, ८२३७९·००५९३ ह्यांचे वर्गमूळ काय
आहे?

उत्तर, २८७·०१७४ वर्गमूळ.

बाकी, ०१८०२७२४

एकुणिसावे, ९१६२५१·६३५४७ ह्यांचे वर्गमूळ
काय आहे?

उत्तर, ९५७·२१०३ वर्गमूळ.

बाकी, ०७७०४३९१

विसावे, १००००५७६८४ ह्यांचे वर्गमूळ काय आहे?

उत्तर, ३१६२३६ वर्गमूळ.

बाकी, ००००५६०७०४.

एक विसावे, ०००७२९ ह्यांचे वर्गमूळ काय आहे?

उत्तर, ०२७

पाहा. जेव्हा जें मूळ काढायचें आहे त्यांत अंकस्थळें ब-
हुत पाहिजेत, तेव्हा ह्या रीतीपासून कर्म फार संक्षेपानें होईल.

वर सांगितले मूळ काढण्याचे रीती करून कर्म करित चला-
वें, जों पर्यंत मूळाचे इच्छिले अंकस्थळांचे अर्धी किंवा एकाधिक
अर्धी अंकस्थळें उत्पन्न होतील, नंतर राहिलीं अंकस्थळें उत्पन्न क-
रायासाठीं शेवटील भाज्य त्याचे भाजकानें दशांश संक्षेपरीतीनें
भागावा, जसें,

उदाहरणें.

पहिलें, २ ह्याचें वर्गमूळ नव अंकस्थळें पर्यंत काढावें

२ (१४१४२१३५६

१

२४	१००
४	९६
२८१	४००
१	२८१
२८२४	११९००
४	११२९६
२८२८२	६०४००

२८२८२	६०४००
२	५६५६४

२८२८४) ३८३६ (१३५६

१००८

१६०

१९

२

दुसरे, ३ ह्यांचे वर्गमूळ काय?

उत्तर, ७३२०५०.

तिसरे, ५ ह्यांचे वर्गमूळ काय?

उत्तर, २२३६०६८.

चवथे, ६ ह्यांचे वर्गमूळ काय?

उत्तर, २४४९४८९-

पांचवे, ७ ह्यांचे वर्गमूळ काय?

उत्तर, २६४५७५१.

साहाचे, १० ह्यांचे वर्गमूळ काय?

उत्तर, ३१६२२७७.

सातवे, ११ ह्यांचे वर्गमूळ काय?

उत्तर, ३३१६६२४.

आठवे, १२ ह्यांचे वर्गमूळ काय?

उत्तर, ३.४६४१०१.

व्यवहारी अपूर्णांक आणि भागानुबंधपूर्णांक
ह्यांची वर्गमूळे काढण्याची रीति.

कोणतेही मूळ काढिल्याचे पूर्वी व्यवहारी अपूर्णांकास
अतिसंक्षेपरूप दिले पाहिजे. नंतर

१ जर छेद पूर्णघात असेल तर अशा छेदांची वर्गमूळे ने-
गळालीं पूर्वरीतीने काढून त्यांचे स्थळीं लिहावीं : छेद अ-
से नसतील तर.

२ अंश आणि छेद परस्पर गुणून गुणाकाराचे मूळ काढा-
वे : नंतर हे मूळ सांगितले अपूर्णांकाचे अंशस्थळीं किंवा छेद
स्थळीं लिहावे. म्हणजे ते रूप त्या अपूर्णांकाचे वर्गमूळ झाले.

$$\text{म्हणजे } \sqrt{\frac{अ}{ब}} = \frac{\sqrt{अ}}{\sqrt{ब}} = \frac{\sqrt{अब}}{ब} = \frac{अ}{\sqrt{अब}}$$

ही सामान्य रीति स्तब्धमूळ आणि अनंतमूळ ह्या दोहोंवरही
चालते.

३ अथवा व्यवहारी अपूर्णांकास दशांशरूप देऊन मग
वर्गमूळ काढावे.

४ भागानुबंध पूर्णाकास व्यवहारी विषम अपूर्णाकरूप देऊ-
न मग प्रथम आणि दुसरी ह्या रीतीकरून त्याचें मूळ काढितां ये-
ईल, अथवा त्यांतील अपूर्णाकास दशांशरूप देऊन ते दशांश त्या
पूर्णाकाशी जोडून मग त्याचें मूळ काढावें.

उदाहरणे.

प्रथम, $\frac{3}{5}$ ह्याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, $\frac{3}{5}$

दुसरें, $\frac{11}{15}$ ह्याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, $\frac{11}{15}$

तिसरें, $\frac{1}{2}$ ह्याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, $\frac{1}{2}$

चौथें, $\frac{1}{4}$ ह्याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, $\frac{1}{2}$

पांचवें, $\frac{1}{9}$ ह्याचें वर्गमूळ काय?

उत्तर, $\frac{1}{3}$

वर्गमूळाचे साहाय्यानें कोणतेही घाताचें मूळ निघतें,
ज्याचा प्रकाराक २ ह्याचा कोणताही घात आहे, जैसें, चतुर्घात
मूळ, अष्टघातमूळ, षोडशघातमूळ इत्यादि. प्रकाराक दोही-

चा वर्ग आहे तर वर्गसूळ काढून पुनः त्याचें वर्गसूळ काढावें. असें द्विराष्टत सूळ काढावें, अष्टघाताचें त्रिराष्टतसूळ इत्यादि.

म्हणजे, २१०३५० ह्याचें चतुर्घातसूळ काढणें तर वर्ग-सूळ खाली सांगतो ह्या प्रमाणें द्विराष्टत काढिलें पाहिजे.

२१०३५०००० (१४५०३७२३७ (१२०४३१४०७ हें चतुर्-घातसूळ.

१		१	
२४	११०	२२	४५
४	९६	२	४४
२८५	१४३५	२४०४	१०३७२
५	१४२५	४	९६१६
२९००३	१०८०००	२४०८३	७५६३७
३	८७००९	३	७२२४९
२९००६)	२०९९१ (७२३७		३३४४ (१४०७
	६८७		९८०
	१०७		१७
	२०		

दुसरे, ९७४१ ह्याचें चतुर्घातसूळ काय?

सोडून बाकींतून हा भाजक फितीवेळां जाईल तो वेळांक भागा-
कारस्थळीं जो अंक आहे त्याचे जवळ उजवेकडे लिहावा. भागा-
कारस्थळीं दोन अंक झाले, त्यांत जुने अंकास (अ) असें नां-
व ठेवावे, आणि नवे अंकास (ई) असें नांव ठेवावे.

४ अन्ना वर्ग ३ ह्या अंकानें गुणावा, तो गुणाकार इनें गुणून
लिहावा, आणि अ ला ३ ह्या अंकानें गुणून त्या गुणाकारानें ईचा
वर्ग गुणावा. तो गुणाकार पूर्व गुणाकाराचे खालीं एक अंक पुढें
जाईल असा लिहावा, आणि त्याचे खालीं ईचा घन एक अंक पुढें
जाईल असा लिहावा, त्याची मिळवणी करून भाज्यांकांतून वजा
करावी. कदाचित् ही बेरीज भाज्यांकापेक्षां अधिक झाली, तर वेळां-
क ई. त्यांत एक उणा करून ती बेरीज भाज्यांकांहून कांहीं उणी
किंवा बरोबर होईल असें करावे. बाकी राहिल तिजवर वरचा
तिसरा भाग घ्यावा तो नवा भाज्यांक झाला. त्यास भाजकांक पा-
हिजे तो वर तिसरे कलमांत लिहिले रीतीनें उत्पन्न करावा. तो उ-
त्पन्न झाल्यावर वर सांगितले रीतीनें जो नवा वेळांक येईल त्या-
चें नांव (ई) आणि त्याचे डावेकडे भागाकारस्थळीं जे अंक अ-
सतील त्या सर्वांचें नांव (अ) ठेवावे. मग वजा करावयास अं-
क असावे ते वर ह्याच कलमांत लिहिले रीतीनें उत्पन्न करून वजा
देऊन बाकी काढावी, ह्या प्रमाणें पुढें करित जावे.

घनमूळ.

- घनमूळ म्हणजे कोणतेही घनापासून निघते जें त्याचें मूळ तें काढण्याची रीति.

जी संख्या सांगितली आहे. तींत तीन तीन अंकांचे भाग करावे. एकचे स्थळीं अंक आहे त्याजवर 'असें चिह्न करावें, पुढें उजवे कडून डावेकडे दोन अंक टाकून तिसरे अंकावर चिह्न करावें, ह्याप्रमाणें शेवटपर्यंत करावें. अपूर्णांक दशांश आहेत तर त्यांत डावेकडून उजवेकडे पहिलीं दोन अंकस्थानें टाकून तिसरा अंक सहस्रंचे जागेचा, त्याजवर भाग चिह्न करावें, त्या पुढें दोन अंक टाकून तिसऱ्यावर करावें, ह्याप्रमाणें शेवटपर्यंत करावें.

१ नंतर डावेकडील पहिले भागांत जो माठा घन असेल तो शोधून त्याचे खालीं लिहावा, आणि त्याचें घनमूळ भागाकारस्थळीं लिहावें. खालचा घन वरचे भागांतून बजा करावा, बाकी राहिल तिजवर वरचा दुसराभाग घ्यावा, तो नवा भाज्यांक झाला.

३ भागाकारस्थळांत जो अंक आहे त्याचे वर्गाची तिप्पटक रून लिहावी, आणि त्याचे खालीं त्याच घनमूळाची तिप्पटरून एक अंक पुढें जाईल अशी लिहून मिळवणी करावी, ही बेरीज नवा भाजकांक झाला. नंतर भाज्यांकाचा शेवटील एक अंक

उदाहरणें.

पहिलें, ४८२२८०५४४ ह्यांचें घनमूळ काय आहे?

$$३ \times ३ = २७ \quad ४८२२८०५४४ \text{ (३६४$$

$$३ \times ३ = \underline{\quad ९ \quad} \quad २७$$

भाजक २७९) २१ २२८ नवा भाज्य.

$$३ \times ३ \times ६ = १६२$$

$$३ \times ३ \times ६ = ३२४$$

$$६ = २१६$$

~~१९६५६~~ १९६५६ ही बेरीज.

$$३ \times ३६ = ३८८८$$

$$३ \times ३६ = \underline{\quad १०८ \quad}$$

भाजक ३८९८८) १५७२५४४४ नवा भाज्य.

$$३ \times ३६ \times ४ = १५५५२$$

$$३ \times ३६ \times ४ = १७२८$$

$$४ = ६४$$

१५७२५४४ बेरीज.

•••••

तपशील.



• पूर्णांकांत एकचे स्थळीं ८ त्यांजवर भागचिद्र असें करावे, तेथून डावेकडे दोन अंक टाकून तिसरे ८ त्यांजवर करावे. अपूर्णांकांत डावेकडून उजवेकडे दोन अंक टाकून तिसरा अंक ४ त्यांजवर करावे. $\equiv ४८२२८ \cdot ५४४$ असे ३ भाग झाले.

डावेकडून पहिला भाग ४८ त्याचे आंत जवळचा घन २७ ते त्याचे खाली लिहावे. त्याचे मूळ ३ ते भागाकारस्थळी लिहावे. $४८ \text{ --- } २७ \equiv २१$ राहिले, त्यांजवर दुसरा भाग २२८ घ्यावा $\equiv २१२२८$ हा नवा भाज्यांक झाला.

भागाकारस्थळीं ३ त्यांचा वर्ग $\equiv ९$ ते तिषट $\equiv २७$ लिहावे. मूळ ३ ते ३ नीं गुणून $\equiv ९$ ते २७ चे खाली एक अंक पुढें जाई असे लिहावे, आणि मिळवणी करावी. हा भाजकांक झाला. भाज्यांकांचे शेवटील ८ ते सोडून बाकी २१२२ त्यांत हा भाजक ६ वेळां जाईल, तो वेळांक भागाकारस्थळीं ३ चे उजवे कडे लिहावा $\equiv ३६$ झाले, त्यांत पहिले ३ त्यांचे नांव (अ) आणि नवे ६ त्यांचे नांव (ई) असे ठेवावे.

अचा वर्ग $\equiv ९ \times ३ \equiv २७$ ते ईनें $\equiv ६$ नीं गुणावे

= १६२ लिहावे, आणि अ = ३ ह्यांस ३नीं गुणावे = ९,
 त्यांनीं ईचा वर्ग = ३६ ह्यांस गुणावे = ३२४ हे एक अंक
 पुढें जाई असे त्या पूर्व गुणाकाराचे खालीं लिहावे. त्याचे खा-
 लीं एक अंक पुढें जाई असा ईचा घन = २१६ लिहावा, आ-
 णि त्यांची मिळवणी करावी. ही बेरीज भाज्यांकांतून वजा क-
 रून बाकी १५७२ राहिली, तिजवर तिसरा भाग ५४४ घ्या-
 वा, = १५७२५४४ हा नवा भाज्यांक झाला.

भागाकारस्थळीं ३६ त्यांचा वर्ग = १२९६ त्याची तिषट
 = ३०८८ लिहावे, मूळ ३६ ते ३ गुणावे = १०८ ते त्याचे
 खालीं एक अंक पुढें जाई असें लिहावे. आणि त्यांची मिळ-
 वणी करावी = ३०९८८ हा भाजकांक झाला. भाज्यांकांचे
 शेवटील ४ ते सोडून बाकी १५७२५४ ह्यांत हा भाजक ४ वेळां
 जाईल, तो वेळांक भागाकारस्थळीं ३६ चे उजवेकडे लिहावा =
 ३६४ झाले. त्यांत पहिले ३६ त्यांचें नांव (अ) आणि नवे
 ४ त्यांचें नांव (ई) असें ठेवावे.

अचा वर्ग = १२९६ × ३ = ३८८८ ते ईनें = ४नीं
 गुणावे = १५५५२ लिहावे. त्यांचे खालीं एक अंक पुढें जाई
 असा अ = ३६ × ३ = १०८ ते ईचे = ४चे वर्गानें = १६
 नीं गुणावे = १७२८ लिहावे. तसाच ईचा = ४चा घन =

६४ लिहावा. त्यांची बेरीज घेऊन १५७२५४४ ती भाज्यांकांत वजा करावी. बाकी ० भागाकारस्थळीं ३६४ हें घनमूळ निघालें तें उत्तर.

दुसरें, १६२८०१५८२ ह्यांचें घनमूळ काढ.

उत्तर, ११०७६४२.

तिसरें, १३२६५१ ह्यांचें घनमूळ काढ.

उत्तर, ५१.

चौथें, ३४४२९५१ ह्यांचें घनमूळ काढ.

उत्तर, १५१.

पांचवें, १९९०२५११ ह्यांचें घनमूळ काढ.

उत्तर, २७१.

साहावे, ५६१८१८८७ ह्यांचें घनमूळ काढ.

उत्तर, ३८३.

सातवें, १३३२ ह्यांचें घनमूळ काढ.

उत्तर, ११०००२७ इत्यादि.

आठवें, ५७१४८२१९ ह्यांचें घनमूळ काढ.

उत्तर, ८२९ इत्यादि.

• नववें, २ ह्यांचें घनमूळ काढ.

उत्तर, १३७९ इत्यादि.

दाहावे, २ २ चा २ चे ३ ह्यांचे घनमूळ काढ
उत्तर, ६९३ इत्यादि.

दुसरी संक्षेपाने घनमूळ काढायची.

१ सभाराने अथवा मूळ कोष्टकापासून, सांगितले संख्येचा सं-
निध अधिक किंवा उणा अंखंड घन घ्यावा, आणि त्यास घेतला घ-
न म्हणावे.

※ घनमूळ काढण्याची जी सामान्यतः रीति सांगितली आहे, ती फार दीर्घ कं-
टाळवाणी आणि स्मरणांत ठेवण्यास कठीण, ह्याजकरितां संनिधमूळ काढण्या-
च्या दुसऱ्या विविधरीति न्यून, राफूसन, हालिडलाजी, सिफूसन, एमरसन,
आणि दुसरे ज्योतिषी ह्यांनी कल्पिल्या आहेत, परंतु, सरळरूपाची आणि सा-
मान्यतः कामांत फार उपयोगी अशी ही रीति पाहिली, ह्या प्रमाणे त्यांत दुसरी
कोणतीही नाही. तिचे बीजरूप हेच आहे.

जसे, प + २ अ अ + २ प :: र : ल, अथवा

जसे, प + २ अ : प अ :: र : ल अ र.

ह्यांत सांगितली संख्या आहे, अ, घेतलेला अतिसंनिध घन आहे,
र, अचे घनमूळ आहे, आणि ल, पचे इच्छिते मूळ आहे.

२ नंतर त्रैराशिकानें म्हणावें. जसें सांगितली संख्या आणि घेतले घनाची दुप्पट ह्यांची बेरीज, घेतलां घन आणि सांगितले संख्येची दुप्पट ह्यांचे बेरीजेस आहे, तसें घेतले घनाचें मूळ सांगितले संख्येचे मूळाजवळजवळ होईल. अथवा जसें प्रथम बेरीज, सांगितली संख्या आणि घेतलेला घन ह्यांचे वजाबाकीस आहे. तसें घेतलेले घनाचें मूळ, इच्छिलें मूळ आणि घेतले घनाचें मूळ ह्यांचे वजाबाकीस होईल.

३ पुनः अशारीतीनें उत्पन्न केलेमूळाचा घन करून तो घेतला घन असें मानून वरप्रमाणें तपशील करावा, म्हणजे अति संनिध दुसरें मूळ उत्पन्न होईल, ह्या प्रमाणें उत्तरोत्तर उत्पन्न झालेले मूळाचा पुनः पुनः घन करून तो घेतला घन मानून वरप्रमाणें तपशील करित जावें, म्हणजे उत्तरोत्तर फारच अतिसंनिध मूळ निघेल.

कोणतेहीमूळ काढणे.

प्रथमरीति.

चतुर्घातमूळ काढावयाचें असल्यास चार चार अंकांचा एकेक भाग करावा. पंचघातमूळ काढावयाचें असल्यास पांचांचा इत्यादि पुढेही.

प्रथम भागांतून सांगितल्या घाताचें विवक्षित मूळ काढावें त्याचें नांव (अ) त्या अचा तितका घात करून प्रथम भागांत वजा करावा; नंतर बाकीवर वरचा एकभाग घ्यावा, हा भाज्य झाला. भाजकाकरितां भागाकारांतील अंकावर एकोन घातप्रकाशक लिहून तो मांडावा. नंतर जितकेंमूळ काढावयास सांगितलें असेल ती संख्या गुणक मांडावी; ही एकश्रेणी झाली. त्या खाली दुसरी श्रेणी मांडावी, ती अशी. प्रथम श्रेणींतील घातप्रकाशक एकोन करून तो भागांकावर प्रकाशक लिहून भागांक मांडावा; नंतर वरचे श्रेणींतील गुणकानें तेथचा घातप्रकाशक गुणून त्यास श्रेणीचे संख्येनें, म्हणजे दोहोनीं, भागून भागाकार येईल तो गुणक दुसरे श्रेणींत करावा. ह्या रीतीनें सर्व श्रेणी कराव्या, अशा कीं, शेवटील श्रेणींत घातप्रकाशकावांचून भागांक येईल.

श्रेणींचीं पदे गुणून गुणाकार मांडावे. त्यांत पहिल्यापुढे

दुसरा गुणाकार एक अंकानें पुढें जाई असा मांडावा. ह्या प्र-
माणें सर्व मांडून त्या गुणाकारांची बेरीज घ्यावी, तो भाजक झा-
ला. ह्या भाजकानें भाज्यांतील शेवटला एक अंक नाहीसा मा-
नून पूर्वरीतीप्रमाणें अ ह्यावर एकभाग घ्यावा, त्याचें नांव (ई)
ठेवावें, आतां नवी श्रेणीची बेरीज वजाकरावयास पाहिजे ती के-
वळ वरले भाजकाप्रमाणेंच तयार करावी. म्हणजे अशी, प्रथ-
म भागांकावर म्हणजे अ वर घातप्रकाशक एकोन करून तो
आदि मांडावा. नंतर जे मूळ काढणें ती संख्या गुणक करावा; आ-
णि त्या पुढें दुसरा भागांक म्हणजे ई. पद मांडावें, ही एक श्रेणी
झाली.

त्याचें खालीं दुसरी श्रेणी मांडायची ती वरले श्रेणीचे घातां-
त एक उणा करून तो अ वर प्रकाशक लिहून आदिपद मांडावें.
नंतर वरले श्रेणीतील अचे घातास गुणकानें गुणून श्रेणी संख्ये-
नें भागून तो भागाकार गुणक करावा, आणि तिसरें पद (ई) वर्ग
मांडावें. ह्याप्रमाणें पुढें ही श्रेणी उत्पन्न कराव्या. अशा कीं, शेवट-
ल्या श्रेणीमध्ये (ई) अतिमोठे घातांचा येईल. म्हणजे जसें, पुढ-
ल्या उदाहरणीं दोहोंचा पंचघात लिहिला आहे.

सर्व श्रेणींचे गुणाकार करून, ते सर्व गुणाकार एकेक अंका-
नें पुढें जात, असे मांडून बेरीज घ्यावी, ती भाज्य झाली. नंतर

ती वरच्या भाज्यांत वजा करावी. ह्याप्रमाणें प्रतिभागाल करीत च-
लावे, म्हणजे इच्छिलें सूळ येईल.

उदाहरणें.

पहिलें, १३८६.५७९१० १५६२५ ह्या संख्येचें पंचघातसूळकाढ.

तपशील

प्र. श्रे. ४ × ५ = १२००

१३८६.५७९१० १५६२५ (४.२५ हें पंचघा-
तसूळउत्तर.

दुसरी ४ × १० = ६४०

१०२४

तिसरी ४ × १० = १६०

चौथी ४ × ५ = २०

भाजक १३४ ५६२०) ३६२५७९१० भाज्य

प्र. श्रे. ४ × ५ × २ = २५६०

दुसरी ४ × १० × २ = २५६०

तिसरी ४ × १० × २ = १२८०

चौथी ४ × ५ × २ = ३२०

पांचवी २ = ३२

२८२९१२३२ श्रेणीची बेरीज
वजा

प्र० श्रे० ४ ३ X ५ = १५५५८४८०

दुसरी ४ ३ X १० = ७४०८८०

तिसरी ४ ३ X १० = १७६४०

चौथी ४ २ X ५ = २१०

भाजक 15632088610) 796667095625 भाज्य

प्र० श्रे० ४ ३ X ५ X ५ = ७७७०२४००

दुसरी ४ ३ X १० X ५ = १८५२२०००

तिसरी ४ ३ X १० X ५ = २२०५०००

चौथी ४ २ X ५ X ५ = १३१२५०

पांचवी . . . ५ = ३१२५

796667095625	श्रेणी
	बीबे
००००००००००००००००००००	रीज

दुसरे, १४.४५९००६२५ ह्यांचे चतुर्थीतमूळकाढ.

उत्तर, १.९५.

तिसरे, २७८०.९१४३०६६४०६२५ ह्यांचे षड्घात

मूळकाढ.

उत्तर, ३.७५.

ताळापाहाणे.

निघालेल्या मूळ अंकांचा विवक्षित घान करावा तो सांगितल्या घाता बराबर आला म्हणजे मूळ खरे, बाकी राहिली असल्यास ती केलेल्या घातांत मिळवून बराबरी पाहावी.



दुसरी रीति.

प हें सांगितले संख्येचें अक्षरचिह्न घ्यावें. न हें सांगितले संख्येचें वर्गादिप्रकाराक अक्षरचिह्न. अ हें कोणवेही घेतले मूळाचें वर्गादिचें अक्षरचिह्न. र हें ह्या घेतले वर्गादिचें मूळ. ल हें प चें इच्छिलें मूळ किंवा इच्छाफल. अशीं चिह्ने कळून नंतर ह्या प्रमाणे करावे.

जशी, $n + 1$ वेळां अ आणि $n - 1$ वेळां प ही वेरीज :

$n + 1$ वेळां प आणि $n - 1$ वेळां अ ह्यांचे बेरजेस होते :

तसें, घेतलें मूळ रः इच्छिले ल ह्या मुळास होईल.

अथवा, जसें $n + 1$ वेळां अ आणि $n - 1$ वेळां प

त्यांचे बेरजेचे अर्थ:

सांगितला आणि घेतला जो वर्गादि त्यांचे वजा बाकीस
होते. ::

तसें घेतलें मूळ रः घेतलें आणि खरे ह्या मुळांचे वजा-
बाकीस होईल.

नंतर ही वजाबाकी घेतले वर्गादीशीं मिळविली अथवा व-
जा केली असतां खरे मूळ होईल.

म्हणजे

$(n+1)अ + (n-1)पः (n+1)प + (n-1)अ :: रः ल$.

अथवा $(n+1)३ अ + (n-1)३ पः १-५$
अः : रः ल-५ र.

टीप. ह्या प्रमाणें पुनः पुनः करून दुसरें दुसरें खरे मूळ का-
ढावें, परंतु प्रत्येक प्रमाणांत शेवटीं निघेल तें मूळ र आणि
त्यामुळाचा घात न आणि घेतलें वर्गादि अ होईल. ह्या प्र-
माणें अक्षरचिह्नें कल्पावीं.

उदाहरणें.

२१०३५०८ ह्यांचें पंचघातमूळ काढावयाचें आहे,

ह्या उदाहरणांत दिसते कीं, ह्यांचें पंचघातमूळ ७३ आणि ७४ ह्या दोन संख्यांचें मध्यें आहे.

आतां ७३ हें घेतलें मूळ, ह्याचा पंचघात हा आहे
 ३०७३०७१५९३ तेकां प = २१०३५८ न = ५ , र = ७३ , अ = २०७३०७१५९३

अथवा.

$$(५ + १) \times १०३६५३५७९६५ + (५ - १) \times १०५९९९$$

$$= १०४२६३७४७७९.$$

$$२१०३५८ - २०७३०७१५९३ = ३०५०८४०७:$$

७३:

महणजे

$$१०४२६३७४७७९ : ३०५०८४०७ : : ७३ :$$

तेकां, $\frac{३०५०८४०७ \times ७३}{१०४२६३७४७७९} = ०२१३६$ हें इच्छाफळ.

यास्तव	०२१३६	ल	}	ल-र. एथें घेतले मूळाम
	७३	र		
	<hr/>			ध्ये इच्छाफळ मिळवावें
	७३	२१३६		

७३२१३६ हें पंचघातमूळ उत्तर.

दुसरीं उदाहरणें.

पहिलें, २ ह्यांचें घनमूळ काढ.

उत्तर, १०२५ इत्यादि.

दुसरें, ३२१४ ह्यांचें घनमूळ काढ.

उत्तर, १४०७५७५८ इत्यादि.

तिसरें, २ ह्यांचें चतुर्घातमूळ काढ.

उत्तर, १०१०९२ इत्यादि.

चौथें, ९७०४१ ह्यांचें चतुर्घातमूळ काढ.

उत्तर, ३१४१५९९९ इत्यादि

पांचवें, २ ह्यांचें पंचघातमूळ काढ.

उत्तर, १०१४८६९९ इत्यादि.

साहावें, २१०३५०८ ह्यांचें षड्घातमूळ काढ.

उत्तर, ५०२५४ इत्यादि.

सातवें, २१०३५०८ ह्यांचें सप्तघातमूळ काढ.

उत्तर, ४०१४५३९२ इत्यादि.

आठवें, २१०३५०८ ह्यांचें अष्टघातमूळ काढ.

उत्तर, ३०४७ इत्यादि.

नववें, २१०३५०८ ह्यांचें नवघातमूळ काढ.

उत्तर, ३० २२२ इत्यादि.

दाहावे, २ $\frac{३}{३}$ ह्यांचे दशघातमूळ काढ.

उत्तर, १०१ इत्यादि -

उत्तर, गुणोत्तर, प्रमाण, आणि श्रेढी.

ह्यांची व्याख्या.

कितीएक संख्यांचा परस्पर संबंध असतो, त्याचे प्रकार दोन आहेत.

पहिला प्रकार, दोन संख्यांचे वजाबाकीवर आहे, त्यास गणित संबंधी म्हणतात; आणि दोन संख्यांचे वजाबाकीस उत्तर म्हणतात.

दुसरा प्रकार, दोन संख्यांचे भागाकारावर आहे, त्यास भूमिति संबंधी म्हणतात; व त्या दोन संख्यांचे भागाकारास गुणोत्तर म्हणतात.

जसे. ६ आणि ३ ह्या दोहों संख्यांची वजाबाकी अथवा उत्तर $६ - ३ = ३$ आहेत, आणि त्या दोन संख्यांचा भागाकार किंवा गुणोत्तर $\frac{६}{३} = २$ आहेत.

ह्या कामाविषयीं संख्या दोन पाहिजेत. ज्या संख्येचा विचार करणें ती अग्रसर, म्हणजे प्रथम लिहावयाची, व जिशीं विचार करणें ती उपाग्रसर = पहिले संख्येपुढें लिहावयाची. एथें ६ हे अग्रसर, आणि ३ उपाग्रसर आहेत.

जेव्हां संख्यांचें उत्तर किंवा गुणोत्तर बराबर आहे, तेव्हां ह्या बरोबरीस प्रमाण म्हणतात, आणि उत्तर व गुणोत्तर ह्यांचें पदांस प्रमाणपदें म्हणतात.

जसें, ४, २ आणि ८, ६ हीं दोन युग्में गणित प्रमाणपदें आहेत, कारण $४ - २ = २$ आणि $८ - ६ = २$ हें उत्तर बराबर आहे; आणि ४, २ आणि ६, ३ हीं दोन युग्में भूमिति प्रमाणपदें आहेत, कारण $\frac{४}{२} = २$ आणि $\frac{६}{३} = २$ हें गुणोत्तर बराबर आहे.

संख्यांचें भूमिति प्रमाण दाखवावया करितां प्रथम युग्मांतील दोन अंकांमध्ये दोन बिंदु व दोन युग्मांचे मध्ये चार बिंदु व दुसरे युग्मांतील दोन अंकांमध्ये दोन बिंदु देतात. जसें, ४ : २ :: ६ : ३ म्हणजे ४ दोहोंस तसे ६ तिहींस. अथवा ह्या प्रमाणें $\frac{४}{२} = \frac{६}{३}$ ह्या दोहोंमध्ये अर्थ हाच आहे कीं, ४ आणि २ ह्यांचें गुणोत्तर ६ आणि ३ ह्यांचे गुणोत्तराशीं सम आहे.

प्रमाण दोन प्रकारचे आहे. खंड आणि अखंड. जेव्हां ए-

क युग्माचा उपाग्रसर व त्याचे जवळचे दुसरे युग्माचा अग्रसर मिळून एक युग्म, अशा युग्मांचे उत्तर किंवा गुणोत्तर, सर्व युग्मांचे जे उत्तर किंवा गुणोत्तर आहे, त्याजबराबर नाही, तेव्हा ते खंड प्रमाण म्हणतात. जसे, ४, २, ८, ६, हे खंड गणितप्रमाण आहे. कारण $४ - २ = ८ - ६ = २$. परंतु दुसरे युग्माचा अग्रसर $८ - २$ प्रथम युग्माचा उपाग्रसर = ६ तेव्हा हे खंड गणितप्रमाण झाले. आणि ४, २, ६, ३ हे खंड भूमितिप्रमाण आहे. कारण $\frac{४}{२} = \frac{६}{३} = २$ परंतु $\frac{८}{२} = ४$ हे दुसरे गुणोत्तर बराबर नाही.

जेव्हा उत्तर किंवा गुणोत्तर हर एक जवळजवळचे अंकांचे युग्मांचे बरोबर येईल, तेव्हा ते अखंड प्रमाण होय, त्यासच श्रेढी म्हणतात.

जसे, २, ४, ६, ८, ही गणित श्रेढी आहे. कारण, $४ - २ = ६ - ४ = ८ - ६ = २$ हे सर्वांचे उत्तर बराबर आहे. आणि २, ४, ६, १२ ही भूमिति श्रेढी आहे. कारण, $\frac{४}{२} = \frac{६}{३} = \frac{१२}{६} = २$ हे सर्वांचे गुणोत्तर बराबर आहे.

जेव्हा, प्रमाणपदे एकापुढे एक चढती आहेत तेव्हा चढती श्रेढी म्हणतात. जेव्हा, तीच पदे एकसारखे अंतराने उतरती

आहेत; तेव्हां उतरतीश्रेढी म्हणतात.

जसे, ०, १, २, ३, ४, ह्या प्रमाणें पुढेंही सारग्ये अंतरानें पदें चढतीं आहेत, तर ती चढती गणितश्रेढी होय; आणि ९, ७, ५, ३, १, ह्या प्रमाणें पदें उतरतीं आहेत, तर ती उतरती गणितश्रेढी होय.

१, २, ४, ८, १६, ह्या प्रमाणें पुढेंही पदें चढतीं आहेत, तर ती चढती भूमितिश्रेढी होय; आणि १६, ८, ४, २, १ ह्या प्रमाणें पदें उतरतीं आहेत तर ती उतरती भूमितिश्रेढी होय.

गणितश्रेढी.

गणितश्रेढीमध्ये सर्वसंख्या अथवा पदें ह्यांचें उत्तर एकच आहे. आणि श्रेढीचें प्रथम आणि शेवटलें ह्या दोन पदांस अनुक्रमानें आदि आणि अंत म्हणतात, आणि राहिले पदांस मध्य म्हणतात.

गणितश्रेढीमध्ये ज्या उपयोगी गोष्टी आहेत त्या बहुत करून सिद्धांतांत लिहितो.

पहिला सिद्धांत, जेव्हां गणितश्रेढींत चार संख्या आहेत

तेव्हां आद्यंतांची बेरीज मध्यांचे बेरजे बराबर आहे. जसे;
हीं चारपदे २, ४, ६, ८, एथें, $२ + ८ = ४ + ६ = १०$
आहेत.

दुसरा सिद्धांत, कोणतेही गणितश्रेढीमध्ये आद्यंतांची बेरीज त्या आद्यंतांचे जवळचे दोन अंकांचे एक युग्म अशी त्यांचे जवळजवळचे अकाची जिलकी युग्मे होतील तितक्यांच्या वेगळाल्या बेरजा बराबर आहे, आणि पदे विषम असल्यास त्या सर्व बेरजा मध्यांचे दुपटी बराबर आहेत.

जशीं हीं पदे १, ३, ५ ह्यांत जसे आहे म्हणजे $१ + ५ = ३ + ३ = ६$

आणि २, ४, ६, ८, १०, १२, १४ ह्या श्रेढीमध्ये $२ + १४ = ४ + १२ = ६ + १० = ८ + ८ = १६$ ह्या सर्व बेरजा बराबर आहेत

तिसरा सिद्धांत, गणितश्रेढीचे आद्यंतांची वजाबाकी, श्रेढीचे उत्तर एकोन पद सरव्येने गुणिले त्या गुणाकाराचे बराबर आहे

जसे, ही साहापदे २, ४, ६, ८, १०, १२, १४, १६, १८, २० ह्यात आद्यताची वजाबाकी $२० - २ = १८$ आणि उत्तर २ ते गुणिले एकोनपद सरव्येने म्हणजे $२ \times ९ = १८$ ही बरोबर आहेत. ह्या-

जकरितां श्रेढीमध्ये एकोनपदसंख्येनें गुणिलेले उत्तर आणि अतिलहानपद ह्यांचे बेरजे बराबर अति मोठें पद आहे.

चौथासिद्धांत, गणितश्रेढीचे सर्वपदांची बेरीज, आद्यंतांची बेरीज पदसंख्येनें गुणून तो गुणाकार दोहोनीं भागिला असतां जो भागाकार येईल त्या बराबर आहे.

अथवा, आद्यंतांचे बेरीजेस गच्छानें गुणिलें असतां तो गुणाकार सर्वपदांचे बेरजेचे दुप्पट होतो. म्हणजे श्रेढीचीं चढतीं पदे लिहून त्यांचे उलट उतरतीं तींच पदे लिहावीं, आणि खालवर दोन दोन पदांच्या बेरजांची बेरीज घ्यावी, म्हणजे समजेल. कीं, दुप्पट होतो खरा. पाहा ह्या श्रेढीमध्ये जसें,

चढतींपदे, १, ३, ५, ७, ९, ११, १३, १५

उतरतीपदे, १५, १३, ११, ९, ७, ५, ३, १

त्यांचा बेरीज, $१६ + १६ + १६ + १६ + १६ + १६ + १६ + १६ = १२८$

ही आद्यंतांची बेरीज पदसंख्येनें गुणिली तो गुणाकार श्रेढीची बेरीज ६४ ह्यांचे दुप्पट होतो.

ह्या सिद्धांतापासून आदि, अंत, गच्छ, उत्तर, आणि सर्वधन

* श्रेढीचे सर्वपदांची बेरीज तें सर्वधन.

+ श्रेढीच्या पदांची संख्या तो गच्छ.

ह्या पांच अवयवातून कोणतेही तीन सांगितले असतां बाकी-
चे दोन निघतील. हें पुढील कृत्यावरून समजेल.

प्रथमकृत्य.

आदि, अंत, आणि गच्छ हे तीन सांगितले असतां त्यां
पासून सर्वधन काढावयाचें.

रीति.

आदि आणि अंत ह्यांची बेरीज घ्यावी, आणि ती गच्छा-
नें गुणावी, नंतर तो गुणाकार दोहोंनीं भागावा, जो भागाकार
येईल तें सर्वधन झालें.

उदाहरणें.

पहिलें, आदि ३ अंत १९, आणि गच्छ ९ हीं तीन सां-
गितलीं ह्यांपासून सर्वधन काय होईल?

$$\begin{array}{r} 19 \\ 3 \\ \hline 22 \\ 2) \overline{44} \\ \hline 22 \end{array}$$

२२ सर्वधन हें उत्तर.

अथवा, $\frac{19+3}{2} \times 9 = \frac{22}{2} \times 9 = 11 \times 9 = 99$,
सर्वधन हें उत्तर.

दुसरें, घड्याळांतबारा अवरांमध्ये इंग्रजी रीती प्रमाणें
किती टोले वाजतात?

उत्तर, ७० टोले.

तिसरें, विलायतेंत विनीस नामें गांव आहे, तेथें दिवस
रात्र मिळून एकापासून चौवीस अवर वाजतात, त्या घड्याळांत
चौवीस अवरांत किती टोले होतात?

उत्तर, ३०० टोले.

• चौथें, कोणे गृहस्थास कर्ज आहे. त्यास इंग्रजी मानानें
एकवर्षांत आठवडे ५२ त्यांत पहिले आठवड्यास १ रुपया, पुढें
प्रतिआठवड्यास चढते देतां शेवटील आठवड्यास रुपये १०३
ह्या प्रमाणें दिल्यास तो गृहस्थ एकवर्षांत कर्जमुक्त होतो, तेव्हां
सगळें कर्ज किती रुपये होतें?

उत्तर, २७०४ रुपये कर्ज.

दुसरें कृत्य.

आदि, अंत, आणि गच्छ हे तीन सांगितले असतां त्या
पासून उत्तर काढावयाचें.

रीति.

अतिमोठे पदांतून अतिलहानपद वजा करावें, आणि बाकी राहिल ती एकोन गच्छानें भागावी, जो भागाकार येईल तें उत्तर झालें.

उदाहरणें.

पहिलें, आदि ३ अंत १९ आणि गच्छ ९ ह्या तिहींपासून उत्तर काढ.

$$\frac{19-3}{9-1} = \frac{16}{8} = 2 \text{ उत्तर, हें उत्तर.}$$

दुसरें, आदि १० अंत ७० आणि गच्छ २१ ह्या तिहींपासून उत्तर आणि सर्वधन काढ.

उत्तर, ३ हें उत्तर आणि ८४० हें सर्वधन.

तिसरें, कोणी गृहस्थास कर्ज आहे, त्यास विलायती मानानें एकावर्षांत आठवडे ५२ त्यांत पहिले आठवड्यास १ रुपया पुढें चढते शेवटील आठवड्यास १०३ रुपये ह्या प्रमाणें देनां एकावर्षांत कर्ज मुक्त होईल, तेव्हां उत्तर काय होईल?

उत्तर, २ रुपये हें उत्तर.

तिसरेंकृत्य.

“आदि, अंत, आणि उत्तर, हे तीन सांगितले असतां त्यां पासून गच्छ काढावयाचे.

रीति.

अति मोठेपदांतून अतिलहान पद वजा करावे, बाकी राहिल ती उत्तरानें भागावी, भागाकार येईल तो एकोन गच्छ येईल. नंतर त्यांत एक मिळवावा म्हणजे गच्छ झाला.

उदाहरणे.

पहिलें, आदि १ अंत १९ आणि उत्तर २ हीं तीन सांगितलीं, त्यां पासून गच्छ काय होईल ?

$$\begin{array}{r}
 19 \\
 2 \overline{) 38} \\
 \underline{38} \\
 0
 \end{array}$$

१ गच्छ हें उत्तर.

दुसरें, आदि १ अंत २८ आणि उत्तर ३ त्यांपासून ग-
च्छ काढ.

उत्तर, १० गच्छ

तिसरें, कोणी एका गृहस्थानें आपलें कर्ज फेडिलें.
असें कीं, पहिलें महिन्यासं १ रुपया, पुढें १२ रुपयांचा चढता
हत्ता; त्या प्रमाणें शेवटील हत्त्यास १३३ रुपये दिले, तेव्हां तो
गृहस्थ किती महिन्यांनीं कर्जमुक्त झाला? आणि त्यास सर्व
कर्ज किती होते?

उत्तर, { १२ महिन्यांनीं कर्जमुक्त.
८०४ सर्वकर्ज.

चौथें कृत्य.

एक शेवटीलपद, उत्तर, आणि गच्छ हीं तीन सांगितलीं
असतां त्यांपासून दुसरें शेवटील पद काढावयाचें.

शीति.

उत्तर एकोन गच्छानें गुणावें, तो गुणाकार आदि अंत
त्यांची वजाबाकी होईल, म्हणून अतिलहानपद सांगितलें
आहे तर हा गुणाकार त्यापदांशीं मिळवावा, म्हणजे अतिमोठें
पद झालें; अतिमोठें पद सांगितलें आहे तर तो गुणाकार त्या

पदांत वजा करावा, म्हणजे अतिलहानपद झालें.

उदाहरणें.

पहिलें, अतिलहानपद ३ आहेत, उत्तर २ आणि गच्छ १ हे तीन सांगितले, ह्यांपासून अतिमोठें शेवटीलपद व सर्वधन काय निघेल तें सांग.

$$\begin{array}{r} २ \\ ८ \\ \hline १६ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ३ \\ \hline \end{array}$$

१९ हें अतिमोठें पद.

३ हें अतिलहानपद.

२२ बेरीज.

९ गच्छ.

२) १९८

१९ सर्वधन हें उत्तर.

दुसरें, जर अतिमोठें पद ७० उत्तर ३ आणि गच्छ २१ आहेत तर ह्यांपासून अतिलहानपद व सर्वधन काय निघेल तें सांग.

उत्तर, १० अतिलहानपद ८४० सर्वधन.

तिसरें, कोणेएका गृहस्थास कर्ज आहे, विलायती मानानें एकवर्षांत आठवडे ५२ आहेत, त्यांत पहिले आठवड्यास १ रुपया, दुसरे आठवड्यास ३ रुपये, ह्या प्रमाणें दर आठवड्यास दोन दोन रुपये चढते देतां, एकवर्षांत बावन्न हस्यांनीं तो गृहस्थ कर्ज मुक्त होईल. तेव्हां बावन्नावे हस्यास किती रुपये? व सर्वकर्ज किती होते?

उत्तर, शेवटील हस्यास १०३ रुपये आणि सर्वकर्ज
२७०४ रुपये.

पांचवें कृत्य.

कोणतींही दोनपदें सांगितलीं असतां त्यांपासून त्यांचें गणितमध्य प्रमाणपद काढावयाचें.

रीति.

जां दोनपदें सांगितलीं त्यांची बेरीज घ्यावी, नंतर त्या बेरीजेचें अर्ध करावें, तें गणितमध्य प्रमाण पद झालें.

उदाहरणें.



पहिलें, ४ आणि १४ हीं दोन पदें आहेत, ह्यांचे गणित मध्यप्रमाणपद काय होईल?

$\frac{4+14}{2} = 9$ गणितमध्यप्रमाण झालें हें उत्तर.

दुसरें, २ आणि ९ ह्या दोन संख्या सांगितल्या, ह्यांचें गणितमध्यप्रमाण पद काय होईल?

उत्तर, $5\frac{1}{2}$

तिसरें, २ आणि $99\frac{1}{2}$ ह्या दोन संख्या सांगितल्या, ह्यांचें गणितमध्यप्रमाणपद काय होईल?

उत्तर, $50\frac{1}{2}$

चौथें, $2\frac{1}{2}$ आणि $98\frac{1}{2}$ ह्या दोन संख्या सांगितल्या, ह्यांचें गणितमध्यप्रमाणपद काय होईल?

उत्तर, $50\frac{1}{2}$

साहायेंकृत्य.

कोणतेही दोन पदांपासून दोन गणितमध्यप्रमाणे काढावयाचे.

रीति.

अतिलहानपद अतिमोठेपदांत वजा करावे, बाकी राहिल ती ३ ह्यांनीं भागावी, जो भागाकार येईल तें उत्तर झालें. नंतर हें उत्तर अतिलहानपदाशीं मिळवावे. आणि अतिमोठेपदांतून वजा करावे, म्हणजे त्या दोनपदांजवळचीं दोन गणितमध्यप्रमाणें झालीं.

उदाहरणें.

पहिलें, २ आणि ८ ह्या दोहों संख्यांचीं दोनगणितमध्यप्रमाणें सांग.

$$\begin{array}{r} 8 \\ 2 \\ \hline 3) \underline{6} \end{array}$$

उत्तर { $2 + 2 = 4$ एकगणितमध्यप्रमाणपद.
 $8 - 2 = 6$ दुसरेंगणितमध्यप्रमाणपद.

दुसरें, ३ आणि १३ $\frac{१}{२}$ ह्या दोहों संख्यांचीं दोन गणितमध्यप्रमाणें काढ.

उत्तर, $6\frac{१}{२}$, १०

तिसरें, ४ आणि १६ $\frac{३}{४}$ ह्या दोन संख्यांची दोनगणित
मध्यप्रमाणें काढ.

उत्तर, ८ $\frac{३}{४}$, १२ $\frac{३}{४}$

सातवें कृत्य.

कोणतेही दोन पदांपासून हवीं तितकीं मध्यप्रमाणें का-
ढावयाचें.

रीति.

अतिमोठेपदांतून अतिलहानपद वजा करावें, बाकी राही-
ल ती एकाधिक मध्यगच्छानें भागावी, जो भागाकार येईल तें उत्त-
र झालें. नंतर तें उत्तर अतिलहानपदाशीं मिळवीत चलावें अ-
थवा अतिमोठ्यापदांतून वजा करीत चलावें, म्हणजे, हवीं तितकीं
मध्यप्रमाणें येतील.

उदाहरणें.

पहिलें, २ आणि १४ ह्या दोन संख्यांपासून पांच गणि
न मध्यप्रमाणें काढ.

१४

१४

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 6) 12 \\ \hline 2 \end{array} \text{ उत्तर.}$$

नंतर हें उत्तर अतिलहानपदाशीं मिळवीत जावें.

४, ६, ८, १०, १२, हीं पांच गणितमध्यप्रमाणें निघालीं हें उत्तर, अथवा तें उत्तर अतिमोठेपदांतून वजाकरीत जावें. जसें, १२, १०, ८, ६, ४.

दुसरें, २ आणि १४ ह्यांचीं तीन गणितमध्यप्रमाणें काढ.

उत्तर, ५, ८, ११.

तिसरें, २ आणि ३४ ह्यांचीं चार गणितमध्यप्रमाणें काढ.

उत्तर, ८, १५, २१, २८.

चौथें, २ आणि ५८ ह्यांमध्ये ६ गणितमध्यप्रमाणें सांगितलीं त्यावरून त्या श्रेढीचीं आठपदे आहेत तीं कोणतीं?

उत्तर, २, १०, १८, २६, ३४, ४२, ५०, ५८.

ह्यांन जें कांहीं अधिक ल्याहावयाचें राहिलें आहे तें बीज गणितांत पाहवें.

भूमितिश्रेढी.

भूमितिश्रेढीमध्ये सर्वपदांचें गुणोत्तर एकच आहे. भूमितिप्रमाणाचा सर्वाहून उपयोगी जो विषय तो पुढील सिद्धांतांत सांगतो.

पहिलासिद्धांत, जेव्हां कोणत्याही चार संख्याभूमितिप्रमाणांत आहेत, तेव्हां आद्यंतांचा गुणाकार दोनमध्यांचे गुणाकारा बराबर होईल.

जसे, २, ४, ३, ६, त्या चारसंख्या भूमितिप्रमाणांत आहेत. म्हणून $२ \times ६ = ४ \times ३ = १२$ त्यावरून सिद्ध होतें की, जर दोन मध्यपदांचा गुणाकार आदि किंवा अंत त्यांतून एक पदानें भागिला तर दुसरें पद उत्पन्न होईल. जसे. मध्यपदांचा गुणाकार $१२ \div २$ त्या आदिपदानें $= ६$ हें अंतपद झालें. अथवा $१२ \div ६ = २$ हें आदिपद झालें. हासिद्धांत त्रिशिगणिताचा वाया होय.

दुसरासिद्धांत, कोणतेही भूमितिश्रेढीमध्ये दोन शेवटील पदांचा गुणाकार त्यांचे जवळजवळचे दोन दोन पदांचे गुणाकारा बराबर होईल. आणि तीं पदे विषम असल्यास मध्यपदांचे वर्गा बराबर होईल.

जमें, २, ४, ८, हीं पदें विषम आहेत. म्हणून २×८
 $= ४ \times ४ = १६.$

आणि त्या श्रेढीमध्ये २, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८ असें आहे. $२ \times १२८ = ४ \times ६४ = ८ \times ३२ = १६$
 $\times १६ = २५६$ हे बराबर आहे.

तिसरा सिद्धांत, कोणतेही भूमिति श्रेढीमध्ये दोन शेवटील पदांचा भागाकार एकोन पद संख्ये इतका जो गुणोत्तराचा घात त्या बराबर आहे. म्हणून हा भागाकार, म्हणजे तो घात, अतिलहान पदानें गुणिला असतां अतिमोठें पद होतें, अथवा अतिमोठें पद त्या घातानें भागिलें असतां अतिलहान पद होतें.

जमें, २, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८, २५६, ५१२, १०२४, हीं दाहापदें आहेत. ह्यांचें गुणोत्तर २ आहे. आणि एकानें उणी पदसंख्या ९ आहे, तेव्हां शेवटील पदांचा भागाकार $१०२४ \div २ = ५१२$ हा रीचा $= ५१२$ त्या बराबर आहे. म्हणून, हा घात म्हणजे $५१२ \times २ = १०२४$ हे अतिमोठें पद होय. तसेंच अतिमोठें पद $१०२४ \div ५१२ = २$ हे अतिलहान पद होय.

चौथा सिद्धांत, भूमिति श्रेढीमध्ये दोन शेवटील पदांची वजाबाकी एकोन गुणोत्तरानें भागून त्या भागाकारांत

अतिमोठें पद मिळविलें असतां ती बेरीज सर्वधन होईल.

जसें, २, ४, ८, १६, ३२, ६४, १२८, २५६, ५१२, १०२४, त्या पदांचें गुणोत्तर २ आहे, तेव्हां $\frac{१०२४-२}{२-१} \div १०२४ = १०२२ + १०२४ = २०४६$ हें सर्वधन.

वर लिहिल्याशिवाय भूमितीचा अधिकविस्तार आहे तो सर्वपुढें बीजगणितांत पहावा.

पूर्वमिद्घांत समजावया करितां कांहीं उदाहरणें लिहितों, व भूमितिमध्यप्रमाणाविषयींचीं कितीएक कृत्यें ही सांगतो.

उदाहरणें.

पहिलें, एका भूमितिश्रेढीमध्ये दाहापदें आहेत, त्यांत अतिलहानपद १ आणि गुणोत्तर २ तेव्हां मोठें पद आणि सर्व धन काय होईल ?

उत्तर, अतिमोठें पद ५१२ आणि सर्वधन १०२३

दुसरें, कोणीएका गृहस्थास कर्ज आहे, तें असें कीं, प्रथम हस्त्यास रुपये १० पुढें दरहस्त्यास दुपटीनें चढते, ह्या प्रमाणें दरमहिन्त्यास देतां बागमहिन्त्यांत फिटेल, तेव्हां बारावे हस्त्यास किती रुपये देणें पडतील व सर्व कर्ज किती होतें ?

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} \text{शेवटचे हत्त्यास २०४८० रुपये.} \\ \text{सर्वकर्ज ४०९५० रुपये.} \end{array} \right.$

प्रथमकृत्य.

कोणतेही दोन संख्यांचे भूमितिमध्यप्रमाण काढावयाचे
रीति.

दोन संख्या परस्पर गुणून गुणाकाराचे वर्गमूळ काढावे,
ते भूमितिमध्यप्रमाण होते.

उदाहरणे.

पहिले, ३ आणि १२ ह्या दोन संख्यांचे भूमितिमध्यप्रमा-
ण काय?

$$\begin{array}{r} १२ \\ \times ३ \\ \hline ३६ \end{array} \quad \text{६ भूमितिमध्यप्रमाण हे उत्तर.}$$

दुसरे, २ आणि १२ हे ह्यांचे भूमितिमध्यप्रमाण काय?
उत्तर, ५

तिसरे, २ आणि २४ $\frac{१}{३}$ ह्यांचे भूमितिमध्यप्रमाण काय?

उत्तर, ७

चौथे, ३ आणि ६० $\frac{३}{४}$ ह्यांचे भूमितिमध्यप्रमाण काय?

उत्तर, १३ $\frac{३}{४}$

दुसरेंकृत्य.

दोन संख्यांचीं दोन भूमितिमध्यप्रमाणे काढावयाचे

रीति.

मोठी संख्या लहान संख्येनें भागून भागाकाराचे घनमूळ काढावे, ते पदांचे गुणोत्तर होते, तेव्हां लहानपद ह्या गुणोत्तराने गुणावे, तो गुणाकार प्रथम भूमितिमध्यप्रमाण होते, नंतर हेंच मध्यप्रमाण पुनः गुणोत्तराने गुणावे, म्हणजे दुसरे भूमितिमध्यप्रमाण होते. अथवा मोठेपद गुणोत्तराने भागावे, तो भागाकार मोठे भूमितिमध्यप्रमाण होते. नंतर तेच पुनः गुणोत्तराने भागावे, तो भागाकार लहान भूमितिमध्यप्रमाण होते.

उदाहरणे.

पहिले, ३ आणि २४ ह्यांचीं दोन भूमितिमध्यप्रमाणे काढ.

आता $२४ \div ३ = ८$ ह्यांचे घनमूळ २ हे पदांचे गुणोत्तर झाले.

तेव्हा $३ \times २ = ६$ आणि $६ \times २ = १२$ हीं दोन भूमितिमध्यप्रमाणे निघालीं.

अथवा, $२४ \div २ = १२$ आणि $१२ \div २ = ६$ बराबर आहेत.

उत्तर, ६ आणि १२.
दुसरे, २ आणि $३१ \frac{२}{३}$ ह्यांचीं दोन भूमितिमध्यप्रमाणे काढ.

उत्तर, ५, १२ $\frac{२}{३}$
तिसरे, २ आणि $८५ \frac{२}{३}$ ह्यांचीं दोन भूमितिमध्यप्रमाणे काढ.

उत्तर, ७, $२४ \frac{२}{३}$
चौथे, ३ आणि $२७ \frac{२}{३}$ ह्यांचीं दोन भूमितिमध्यप्रमाणे काढ.

उत्तर, $१३ \frac{२}{३}$ ६ $\frac{२}{३}$
तिसरे कृत्य.

दोन संख्यांचीं हवीं तितकीं मध्यप्रमाणे काढावयाचे.

रीति.

मोठी संख्या लहान संख्येने भागावी, नंतर मध्यप्रमाणे जितकीं हवीं ती संख्या एकाधिक करून भागाकारास मूळप्रकाशक लिहावी, म्हणजे त्या भागाकाराचे तितके घातमूळ काढावे, ते गुणोत्तर होते, नंतर लहानपद त्या गुणोत्तराने पुनः पुनः गुणावे, अथवा, मोठे पद पुनः पुनः भागावे, म्हणजे तितकीं मध्यप्रमाणे निघतील.

उदाहरणे.

पहिलें, ३ आणि ९६ ह्या दोन संख्यांचीं चार मध्यप्रमाणे काढ.

आतां $९६ \div ३ = ३२$ ह्यांचें पंचघातमूळ २ ते गुणोत्तर घालें.

$$\text{तेकां } ३ \times २ = ६ \times २ = १२ \times २ = २४ \times २ = ४८$$

$$\text{अथवा } ९६ \div २ = ४८ \div २ = २४ \div २ = १२$$

$\div २ = ६$ बराबर आहे म्हणून ६, १२, २४, ४८, हें उत्तर.

दुसरें, २ आणि ३२ ह्यांचीं तीन मध्यप्रमाणे काढ.

उत्तर, ४, ८, १६.

जर, मुद्दल रु. व्याज रु. सु. रु.

१०० : ५ :: १.

५

१००) ५००० (०५ एकरुपयाचे १ वर्षाचे व्याज

१ मुद्दल.

१०५ { रास = व्याजसुद्धां

१०५ { मुद्दल.

१०१०२५ वर्ग.

१०१०२५

१०२१५५०६२५ चतुर्घात.

७२०० मुद्दल.

२४३१०१२५०

८५०८५४३७५

रु. ८७५१६४५

४

या. २५८०

१००

रु. ५८०००

तिसरें, ३ आणि २१८७ ह्यांमध्ये पांच मध्यप्रमाणें सांगितलीं, ह्यांजवरून त्या श्रेढीचीं सातपदें आहेत तीं कोणतीं ?

उत्तर, ३, ९, २७, ८१, २४३, ७२९, २१८७.

घात व मूळ ह्यांनी चक्रवाढ व्याज करणें.

पहिली रीति, एक रुपयाचें व्याज पहिले सुदतीस काय झालें तें काढावें, आणि त्यांत तो सुद्धल १ रुपया मिळवावा; नंतर त्याचा घात करावा. असा कीं, ज्याचा प्रकाशक सुदतीचे संख्येचा अंक होईल. मग तो घात सुद्धलानें गुणावा, तो गुणाकार रास म्हणजे व्याजासुद्धां सुद्धल झालें. राशींत सुद्धल वजा करावें, बाकी राहिल तें व्याज समजावें.

उदाहरणें.

पहिलें, ७२०० रुपये सुद्धल ह्यास व्याज दरसाल दरशेंकडा पांचोत्रा प्रमाणें असतां ४ वर्षांत रास किती होईल तें सांग.

रास ८७५१ रुपये, २ पावले, ५० रेस, हें उत्तर.

मु. ७२००

१५५१ . . . २ . . . ५० इतकें व्याज हें उत्तर.

द्याचा ताळा.

राशीस मुद्दलानें भागावें, जो भागाकार येईल त्याचें मुदतीचे संख्ये इतकें घातमूळ काढावें, तें मूळ एका रुपयाचें एकावर्षाचें व्याज झालें. नंतर त्रिराशि तपशील करावा. जसा,

$$\sqrt[4]{\frac{8751 \cdot 685}{7200}} = 1.29550625 = 1.05 \text{ ही रास}$$

व्या. मु. व्या.

व्यास्तव, १.०५—१ अथवा ०.०५ : १ : : ५

व्याजकरितां $\frac{1.05}{1.05} = 1.00$ हें मुद्दल, ताळा.

दुसरें, ५०० रुपये मुद्दल, व्याज दरसाल दरशेंकडा पांचोत्रा प्रमाणें, वर्षे ५, त्याची रास काय होईल तें सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर, ६३८ ५६.

तिसरें, ५०० रुपये मुद्दल, व्याज वरचे प्रमाणें, वर्षे १० झालीं, त्याची रास काय होईल तें सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर, ८१४ . . . १ . . . ७६.

चौथे, उदाहरण पूर्वीचेच, २० मुदती झाल्या, व्याज काय होईल ते सांग.

	रु.	पा.	रे.
उत्तर,	८२६	२	७१२६५२.

पांचवे, ३७०० रुपये मुदल, वर्षे ६ झालीं, दरसाल दर शेंकडा व्याज ४ रुपये प्रमाणें, रास काय होईल ते सांग.

	रु.	पा.	रे.
उत्तर,	४६८१	२	४४

दुसरी रीति, त्याहून थोडक्यांत करण्याची, अशी कीं, एक रुपयाचें व्याज प्रथम मुदतीस काय झालें तें काढावे, त्यांत तो मुदल एक रुपया मिळवावा, नंतर त्याचा मुदतीचें संख्ये इतका ऐता घात पुढील कोष्टकांतून घेऊन, तो मुदलानें गुणावा, म्हणजे तो गुणाकार रास, म्हणजे, व्याजसद्धां मुदल झालें.

उदाहरणें.

पहिले, ८१०० रुपये मुदलास ५ वर्षे झालीं, त्याचें व्याज दरसाल दरशेंकडा ४ रे रुपये प्रमाणें आहे, तेव्हां

रास काय होईल?

एक रुपयाची रास, १०४५ तिचा ऐता घात घाताचेको-
ष्टकांत पांच वर्षां समोर ४ रे दरखालीं लिहिला आहे.

१२४६२ घात.

८१०० मुद्दल.

१२४६२

९९६९६

रास १००९४२२ रुपये.

घातमुद्दल वजा ८१०० रुपये.

बाकी हें व्याज :- १९९४२२

अथवा, १९९४ रुपये : : ० पा : : ८८ रेस हें उत्तर.

दुसरें २१७० रुपये मुद्दलास ९ वर्षे झालीं त्याचें
दरसाल दरशंकडा व्याज ५ रुपये प्रमाणें आहे, तेव्हां रास का-
य होईल?

रु. पा. रे.

३३३६ . . . १ . . . २८०४

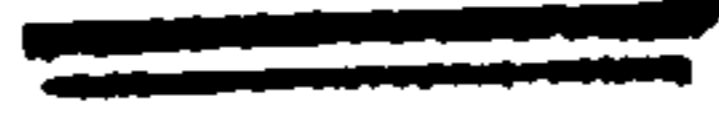
तिसरें, दोन वर्षांची रास ६७६ रुपये आहे, आणि त्यां-
त ६२५ रुपये मुद्दल आहेत. तेव्हां दरसाल दरशंकडा व्या-
जाचा दर काय तें तें सांग.

रु. र.

उत्तर, ४ ३१

चौथें, १०९२ रुपये, २ पावले, ९० रु. रेस रस
 चक्रवाट आहे, आणि व्याज दरसाल दरशेंक डा ३ रुपये
 प्रमाणें आहे. वर्षें ३ झालीं तेव्हां त्यांत सुद्धळ काय ते
 सांग.

उत्तर, १००० रुपये.



व्याजाचे घात कोष्टक.

ह्यांत एक रुपयाची प्रथम मुदतीस रास होते ति
चे वीस वर्षे पर्यंत घात लिहिले आहेत.

वर्षे	दर रु०३	दर रु०३ ३	दर रु०४	दर रु०४ ≡	दर रु०५
१	१००३००	१००३५०	०४	१००४५	१००५
२	१००६०९	१००७१२	०८१६	१००९२०	१०१०२५
३	१००९२७	१०१०८७	०९२४९	१०१४१२	१०१५७६
४	१०१२५५	१०१४७५	०९६९९	१०१९२५	१०२१५५
५	१०१५९३	१०१८७७	०२१६७	१०२४६२	१०२७६३
६	१०१९४१	१०२२९३	०२५५३	१०३०२३	१०३४०१
७	१०२२९९	१०२७२३	०३१५९	१०३६०९	१०४०७१
८	१०२६६८	१०३१६८	०३६८६	१०४२२	१०४७४५
९	१०३०४८	१०३६२९	०४२३३	१०४८६	१०५५१३
१०	१०३४३९	१०४१०६	०४८०२	१०५५३	१०६२८९
११	१०३८४२	१०४६००	०५३४५	१०६२२	१०७१०३
१२	१०४२५८	१०५१११	०६०१०	१०६९५	१०७९५९
१३	१०४६८५	१०५६४०	०६६५१	१०७७२	१०८८५६
१४	१०५१२६	१०६१७६	०७३१७	१०८५१	१०९७९९
१५	१०५५८०	१०६७५३	०८००९	१०९३५	११०७८९
१६	१०६०४७	१०७३४०	०८७३०	११०२३	१११८२९
१७	१०६५२८	१०७९४६	०९४७९	११११३	११२९२०
१८	१०७०२४	१०८५७७	०१०२५८	११२०८	११४०६६
१९	१०७५३५	१०९२२८	०११०६८	११३०७	११५२७०
२०	१०८०६१	१०९८९९	०१२१९	११४१५	११६५३३

सर्कतवांटणी.

सर्कत वांटणी म्हणजे पैका टका, किंवा सामान अथवा जें कांहीं ही अधिक उणे विभागाचे जे विभागी त्यांचें एकत्र आहे, त्याचे बराबर हिसेरसिदी प्रमाणें विभाग करणें.

कोणी सर्कती मनुष्य व्यापार किंवा कांहीं एक काम करितात, त्यांत नफा किंवा तोटा कांहीं एक झालें, तें ह्या सर्कत वांटणीचे रीती प्रमाणें वांटवें. तसेंच कोणाचे दिवाळें निघालें असतां त्याचा जो कांहीं ऐवज असेल तो त्याचे अधिक उणे रकमांचे सावकारांस ह्या सर्कट वांटणीचे रीतीवरून बरोबर वांटून द्यावा. तसें लढाईत अथवा हर कोणते दुसरे कामांत बहुत मनुष्यांनीं एकत्र मिळून जें मिळविलें, त्याचेही वांटे ह्या रीतीवरून करावे. तशीं एकादी जमीन बहुकाळ उजाड पडली आहे, ती भोंवर गांवास वांटून द्यावयाची आहे, तर त्या त्या गांवाचे वसाहतींत मनुष्यांचा जमाव पाहून ह्या रीतीवरून वांटून द्यावी.

सर्कत, एकेरी आणि दुहेरी अशी दोन प्रकारची आहे. ज्या सर्कतींत पैका एके वेळेस ठेविला ती एकेरी, आणि ज्या सर्कतींत भिन्न भिन्न वेळांस ठेविला ती दुहेरी.

एकेरीसर्कतीच्या वांटणीची रीति.

जितके भाग असतील तितके अंकांची बेरीज घ्यावी,
नंतर ह्या प्रमाणें राशि कराव्या.

जशी सगळे भागांचे अंकांची बेरीज,
वांटायच्याचा जो राशि त्यास होते;
तसे एक एक भागांचे अंक,
त्या त्या हिशास होतात.

अथवा.

जसें सगळें मुद्दल भांडवल,
सगळे नफ्यास किंवा तोट्यास होतें;
तसा भांडवलाचा हिसा,
नफा किंवा तोटा ह्यांचे हिशास होतो.
ताका, नफा किंवा तोटा वांटल्यानंतर सर्व वांट्यांची बे
रीज घ्यावी, ती सगळ्यांचे बरोबर आली म्हणजे खरे.

उदाहरणें.

पहिलें, २४० ह्या अंकाचे ३ भाग करावे, असे कीं एका

स १ एकास २ एकास ३ ह्या प्रमाणानें होतील ?

$1 + 2 + 3 = 6$ ही प्रमाण अंकांची बेरीज.

आदि. मध्य. अंत. इच्छाफल.

जसें, $6 : 240 :: 1 : 40$ इच्छाफल.

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 6 \overline{) 240} \\ \underline{180} \\ 60 \end{array}$$

$$6 : 240 :: 2 : 60$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 6 \overline{) 480} \\ \underline{480} \\ 0 \end{array}$$

$$6 : 240 :: 3 : 120$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 6 \overline{) 720} \\ \underline{720} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} \hline 240 \end{array}$$

ह्याचा तपशील प्रथम १, २, ३ ह्या प्रमाणांकांची बेरीज घ्यावी. जसें, $1 + 2 + 3 = 6$ ही बेरीज झाली.

तेव्हां, जसे ६ ह्यांस २४० तसे १ ह्यास किती असा प्रश्न असतां, ह्यांचें त्रिराशिरीतीनें इच्छाफल येईल तें उत्तर.

दुसऱ्यानें, जसें, ६ ह्यांस २४० तसे २ ह्यांस किती, असा प्रश्न असतां त्रिराशिरीतीनें इच्छाफळ उत्पन्न होईल तें उत्तर.

. तिसऱ्यानें, जसें ६ ह्यांस २४० तसे ३ ह्यांस किती, असा प्रश्न असतां पूर्व प्रमाणें इच्छाफळ उत्पन्न करावें तें उत्तर.

$४० + ८० + १२० = २४०$ ही तीन इच्छाफळांची बेरीज.

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} ४० पहिला भाग. \\ ८० दुसरा भाग. \\ १२० तिसरा भाग. \\ \hline २४० ताळा.$

दुसरें, तीन मनुष्यांनीं दुसऱ्या बंदरीं नेण्या करितां एके जहाजावर ३४० खंडी धान्य भरिलें, त्या मनुष्यांचीं नांवां अ, ब, क, त्यांत अ ११० खंडी, आणि ब ९७ खंडी, व बाकी राहिलें तें क. पुढें तें जहाज हाकारून चालिलें, तों समुद्रांत तुफान झालें तेव्हां ८५ खंडी धान्य टाकावें लागलें. तो तोटा त्या तिघांस बराबर वांटतां, कोणास किती येईल?

$११० + ९७ = २०७$ हे अ, ब ह्यांचे भाग, त्यांची बेरीज, ३४० ह्यांत कजा दिली. जसें, $३४० - २०७ = १३३$ हा क ह्याचा भाग आला.

उत्तर,

$$\left\{ \begin{array}{l} २७.५ \text{ अ ह्याजवर तोटा.} \\ २४.२५ \text{ ब ह्याजवर तोटा.} \\ ३३.३५ \text{ क ह्याजवर तोटा.} \end{array} \right.$$

$$८५.०० \text{ ताळा.}$$

तिसरें, दोघे सावकार क, आणि ब, ह्यांनीं मिळून १२०० रुपयांचें भांडवल केलें, त्यांत ७५० रुपये क चे बाकी ब चें, पुढें व्यापार करितां ३०० रुपये नफा झाला तो त्या दोघांस भागाप्रमाणें बराबर वांटून दे.

आतां $१२०० - ७५० = ४५०$ हा, ब, ह्याचा भाग तेव्हां.

$$\left\{ \begin{array}{l} १६७.५ \text{ क चा वांट.} \\ ११२.५ \text{ ब चा वांट.} \end{array} \right.$$

$$३०० \text{ ताळा.}$$

चौथें, अ, प, ग, ह्या तिघांनीं मिळून ७००० रुपये भांडवल केलें, त्यांत १२३० रुपये अ चे, ३५६० रुपये प चे, बाकी रुपये ग चे. पुढें व्यापार करितां १२५५ रुपये नफा झाला, तो एकेकास भागाप्रमाणें बराबर वांटून दे.

$१२३० + ३५६० = ४८१०$ ही अ, प, ह्यांचे भागांची बेरीज, ७००० ह्यांत वजा दिली. जसें, $७००० - ४८१०$

= २१९० हा ग ह्याचा भाग.

रु.	पा.	१.
२२०	२	८०००० अ चा भाग.
६४१	३	३७०००० प चा भाग.
३९२	२	५४०००० ग चा भाग.
<hr/>		
१२५५		हैं उत्तर.

पांचवे, चार गांव मिळून वसुलाचा ठराव ७०००० रु-
 ये केला, त्यांत लागवड जमीन एके गांवांत २५० विघे, व ए-
 क गांवांत ३५० विघे, व एके गांवांत ४०० विघे, व एके गांवांत
 ५०० विघे आहे, तेव्हां कोणते गांवांस विघ्यांचे हिस्से रसिदी
 प्रमाणें किती रुपये वसूल देणें पडेल ?

वि.	रु.	पा.	१.
२५०,	११६६	२	६६ $\frac{११०००}{१२००}$
३५०,	१६३३	१	३३ $\frac{५०००}{१२००}$
४००,	१८६६	२	६६ $\frac{१००००}{१५००}$
५००,	२३३३	१	३३ $\frac{५०००}{१५००}$
<hr/>			
ताळा	१५००,	७०००	० हैं उत्तर.

साहावे, बहुकाळ उजाड जमीन ३७ विघे २ पांड
 ३ काठ्या अशी तीन गांवांस लगतमध्ये आहे, ती त्या तीन



गांवांस वसाहती प्रमाणें वांटून द्यावी. म्हणून सरकारची आज्ञा, त्यास वसाहात एके गांवात ५०० मनुष्ये, एके गांवांत ३२०, एके गांवांत ७५, द्या प्रमाणें आहे, तेव्हां कोणते गांवांस किती विघे जमीन येईल तें सांग.

	म.	वि.	बाकी.
हे उत्तर,	५००	२०७३०४४६९	२४५
	३२०	१३२६७४८६०	३००
	७५	३१०७५६७०	३५०
	<hr/>		
	३७१०७५०००		हा ताळा.

अथवा.	वि.	पां.	का.
३७	२	३	हा ताळा

सातवे, कोणी एके मनुष्याकडे चार सावकारांचे कर्ज होतें, त्यांत क. चे ५७७ रुपये, र पावले, र व चे १०८१ रुपये, र पावले, ग. चे २२५ रुपये, घ. चे ७३० रुपये, पुढें तो पळून गेला, तेव्हां त्याचे घरचें सर्व सामान त्या सावकारांनीं जप्त करून विकविलें, त्याचे १७०७ रुपये आले ते त्यास शमाशाई प्रमाणें वांटून द्यावयाचे, तेव्हां कोणत्या सावकारास किती रुपये बांदा आला तो सांग.

	रु.	पा.	रे.	
उत्तर,	९७	१	६१	जठे पचे भागास.
	६५	३	७४	जठे फचे भागास.
	४८	२	८०	जठे बचे भागास.
	३८	३	८४	जठे भचे भागास.
<hr/>				
नाळा.	२९०	०	०	०

दाहावे, एक किल्ला संभाळावया करितां हुजुरुक्त पांच जमाती रवाना केल्या होत्या, त्या जमातींत लोक भरणा, एके जमातींत ५४, दुसरे ५९, तिसरे ४८, चौथे ३९, पांचवे ३६ ह्या प्रमाणे होता, पुढे त्या किल्ल्याचे चौकीस दरप्रहरास ७५ मनुष्ये लागनात, तेव्हां कोणते जमातीने किती मनुष्ये घावीं तें सांग.

उत्तर,	५४	चे जमातीतील	१८	मनुष्ये.
	५९	चे जमातीतील	१७	मनुष्ये.
	४८	चे जमातीतील	१६	मनुष्ये.
	३९	चे जमातीतील	१३	मनुष्ये.
	३६	चे जमातीतील	१२	मनुष्ये.
				<hr/>
				७६

३७७-१६ क चा भाग.

७०६-२४ ख चा भाग.

१४६-९ ग चा भाग.

४७६-७ घ चा भाग.

ताळा. १७०७ हे उत्तर.

आठवे, गालसुद्धां ९००० रुपये किमतीचे एक गलबत तुफान होऊन समुद्रांत बुडाले, त्यांत विभाग र चा ३ एक अष्टमांश, ल चा ३ एक चतुर्थांश, बाकी व चा, ह्या प्रमाणे होते; त्या गलबताचा विमा ५४०० रुपये केला होता, ते चेतील परंतु मूळ किमतीत जी बूड आली ती कोणावर किती घालावी तें सांग.

हं.

उत्तर, { ४५० र.
९०० ल.
२३५० व

नववे, प, फ, ब, भ, असे चार मनुष्यांनी कोणे कामांत २५० रुपयांचा खर्च केले, त्याचा करार ह्या प्रमाणे कीं प चा ३ फ चा ३ ब चा ३ भ चा ३ पुढें तो खर्च वांटून घेणें आले, तेव्हां कोण कोणास किती किती वांट्या आला तें सांग.

दुहेरीसर्कतीच्या वांटणीची रीति[#].

सर्कती लोकांमध्ये एका एका मनुष्याचा वेगळाले मि-
तीचा पैका किंवा कांहीं जें असेल तें वेगळाले त्याचे त्याचे झा-
लेले मुदतीनें गुणावें, आणि त्या सगळ्या रकमांची बेरीज घ्या-
वी. नंतर ह्या सगळ्या गुणाकारांचे बेरजेस जसा सगळा नफा
तोटा किंवा कांहीं होतें, तसा एके मनुष्याचे झालेले मुदतीनें गुण-
लेले त्याचे त्याचे राशीस सगळ्याचा वांटो होतो.

* ह्या रीतीची सत्यता ह्या प्रमाणें आहे : जेव्हां काळ बरोबर आहेत,
तेव्हां एकेरी सर्कतींत सांगितल्या प्रमाणें स्पष्ट आहे कीं, लाभ किंवा हानि त्याचे
भाग भांडवला प्रमाणें आहेत, आणि जेव्हां भांडवलं बरोबर आहेत तेव्हां भाग काळ
प्रमाणें होतील; ह्या जकरितां जेव्हां दोनही बरोबर नाहींत, तेव्हां भाग दोहों-
चे गुणाकारां प्रमाणें निश्चित होतील.

उदाहरणें..

पहिलें, दोघांनीं सकर्तानें व्यापार केला, त्यांत भांडवल क वें ५०० रुपये, त्यास ४ महिने झाले, आणि ग वें ६०० रुपये, त्यास ५ महिने झाले, त्यास २४० रुपये नफा झाला तो दोघांस भागाप्रमाणें कसा वांटून द्यावा तें सांग.

क.	ग.
५००	६००
४	५
<hr/>	<hr/>
२०००	३०००

ही क आणि ग ह्यांची वेगळाली मूळराशि तिच्या तिच्या मुदतीनें गुणून बेरीज झाली.

आ. म. अं. इ.
जसें, ५००० : २४० :: २००० : ९६ रु. कचा नफा.

$$\frac{5000 \times 240}{2000} = 240$$

जसें, ५००० : २४० :: ३००० : १४४ रु. ग चा नफा.

$$\frac{3000 \times 240}{240} = 240$$

५) ७२०,०००
१४४

हैं उत्तर.

दुसरें, च, ज, ह्या दोघांनीं घोडीं चारावया करितां एक कुरण ५४० रुपयांचा मखता ठरावून घेतलें त्या कुरणांत च चीं २३ घोडीं २७ दिवस चरलीं, आणि ज चीं २१ घोडीं ३९ दिवस चरलीं, तेव्हां मखत्याचे रुपये कोणी किती घावे तें सांग.

	रु.	पा.	रे.
उत्तर, {	च, २३२	२७	५०
	ज, २०७	०	५०

तिसरें, प, फ, ब, ह्या तिघांनीं गाई चारावया करितां कुरण घेतलें, त्याचें देणें एकवर्षाचें ३०० रुपये, त्यांत प च्या ७ गाई ३ महिने, फ च्या ९ गाई ५ महिने, ब च्या ४ गाई १२ महिने, ह्या प्रमाणें चरल्या, तेव्हां कोणी किती रुपये घावे तें सांग.

	रु.	पा.	रे.
उत्तर, {	प, ४५	१	५ $\frac{३००}{११४}$
	फ, ११८	१	६० $\frac{३००}{११४}$
	ब, १२६	१	२६ $\frac{३००}{११४}$

चौथें, एक किल्ला फौजेनें हल्ला करून घेतला ते समयीं तेथें, १०००० रुपये मिळाले, त्या फौजेत दरमहा दरअसा - मीस वीस रुपये असे ४ जमातदार ६ महिने चाकरी करीत होते, व दरमहा दरअसामीस १५ रुपये असे १२ हवालदार ६ महिने चाकरी करीत होते. व दरमहा दरअसामीस ११ रुपये असे ११० शिपाई ३ महिने चाकरी करीत होते. पुढें सरकारचा हुकूम झाला कीं ते रुपये त्या फौजेस असामी तेना- त व चाकरीची मुदत त्यांच्या योग्यते प्रमाणें वांटून घावे म्हणून, तेव्हां कोणास किती रुपये येतात तें सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर,	{	९२४ . . . ३ . . . ४० $\frac{१०२०}{२१६०}$ जमातदार ४ त्यांचा वांटा.
		२०८० . . . ३ . . . ६१ $\frac{४८३०}{२१६०}$ हवालदार १२ त्यांचा वांटा.
		६९९४ . . . ० . . . ८७ $\frac{४४७०}{२१६०}$ शिपाई ११० त्यांचा वांटा.

पांचवे, चैत्रशुद्ध १ प्रतिपदेस १०००० रुपये भांडवल करून, हें व्यापार आरंभिला. नंतर ज्येष्ठशुद्ध १ प्रतिपदेस त्या व्यापारांत १५००० रुपये भांडवल देऊन, कसकती मिळाला. नंतर भाद्रपदशुद्ध १ प्रतिपदेस त्याच व्यापारांत २०००० रुपये भांडवल देऊन ग कसकती झाला.

ह्या प्रमाणे तिघांचा सर्कतीने व्यापार चालला. पुढे वर्षातीं हिशोब करितां १७७६५ रुपये नफा झाला. तो भागाप्रमाणे तिघांस बरा-बर वांटून दे.

	रु.	पा.	रे.
उत्तर, { ह चा वांटो ४५१७४ . . .	२ . . .	७१	$\frac{११४}{४६६}$
क चा वांटो ५७१८ . . .	१ . . .	३९	$\frac{३९}{४६६}$
ग चा वांटो ७४७१ . . .	३ . . .	८९	$\frac{३२६}{४६६}$
	<u>१७७६५ . . .</u>	०	नाळा

साहाबे, र, ल, व, ह्या तिघांनीं १ वर्ष सर्कतीने व्यापार केला, त्यांत आरंभींच र ने २०० रुपये दिले; पुढे ४ महिने जाऊन २०० रुपये दिले. तसे ल ने आरंभीं ३०० रुपये दिले; पुढे ३ महिने गेल्यावर २०० रुपये दिले; नंतर २ महिने गेल्यानंतर पुनः ४०० रुपये दिले. तसे व ने आरंभीं ६०० रुपये देऊन पुढे ५ महिने गेल्यावर १०० रुपये दिले. नंतर एक महिना गेल्यावर १०० रुपये माघारे घेतले. ह्या प्रमाणे वर्ष-पुरे झाल्यानंतर हिशोबीं ५०० रुपये नफा झाला तो त्या तिघांस भागाप्रमाणे वांटून दे.

	रु	पा.	रे.	
उत्तर, { रचा वांटा १०२ . . . २ . . . २५				$\frac{१२५}{१२५}$
{ लचा वांटा २१० . . . १ . . . २				$\frac{११०}{१२५}$
{ वचा वांटा १८१ . . . ० . . . ७१				$\frac{१५५}{१२५}$
	५००	०	०	ताळा.

मिश्रगणित.

मिश्रगणित म्हणजे वेगळाले जातींचे शुद्धपदार्थ एक-
च मिश्र केले असता त्या मिश्राचा भाव त्यांचे वेगळाले भावां-
चे मध्यें होतो, तो काढण्याचा एक गणितप्रकार आहे. त्याच्या
रीति दोन आहेत, एक मध्यमिश्रगणित आणि दुसरी व्यु-
क्रममिश्रगणित.

मध्यमिश्रगणित.

मध्यमिश्रगणित म्हणजे मिश्रपदार्थांचा भाव वेगळा-
ले भावांचे मध्यें होतो, तो काढणें. ह्यांत प्रत्येक शुद्धपदार्थां
चे भाव आणि परिमाणें सांगितलीं असतात.

रीति.

प्रत्येक शुद्धपदार्थांची परिमाणे त्यांचे त्यांचे भावाने वेगळालीं गुणावीं, नंतर ह्या सर्व गुणाकारांची बेरीज घ्यावी, आणि दुसरी शुद्धपदार्थांचे परिमाणांची बेरीज घ्यावी, नंतर गुणाकारांची बेरीज परिमाणांचे बेरजेनें भागावी, भागाकार येईल तो त्या मिश्रराशीचा भाव होईल.

उदाहरणे.

पहिलें, तीन जातींची शुद्धसाकर एकत्र मिसळून मिश्रराशि झाली आहे, तींत ५० शेर दरशेरीं १२ पैसे, तसें ४४ शेर दरशेरीं ९ पैसे, आणि २६ शेर दरशेरीं ८ पैसे, असे वेगळाले भाव होते. आतां त्या मिश्रराशीस दरशेरीं काय भाव होईल ?

५० , ४४ , २६ हीं परिमाणें आहेत.

१२ , ९ , ८ हे भाव आहेत.

$$५० \times १२ = ६००$$

$$४४ \times ९ = ३९६$$

$$२६ \times ८ = २०८$$

परिमाणांची बेरीज १२०) १२०,४ (१० रू. = १० ४/५ पैसे.

१२०

हा भाव १२, ९, ८, ह्यांचे मध्ये आहे हे उत्तर.

दुसरे, तीन जातींचे तूप मण ५, ९, १४ रू दरमणी भाव रुपये १०, ९ १/२, ८ १/२ असें एकत्र केले तर, त्या मिश्रण दरमणी भाव किती रुपये होईल?

उत्तर, ९ रुपये.

तिसरे, तीन जातीचे दूध शेर ४, ७, ९ रू दरशेरी ६, ५, ४ रू असें एकत्र केले तर, त्या मिश्रण दरशेरी किती पैसे पडतील?

पै. रू.

उत्तर, ४ . . . १०६.

चौथे, कोणी फडक्याने तीन प्रकारचे गहू मण १०, १८, २०, दरमणी रुपये ५, ३, २ ह्या भावाचे एकत्र केले, तर त्या मिश्रण दरमणी किती रुपये पडतील?

उत्तर, ३ रुपये.

पांचवे, कोणी दुकानदाराने तीन जातीचे पीठ मण ३, ४, ५ दरमणी रुपये ३ १/२, ३, २ रू ह्या भावाचे ए-

कन्न केलें, तर त्या मिश्राम दरमणीं किती रुपये पडतील?

रु. पा. रे.

उत्तर, २ . . ३ . . ९१.६

साहावे, सोने तोळे ७, १२ ३, १७, त्याचे अनुक्रमें कस ९८, ९६, ९४ ३ असें एकत्र आटिलें, तर त्या मिश्राम किती कस लागेल?

उत्तर, ९५ ३ कस.

सातवे, एक चाहा पौंड ५ दर पौंडीं भाव ७ शिल्लिंग, दुसरा चाहा पौंड ९ दर ८ शिल्लिंग ६ पेन्स, आणि तिसरा चाहा पौंड १४ ३ दर ५ शिल्लिंग १० पेन्स, असा तीन प्रकारचा चाहा एकत्र केला तर त्या मिश्राम दर पौंडीं भाव काय होईल?

उत्तर, ६ शिल्लिंग १२ ३ पेन्स.

आठवे, एक तेल ग्यालन ४ दर ग्यालनीं भाव ४ शिल्लिंग १० पेन्स, दुसरे तेल ग्यालन ७ दर ५ शिल्लिंग ३ पेन्स, आणि तिसरे, तेल ग्यालन ९ ३ दर ५ शिल्लिंग ८ पेन्स, या भावांचें एकत्र केलें, तर त्या मिश्राम दर ग्यालनीं भाव काय होईल?

उत्तर, ५ शिल्लिंग ४ ३ पेन्स.

नववे, कोणी फडक्यानें एक जातीचे गहू १० बुशी-

ल, दरबुशीलीं भाव ५ शिल्लिंग, दुसरे गहूं १० बुशील, दर
३ शिल्लिंग, आंणि तिसरे गहूं २० बुशील दर २ शिल्लिंग, ह्या
भावाचे एकत्र केले तर, त्या मिश्रास दरबुशीलीं भाव काय
होईल ?

उत्तर, ३ शिल्लिंग.

दाहावे, सोने ७ औंस २२ कस चांगले, तसे १२ ३
औंस २१ कस चांगले, आणि १७ औंस १९ कस चांगले, असें
एकत्र आटिलें तर, त्या मिश्रसोन्यास किती कस चांगला भाव
लागेल ?

उत्तर, २० ३/४ कस.

अकरावे, रुपें ३ पौंड ह्यांत ९ औंस शुद्ध त-
सें ५ पौंड ८ औंस ह्यांत १० औंस शुद्ध, आणि १ पौंड १०
औंस हीण, असें एकत्र आटिलें तर, त्या मिश्रास किती
औंस शुद्ध भाव लागेल ?

उत्तर, ७ १/२ औंस शुद्ध.

व्युत्क्रममिश्रगणित.

व्युत्क्रममिश्रगणित म्हणजे अनेक भावांचे अनेक पदार्थ आहेत, त्यांच्या मिश्रणास सांगितला भाव व्हावा, तर मिश्रण करायास कोणते भावांचे पदार्थ किती किती परिमाणाने घ्यावे ते काढणे. ह्याच्या तीन रीति आहेत.

प्रथमरीति.

शुद्धपदार्थांचे भाव एकाखातीं एक एतिल असे लिहावे. इच्छिले मिश्र भावाहून जे शुद्ध पदार्थांचे भाव उणे असतील त्यांस प्रत्येकीं मिश्रभावाहून जे अधिक भाव असतील त्यांशीं अखंड रेघा करून जोडावे, आणि ह्याच रीतीने प्रत्येक अधिकास प्रत्येक उण्याशीं जोडावे. मिश्र भाव आणि प्रत्येक शुद्ध भाव ह्यांच्या वजा बाक्या, म्हणजे अंतरे, तीं

+ ही रीति मध्यमिश्रगणिताचे उलट आहे, म्हणून ह्याचा ताळा मध्यमिश्राने निघतो.

* उणाभाव अधिक भावास जोडून आणि त्याच्या प्रत्येकीं इच्छिले भावाशीं वजाबाक्या त्या त्या भावांसमोर व्युत्क्रमाने लिहून जें परिमाण निघते ते असें आहे कीं, उणेभावांचे परिमाणांवर जितका नफा येतो तितकाच अधिक भावांचे परिमाणांवर तोटा येतो. ह्याजकरितां सर्वपरिमाणांवर नफा तोटा होईल तो बराबर होईल.

शुद्ध भाव ज्याशीं ज्याशीं रेघांनीं जोडले आहेत त्यांचे त्यांचे समोर लिहावीं, नंतर एकच वजावाकी त्या भावांचे समोर आली तर तीच त्या राशींचे परिमाण होईल, आणि अनेक वजावाक्या त्या राशींचे समोर आल्या तर त्यांची बेरीज त्या राशींचे परिमाण होईल.

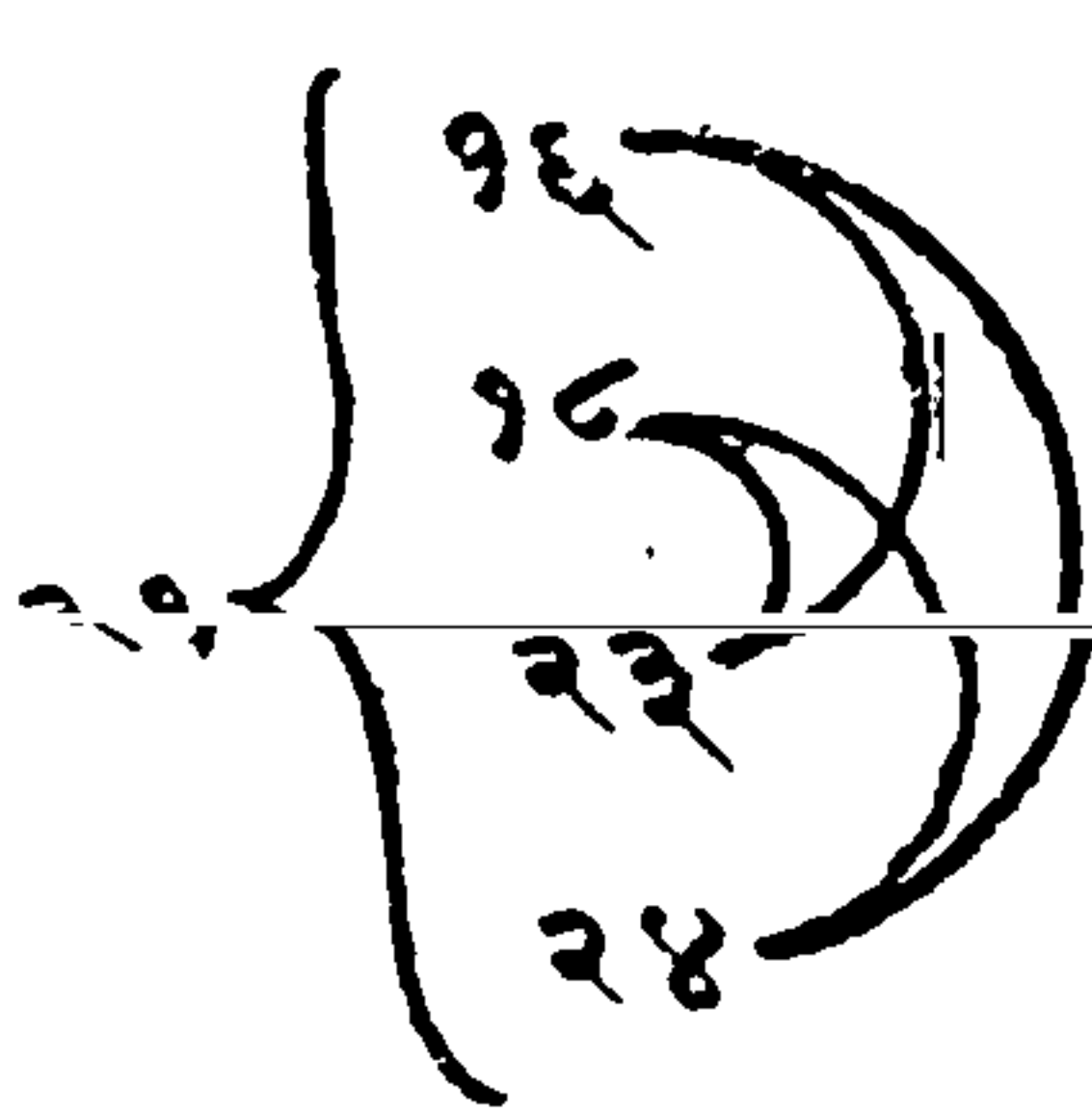
उदाहरणे.

पहिले, कोणी सोनार १६, १८, २३, २४ ह्या भावांचे सोने एकत्र आठून ते मिश्र २१ रुपये तोळा, ह्या भावांचे विक्रावयास इच्छितो तर, त्याने कोणकोणते सोने किती किती परिमाणाने घ्यावे?

	शुद्ध भाव	परिमाणे
इच्छित भाव २१	३ तोळे	१६ चे भावांचे.
	२ तोळे	१८ चे भावांचे.
	३ तोळे	२३ चे भावांचे.
	५ तोळे	२४ चे भावांचे.

* इच्छिते मिश्र भावाहून शुद्धपदार्थांचे बहुत उणे व एक अधिक असे भाव येतात, तेथे रीतीने एकच उत्तर निघते. इच्छिते भावाहून दोन भाव उणे व दोन तीन भाव अधिक असे येतात, त्या ठिकाणीं एकेरी व दुहेरी जोडणींचे रीतीने

अथवा ह्या प्रमाणें.



$$\begin{aligned} 3 + 2 &= 5 \\ 3 + 2 &= 5 \\ 3 + 2 &= 5 \\ 4 + 2 &= 6 \end{aligned}$$

ह्याचा ताळा पाहाणें.

$१६ \times ३ = ४८$	$१६ \times ५ = ८०$
$१८ \times २ = ३६$	$१८ \times ५ = ९०$
$२३ \times ३ = ६९$	$२३ \times ८ = १८४$
$२४ \times ५ = १२०$	$२४ \times ८ = १९२$
$१३) २७३$	$२६) ५४६$
२१	२१

ह्या दोहों रीतींनीं २१ हा इच्छिला भाव आला आहे

म्हणून.

{	१६ वें	३ किंवा	५	तोळे परिमाण.
	१८ वें	२ किंवा	५	_____
	२३ वें	३ किंवा	८	_____
	२४ वें	५ किंवा	८	_____

दोन किंवा त्यांपेक्षा अधिक उत्तरे निघतात. हे प्रथम उदाहरणावरून समजेल. गणिती ह्या जातीचे प्रश्नांस अनंतकृत्य म्हणतात.

दुसरें, कोणी एक सावकार १६, १८, २२ रुपये खंडी असे तीन जातींचे चणे एकत्र करून मिश्रराशि २० रुपये खंडी ह्या भावानें विकायास इच्छितो, तर त्यानें तीन जातींचे चणे वेगळाले किती किती परिमाणानें घ्यावे?

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} १६चे २ खंडी परिमाण \\ १८चे २ खंडी — \\ २२चे ६ खंडी — \end{array} \right.$

तिसरें, कोणी एक दुकानदार ४ आणि ६ रुपये मण असें दोन भावांचें तेल मिश्र करून ५ रुपये मण या भावानें विकायास इच्छितो, तर त्यानें मिश्र करावयास दोन जातींचें तेल किती किती परिमाणानें घ्यावें?

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} ४ चें १ मण परिमाण \\ ६ चें १ मण — \end{array} \right.$

चौथें, कोणी दुकानदार ४, ६, ११ पैसे शेर अशा तीन भावांची साकर एकत्र मिश्र करून ७ पैसे शेर, ह्या भावानें विकावयास इच्छितो, तर त्यानें मिश्र करावयास प्रत्येक भावाची साकर किती किती परिमाणानें घ्यावी?

उत्तर,	{	४ वे	४ शेर परिमाण.
		६ वे	४ शेर _____
		११ वे	४ शेर _____

पांचवे, कोणी दुकानदार विलायती दर बुशीलीं २ शिल्लिंग ६ पेन्स, ३ शिल्लिंग ८ पेन्स, ४ शिल्लिंग ० पेन्स आणि ४ शिल्लिंग ८ पेन्स, असे चार भावांचे गहू एकत्र मिश्र करून ते दर बुशीलीं ३ शिल्लिंग १० पेन्स ह्या भावानें विकार घास इच्छितो, तर त्यानें मिश्र करावयास कोण कोणते गहू किती किती परिमाणानें घ्यावे?

शि.	पे.	बु.	बु.	
२	६ वे	१० किंवा	१२	परिमाण.
३	८ वे	२ किंवा	१२	_____
४	० वे	२ किंवा	१८	_____
४	८ वे	१६ किंवा	१८	_____

हे उत्तर.

साहावे, कोणी दुकानदार मध १२ रुपये मण, राब १० रुपये मण, काकवी १ रुपया मण, आणि पाणी (त्याची किंमत शून्य) अशीं एकत्र मिश्र करून त्या मिश्रास दर मणी ८ रुपयांचा भाव व्हावा असें इच्छितो, तर त्यानें प्रत्येक

पदार्थ काय काय परिमाणानें घ्यावा ?

उत्तर.	{	१२ चे ८ मण किंवा १५ मण हें परिमाण.
		१० चे ७ मण — १५
		१ चे २ मण —
		० चे ४ मण — ६

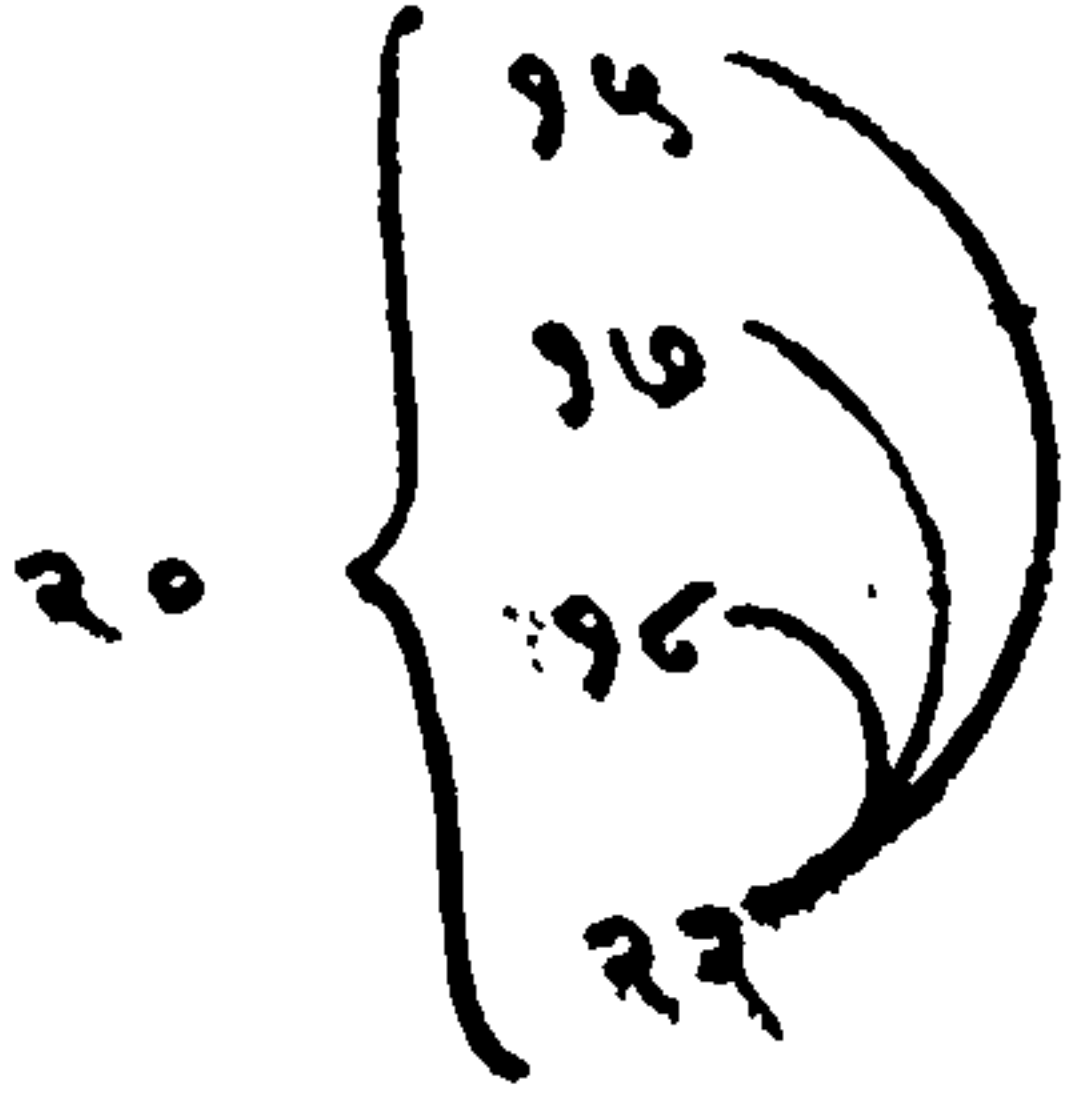
दुसरी राति.

मिश्राचे परिमाणांची बेरीज अमुक असावी म्हणून सांगितलें आहे तर, पूर्वी सांगितले जोडण्याचे रीती करून उत्तर काढावे, नंतर ह्या प्रमाणें त्रैराशिक करावे. जसें, उदाहरणांतील आलेले परिमाणांची बेरीज : सांगितले परिमाणास आहे :: तसें जोडणीचे रीतीनें काढिलेलीं परिमाणें : प्रत्येकाचे इच्छिले परिमाणास होतील.

उदाहरणें.

पहिलें, १५, १७, १८, २२ रुपये तोळा सोने, ह्या चार भावांचें एकत्र आटून तें २० रुपये तोळा ह्या भावांचें ४० तोळे विकावयास इच्छितो, तर वेगळाले त्या ह्या भावा-

तीचे किती तोंडे सोने घ्यावे?



२ जोडणीचे रीतीने
२ काढल्या परिमाणांची बेरीज ही जा
२ हे.

$$५ + ३ + २ = १०$$

१६

तेव्हां,

१६ :	४० ::	२ :	५
१६ :	४० ::	२ :	५
१६ :	४० ::	२ :	५
१६ :	४० ::	१० :	२५

४० ही बेरीज

त्रिशशितपशीळ
करून काढले प-
रिमाणांची बेरीज

म्हणून ५, ५, ५ आणि २५ हीं इच्छितीं परिमाणे हें उत्तर.
दुसरे, ४, ५, ६, ८ रुपये मण ह्या चार भा-
वांचे तांदूळ एकत्र मिश्र करून, ते २० मण ७ रुपयांचे भावानें
विकायास इच्छितो, तर वेगळाले किती किती परिमाणानें घ्यावे?

उत्तर, {

- ४ चे २ हे मण परिमाण.
- ५ चे २ हे मण _____
- ६ चे २ हे मण _____
- ८ चे १७ हे मण _____

तिसरें, कोणी गवळी दूध ८ पैसे शेर भावाचें आणि पाणी (त्याची किंमत शून्य) अशीं एकत्र मिश्र करून तें मिश्र १६ शेर ६ पैशांचे भावानें विकायस इच्छितो, तेव्हां त्यानें प्रत्येक काय काय परिमाणानें घ्यावें?

उत्तर, { ८ चें ४ शेर परिमाण.
० चे १२ शेर ———

चौथें, १२, १०, ८, ६ ह्या चार भावांचे तांदूळ मिश्र करून ते दर पल्ला ९ रुपये ह्या भावानें विकायचे आहेत, परंतु ती सर्व मिश्र राशि ६४ पल्ले व्हावी, तेव्हां प्रत्येक भावाचे किती किती घ्यावे? पल्ले. पल्ले.

उत्तर, { १२ चे २४ किंवा १६ परिमाण.
१० चे ८ ——— १६ ———
८ चे ८ ——— १६ ———
६ चे २४ ——— १६ ———
६४ ६४ परिमाणांची
बरीज

पांचवें, एके बादशाहानें १० शेर सोन्याचा एक मुकुट सोनारापासून करविला, तो तयार होऊन आल्यावर त्यांत कांहीं रुपें किंवा तांबें मिश्र केले आहे असें नजरेंस आलें, त्यावर आर्कमिंदेज ह्या नामें करून त्या बादशाहाचे पदरीं फार

चतुर पुरुष होता त्यानें गणितयुक्तीनें त्यांतील शुद्ध व हीण ह्यांची परिमाणे वेगळीं काढलीं.

तीं अशीं, त्यानें एक शुद्ध सोन्याची व एक शुद्ध तांब्याची अशा दोन आकृति १० दाहा शेर वजनाच्या तयार करून त्या पाण्यानें पूर्ण भरलेले पात्रांत पर्यायाने बुडविल्या, तेसमयीं जें बाहेर पाणी पडलें त्याचीं तोले त्यानें केलीं. शुद्ध सोन्याचे परिमाण ५२ शेर, शुद्ध तांब्याचे परिमाण ९२ शेर, आणि मिश्रसोन्याचे मुकुटाचे परिमाण ६४ शेर हीं झालीं तेव्हां त्या मुकुटांतील शुद्ध सोने आणि हीण ह्यांचे प्रत्येक परिमाण काय ?

उत्तर, { ७ शेर शुद्ध सोने परिमाण.
३ शेर शुद्ध तांबे.

तिसरी रीति.

जेव्हां अनेकांतून एका शुद्धपदार्थाचे परिमाण अमुक असावे म्हणून सांगितले आहे, तर पूर्वरीतीप्रमाणे प्रत्येक पदार्थाचे भावाच्या दृष्टभावांशीं वजावाक्या कराव्या, नंतर ह्या प्रमाणे त्रैराशिक करावे. जसें सांगितले परिमाणाचे शुद्धपदार्थाची वजावाकी : दुसरे वेगळे वेगळे वजावाक्यांस होते :

तसें इच्छिलें परिमाण : वेगळे वेगळे इच्छिले परिमाणास होईल ?

उदाहरणें.

पहिलें, कोणी एक वाणी १२, १०, ६, ४ हे रुपये प' ल्ला दराचे सजगुरे एकत्र मिश्र करून ८ रुपये प'ल्ला, ह्या भावानें विकणार, त्यांत हळके दराचें (म्हणजे ४ रुपये दराचें) परि - माण २० प'ल्ले असावें, तेव्हां प्रत्येक भावाचे किती किती घ्यावे ?

८	{	४	४	जोडणीचे रीतीनें परिमाण ४
		६	२	प'ल्ले निघालें पण ह्या दराचे
		१०	२	२० प'ले घालणें आहे.
		१२	४	
तेव्हां,	#	४ : २ :: २० : १०	४	बाकी चीं तीन परिमाणें त्रि
	#	४ : २ :: २० : १०	४	राशि तयशील करून
	#	४ : ४ :: २० : २०	४	१०, १०, २० प'ल्ले निघालीं

म्हणून, २०, १०, १०, २० प'ल्ले हें इच्छाफळ. किंवा २०, २०, २०, २० प'ल्ले हें इच्छाफळ हें उत्तर.

दुसरें, विलायती दरग्यालनीं ४ शिल्लिंग, ५ शिल्लिंग, ५ शिल्लिंग ६ पेन्स, आणि ६ शिल्लिंग, ह्या चार जातींचें तेल मिश्र

करावयाचें, त्यांत प्रथम ४ शिल्लिंग दराचें तेल ३ ग्यालन घालणें आहे आणि त्या मिश्रास दरग्यालनीं ५ शिल्लिंग ४ पेन्स असा भाव व्हावा, तेव्हां प्रत्येकाचें परिमाण किती किती घ्यावें ?

	शि.	पे.		
उत्तर,	४	०	वे ३	ग्यालन किंवा ३ परिमाण.
	५	०	वे ३	_____
	५	६	वे ६	_____ १३
	६	०	वे ६	_____ ६

तिसरें, कोणी सराफ १५, १७, १८, २२ रुपये दराचें सोने आटून मिश्र करायास इच्छितो, त्यांत तिसरें म्हणजे १८ चे दराचें सोने ५ तोळे घालणें आहे, आणि तें मिश्र २०६-राचें व्हावें, तर बाकीचें किती किती तोळे घ्यावें ?

उत्तर,	१५	चे ५	तोळे परिमाण
	१७	चे ५	तोळे _____
	१८	चे ५	तोळे _____
	२२	चे २५	तोळे _____

चौथें, कोणी गवळी ४ पेसे शेर ह्या भावाचें दूध त्यांत कांहीं पाणी मिश्र करून विकायास इच्छितो, पण तें पाणी

मापें तीन शेर घालणार, आणि मिश्रास ३ पैसे शेर हा भाव
व्हावा, तेव्हा दुधाचे परिमाण किती घ्यावें?

उत्तर, { ४ चे ३ शेर परिमाण.
० चे ९ शेर ———

पांचवे, ६, ४, ३, २ रुपये पल्ला दराचे जोंधळे
एकत्र मिश्रकरून ५ रुपये पल्ला ह्या भावानें विकायाचे, ते असे
कीं, त्या मिश्रांत ३ रुपये पल्ला ह्या दराचे ३६ पल्ले असावे, तेव्हा
त्यानें प्रत्येक भावाचे किती किती पल्ले घ्यावे?

उत्तर, { ६ चे २१६ पल्ले हें परिमाण.
४ चे ३६ पल्ले ———
३ चे ३६ पल्ले ———
२ चे ३६ पल्ले ———

इष्टराशि.

इष्टराशि म्हणजे कल्पित संख्या घेऊन सत्य संख्या का-
ढावयाचें गणित आहे. ज्या प्रश्नांची उत्तरे पूर्वगणित रीतीनें
निघत नाहीत, तीं काढावयाकरितां हें इष्टराशि गणित आहे तें
लिहितो.

इष्टराशीचे दोन भेद आहेत; एकेरी आणि दुहेरी.

एकेरी इष्टराशि.

जेव्हां कितीएक प्रश्नांचें उत्तर काढण्याविषयीं एकच कल्पित संख्या घ्यावी लागती तेव्हां ती एकेरी इष्टराशि म्हणावी. म्हणजे जसें, इच्छिले संख्येस दुसरे सांगितले संख्येनें गुणायाचें किंवा भागायाचें आहे. अथवा, जेव्हां इच्छिली संख्या तिनें तीव अथवा तिचे हर कोणते भागानें सांगतील तितके वेळां अधिक किंवा उणी करायाची आहे, तेव्हां एकेरी इष्टराशि म्हणावें.

त्याची रीति.

इच्छिली संख्या काढावयाकरितां कोणतीही संख्या घ्यावी, आणि प्रश्नांत सांगितल्या प्रमाणें तिशीं कृति करावी, नंतर ह्या प्रमाणें त्रैराशिक योजावें.

जसें, कल्पित संख्येचें उत्पन्न : त्या कल्पित संख्येस आहे : : तसें प्रश्नांतील उत्पन्न : त्याचे इच्छिले सत्यसंख्येस होईल.

उदाहरणें.

पहिलें, एक मनुष्यानें आपले द्रव्याचा ३ आणि ३ स्वर्च

केला, नंतर पाहातो तो ६०० रुपये बाकी राहिले, तेव्हा त्या वळ पहिले द्रव्य किती होते?

१२०० रुपये अशी मिथ्या संख्या घे.

$$१२०० \text{ चा } \frac{१}{३} = ४००$$

$$१२०० \text{ चा } \frac{२}{३} = ८००$$

७०० खर्च.

१२०० त्यांत वजा

५०० बाकी.

जसे, ५०० : १२०० :: ६०० :

६००

$$५०० \times १२०० = ६०० \times १४४०$$

१४४० ही इच्छिली राशि हें उत्तर.

ताळा.

$$१४४० \text{ चा } \frac{१}{३} = ४८०$$

$$१४४० \text{ चा } \frac{२}{३} = ९६०$$

८४० हा खर्च.

१४४० त्यांत वजा

६०० ही बाकी प्रश्नाप्रमाणे आहे.

दूसरें, एक संख्या आहे तीस ७ ह्यांनी गुणिलें नंतर ती गुणाकार ६ ह्यांनी भागिला असतां भागाकार २१ आला अशी संख्या कोणती ?

उत्तर, १८.

तिसरें, एक संख्या अशी आहे कीं जी, तिचें अर्ध, तिच्या तृतीयांश आणि चतुर्थांश मिळून ७५ बेरीज होईल, ती संख्या कोणती ?

उत्तर, ३६.

चौथें, एक सरदारानें आपले फौजेचा ३ आणि ३ फहीस पाठविला असतां तळावर १००० मनुष्यें राहिलीं, तेव्हां त्या फौजेत सर्व मनुष्यें किती होती ?

उत्तर, ६००० मनुष्यें

पांचवें, कोणी एक गृहस्थानें भिकाऱ्यांस ५२ पैसे वांटिले. त्यांत पुरुषांस ६ बायकांस ४ आणि मुलांस २ त्या प्रमाणें प्रती केल्या, त्यांत बायका पुरुषांचे दुप्पट होत्या, आणि मुलें बायकांचे तिप्पट होतीं, तेव्हां त्या जमावांत पुरुष बायका आणि मुलें किती किती होतीं ?

उत्तर, पुरुष २ बायका ४ आणि मुलें १२.

साहाबें, कोणी एकानें दुसऱ्यास विचारिलें कीं तुजें

वय किती आहे? त्याने उत्तर केले कीं माझे वयाचे वर्षांचे $\frac{3}{4}$ सातांनीं गुणिले आणि त्या गुणाकाराने त्याच वर्षांचे $\frac{2}{3}$ मिळविले तर २१९ होतात, तेव्हां त्याचे वयाची किती वर्षे होती?

उत्तर, ४५ वर्षे.

दुहेरी इष्टराशि.

ज्या प्रश्नांचे उत्तर दोन कल्पित संख्यांचे साहाय्याने निघते ती दुहेरी इष्टराशि.

ज्या प्रश्नांमध्ये विवक्षित सत्यसंख्येत कांहीं एक ऐच्छिक संख्या मिळविली असते किंवा बजा केली असते. ती ऐच्छिक संख्या त्या विवक्षित सत्य संख्येशीं कोणत्या प्रमाणाने आहे हे ठाऊक नसते. अशा जातीचे प्रश्न असतात तेथे दुहेरी इष्टराशि गणित करावे लागते.

- + विवक्षित सत्य संख्या म्हणजे प्रश्नांतील अनुक्त संख्या.
- * ऐच्छिक संख्या म्हणजे त्या सत्यसंख्येत मिळविण्यासाठी किंवा बजा करण्यासाठी जी घेतली संख्या ती.

दुहेरी इष्टराशीच्या रीति दोन आहेत.

प्रथमरीति[‡].

समारानें कामाच्या उपयोगी दोन कल्पित संख्या घ्याव्या, आणि त्यांशीं प्रश्नाचे संकेता प्रमाणें वेगळाली एकेरीरीती प्रमाणें कृति करावी. नंतर पाहावें कीं ह्या दोन संख्यांपासून जीं दोन उत्पन्न आलीं त्यांशीं आणि प्रश्नांतील उत्पन्नाशीं किती भेद आहे. त्या भेदास अंतर म्हणतात. तें अंतर अधिक किंवा उणें असेल त्याप्रमाणें त्यास धन (+) ऋण (-) चिह्नें करावीं.

‡ सिद्धांत, ह्या रीतीस आश्रय हा आहे कीं, प्रथम अंतर दुसरे अंतरास आहे, जशी प्रथम मिथ्या संख्या आणि प्रथम सत्य संख्या ह्यांची वजाबाकी. दुसरी मिथ्या संख्या आणि दुसरी सत्य संख्या ह्यांचे वजाबाकीस आहे, जेव्हां अशा प्रमाणांत नाहीं, तेव्हां ह्या रीतीनें उत्तर बरोबर काढितां येत नाहीं, ही रीति खरी आहे असें पूर्वप्रथावरून दाखवितों.

अ आणि ब हीं दोन अक्षरचिह्ने घेतले संख्यांचीं असतील, तसें आ आणि बा ही त्यांचीं प्रश्नाचे संकेता प्रमाणें उत्पन्न असतील, तसें र आणि स ही त्यांचीं अंतरे असतील, म्हणजे न हें संकेताचें सत्य उत्पन्न, ह्याशीं वेगळाल्या आ आणि बा ह्यांच्या वजाबाक्या र आणि स असतील, आणि इष्टसंख्या दाखवायास क्ष घेतला, म्हणजे क्ष चें उत्पन्न न होईल.

तेव्हां न - आ = र आणि न - बा = स अथवा बा - आ = र

नंतर दुसरे अंतरानें प्रथम संख्या गुणावी, आणि प्रथम अंतरानें दुसरी संख्या गुणावी.

जर अंतरांचीं चिह्नें सरूप आहेत, तर त्या दोन गुणाकारांची वजाबाकी त्या अंतरांचे वजाबाकीनें भागावी, भागाकार येईल ते इच्छाफळ.

जर अंतरांचीं चिह्नें विरूप आहेत, तर, त्या गुणाकारांची बेरीज त्याच अंतरांचे बेरजेनें भागावी.

टीप. अंतरांचीं दोन्ही चिह्नें धन किंवा ऋण आहेत, तर तीं सरूप होत, आणि एक धन आणि एक ऋण अशीं आहेत तर तीं विरूप होत.

-स आतां ज्यांस ह्यारीतीचा आश्रय आहे, त्याप्रमाणें प्रमाणें रः सः :: क्ष-अः क्ष-ब, अंत्यपदे आणि मध्यपदे गुणून म्हणजे रक्ष-रब = सक्ष-सअ. नंतर स्थळांतरानें रक्ष-सक्ष = रब-सअ भागाकारानें क्ष = $\frac{रब-सअ}{र-स}$ ही इच्छि-ली संख्या आहे, म्हणजे ही रीति तेव्हां आहे की, जेव्हां दोन्ही अंतरां कमी पडतात.

जर दोन्ही उत्पन्नें सत्य उत्पन्नाहून अधिक असतील, म्हणजे आ आणि वा हीं दोन्ही नहून अधिक असतील, तर न-आ = -र आणि न-वा = -स म्हणजे र आणि स हीं दोनही (-) ऋण आहेत, ह्याजकरितां - रः - सः :: क्ष-अः क्ष-ब, परंतु -रः -सः :: + रः + स; ह्याजकरितां रः सः :: क्ष-अः क्ष-ब, आणि सर्व वाकी पूर्वप्रकारा प्रमाणें बरोबर निघेल.

परंतु जर एक उत्पन्न आ कमी आणि दुसरे उत्पन्न वा अधिक असेल, अथवा एक अंतर र (+) धन आणि दुसरे अंतर स (-) ऋण असेल तर पूर्वप्रमाणें प्रमाणा राशी करून समीकरणास हें रूप होईल. क्ष = $\frac{रब + सअ}{र-स}$ आणि ही रीति अंतरे विरूप आहेत तेव्हां उपयोगी होय.

८) २१६ गुणाकारांची बेरीज.

२७ इच्छिली संख्या हें उत्तर.

दुसरी रीति.

कामान्ते उपयोगी दोन मिथ्या संख्या घ्याव्या, आणि त्यांशीं प्रश्नाचे संकेता प्रमाणें वेगळालीं कामें करावीं, नंतर जीं उत्पन्नं येतील तीं अधिक उणीं पाहून त्यांस + धन - ऋण चिह्ने अनुक्रमानें करावीं.

ह्या अतिसंनिध संख्यांची वजाबाकी, त्यांतील एके अंतरानें गुणावी, मग तो गुणाकार आलेलीं अंतरें सरूप असल्यास वजाबाकीनें भागावा, आणि विरूप असल्यास बेरजेनें भागावा, अथवा. ह्या प्रमाणें त्रैराशिक करावें, जसें दोन अंतरांची वजाबाकी अथवा बेरीज : दोन घेतले अतिसंनिध संख्यांचे वजाबाकीस होते : : तसें कोणतेही अंतर : ते आपले संख्येचे शुद्धीस होईल.

नंतर तो भागाकार किंवा तें इच्छाफळ, जिचें अंतर कामांत घेतलें आहे ती संख्या अधिक असल्यास त्यांतून वजा करावें, आणि ती संख्या उणी असल्यास त्यांत भिळवावें, म्हणजे इष्टसंख्या उत्पन्न होईल.

उदाहरणें,

पहिलें, ती संख्या कोणती आहे, कीं जी ६ ह्यांनीं गुणिली, त्या गुणाकारांत १० मिळविले, आणि ती बेरीज ९ ह्यांनीं भागिली, तर भागाकार २० होईल?

आतां १० आणि ३० ह्या दोन कल्पित संख्या सत्य संख्येसारख्या मानून घे.

पहिली संख्या.	दुसरी संख्या.	ताळा.
१०	३०	२७
६	६	६
<hr/>	<hr/>	<hr/>
१०६	१८०	१६२
१०	१०	१०
<hr/>	<hr/>	<hr/>
१) १२६	१) १९०	१) १८०
१४ मिथ्यासंख्यांचें उत्पन्न	२२	२० हें प्रश्ना प्रमाणें आलेला ताळा.
२० सत्यसंख्येचें उत्पन्न	२०	
<hr/>	<hr/>	
-६ ही अंतरे वित्त	+२	
<hr/>	<hr/>	
३०	१८	
<hr/>	<hr/>	
१०० हे गुणाकार	३६	
<hr/>	<hr/>	
३६		

उदाहरणें.

पहिलें, पूर्वरीतींत उदाहरण आहे तेंच दुसरे रीतीनें करावें.

पहिली संख्या.

$$\begin{array}{r} १८ \\ ६ \\ \hline १०८ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} १८ \\ \hline १२६ \end{array}$$

१) $\frac{१२६}{१८}$

१४ मिथ्यासंख्यांचें उत्पन्न

२० सत्यसंख्यांचें उत्पन्न

-६ त्यांचीं अंतरे विरूप

तेकां ८ : १२ ::

$$\frac{२}{२४}$$

८)

३ हें इच्छाफल.

३० - ३ = २७ पाहा ह्यांत उघड कळते, कीं ३० ही संख्या अधिक आहे, ह्यास्तव इच्छाफल त्यांतून वजा करून २७ हें उत्तर.

दुसरी संख्या.

$$\begin{array}{r} ३० \\ ६ \\ \hline १८० \end{array}$$

$$\begin{array}{r} १८ \\ \hline १९८ \end{array}$$

२) $\frac{१९८}{१८}$

२२

२०

+२

२ :

दुसरें, बाप आणि लेंक दोघे बोलत होते, तेथें लेंकानें बापास विचारिलें कीं, “तुमचें वय किती आहे?” बाप सांगतो, “आज माझे वयाचा $\frac{3}{4}$ तुझें वय आहे, परंतु ५ वर्षां पूर्वी माझे वयाचा $\frac{1}{4}$ तुझें वय होतें ह्यावरून माझें वय किती तें समज” तेव्हां त्या दोघांचीं वयें काय तीं सांग.

उत्तर, १५ आणि ४५.

तिसरें, कोणी गृहस्थानें प्रतिदिवशीं रुपया १ $\frac{1}{2}$ प्रमाणें २० दिवसांचे बोलीनें एक कारागीर ठेविला, त्याचा करार येणें प्रमाणें, तो कारागीर ज्या दिवशीं खेळेल किंवा गैरहजीर होईल त्या दिवसाचा त्यापासून उलटा $\frac{1}{2}$ रुपये दंड घ्यावा. पुढें कामाचे दिवस पुरे झाल्या नंतर त्या गृहस्थाकडे त्या कारागिराचे २२ रुपये निघाले, तेव्हां त्यानें किती दिवस काम केले व गैरहजीर किती दिवस?

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} १६ दिवस काम. \\ ४ दिवस गैरहजीर. \end{array} \right.$

चौथें, अ, ब, हे दोघे समान रुपये घेऊन जुगार खेळायाम बसले, तां प्रथमच अ, रुपये २० जिंकला, नंतर जबळचे सर्व पैक्याचे $\frac{1}{3}$ हरला. पुढें खेळ संपवून दोघे उठले ते समयीं बचे जबळ अचे चौपट पैका झाला, तेव्हां प्रत्येकाज-

बळ आरंभीं किती रुपये होते?

उत्तर, १०० रुपये.

पांचवे, अ, आणि ब, ह्या दोघांचा आदाय बरोबर होता, त्यांत अ, आपले आदायाचा $\frac{1}{2}$ संग्रह करून बाकी खर्च करी, आणि ब, प्रतिवर्षीं अ, पेक्षां ५०० रुपये अधिक खर्च करी, ह्या मुळें ४ वर्षांनंतर ब ला १००० रु० कर्ज झालें, तेव्हां प्रतिवर्षीं एकेकाचा आदाय व खर्च किती होता?

रुपये.

उत्तर, { १२५० प्रत्येकाचा आदाय प्रतिवर्षीं
१००० अ चा खर्च प्रतिवर्षीं
१५०० ब चा खर्च प्रतिवर्षीं

इष्टराशीचीं दुसरीं किती एक उदाहरणें.

पहिलें, एके दुकानदारानें एकाचे ४० रुपये देणें होते, ते त्यानें दोन रकमांनीं फेडले, त्या दोन रकमांत लहानीपेक्षां थोरली १० ह्यांनीं अधिक होती, तेव्हां त्या दोन रकमा कोणत्या?

उत्तर, १५, २५.

दुसरे, एकाजबळ कांहीं मोल्यें होती, त्यांतून त्यानें $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$, अशीं वांटलीं असतां बाकी २०१ राहिली, तेव्हां

सगळीं मोत्यें किती होतीतें सांग.

उत्तर, ९४५ मोत्यें.

तिसरें, एके तळ्यांत कमळ पाण्यावर ३ अंगुळें होतें, ती संख्या पाण्याचे तळापासून पाण्याचे दृष्टपर्यंत जितकें कमळ असेल त्याचे ३ होती, तेव्हां तें कमळ पाण्यांत किती होतें तें सांग

उत्तर, २२ $\frac{३}{४}$ अंगुळें.

चौथें, समाईक रुपये ६५० आहेत, ते अ, ब, क, घा तिघांस वांटवयाचे आहेत, ते असे कीं, ब ला अ पेक्षां १०० अधिक, आणि क ला ब पेक्षां १५० अधिक, तेव्हां कोणास किती रुपये येतील?

उत्तर, अ १००, ब २००, क ३५०.

पांचवें, एक टांकें पूर्ण पाण्यानें भरलें होतें, त्यांतून चतुर्थांश पाणी गळून गेलें, आणि कार्यानिमित्त १०० मण पाणी काढिलें, नंतर त्या टांक्यांत काठी उभी करून पाहिली तों अर्ध टांकें पाणी आहे, तेव्हां टांक्यांत सगळें पाणी किती होतें?

उत्तर, ४०० मण.

साहाबें, अ, आणि ब, दोघेजण जुगार खेळावयास बसले, त्यांत खेळाचे आरंभीं अचे जवळ रुपये ८५० आणि बचे जवळ रुपये ५५० पुढें परस्परांची हार जिंक बहुतवेळ

होऊन शेवटारवालीं अ चे जवळ रुपये ब चे चौपट झाले, तेव्हां अ ब चे जवळून किती रुपये जिंकला.

उत्तर, २७० रुपये.

सातवें, कोणी गृहस्थानें एकाचे २५०० रुपये कर्ज देणें होतें, तें चुकवितेवेळेस त्यानें कांहीं मोहरा व कांहीं रुपये अशी खिचडी मिळून ११०० नंग दिले, तेव्हां त्यांत मोहरा किती होत्या, व रुपये किती होते? मोहरेचा दर १५ रुपये प्रमाणें होता.

उत्तर, { १०० मोहरा.
१००० रुपये.

आठवें, दोन गृहस्थ परस्पर अनेक गोष्टी बोलत चालले होते, त्यांत एकानें दुसऱ्यास विचारिलें कीं, तुम्हांस पुत्र दोन त्यांचीं वयें किती आहेत? तेव्हां त्यानें सांगितलें कीं, त्या दोन पुत्रांचे वयांचे मिळवणींत १० मिळविले असतां ती वडीलपुत्राचे वयाचे दुपटी बराबर होईल आणि दोन पुत्रांचे वयांचे वजाबाकींत ६ वजा केले असतां ती धाकटे पुत्रांचे वया बराबर होईल?

उत्तर, { ३० वर्षे वडीलपुत्राचे.
१२ वर्षे धाकटे पुत्राचे.

नववें, कोणी एक मनुष्य कांहीं रुपये घेऊन बाजारांत

गेला, तेथें एके दुकानीं सामाना बद्दल १६ रुपये खर्च करून पुढें चालिला, तेसमयीं जवळ रुपये अधिक असावे म्हणून बाकीचे इतके दुसऱ्याकडून उसने घेतले, नंतर दुसरें दुकानीं गेला, तेथें १६ रुपये खर्च करून बाकीं रुपयां बराबर पूर्ववत् उसने घेऊन तिसरें दुकानीं गेला, तेथें १६ रुपये खर्च करून पुनः बाकी बरोबर पूर्ववत् उसने घेऊन चौथें दुकानीं गेला, तेथें १६ रुपये खर्च करून पाहतो तो जवळ कांहीं राहिलें नाहीं, तेव्हां तो मुळीं किती रुपये घेऊन बाजारांत गेला होता?

उत्तर, ३० रुपये.

दाहावे, अ, ब, क, ह्या त्रिवर्गांनीं सर्कत केली, तींत सगळें भांडवल रुपये ४००० त्यांत अ चे दुप्पट, ब र २०० इतके ब चे, आणि क चे, अ आणि ब ह्यांचे बरजे बराबर, तेव्हां एकेकाचे किती किती रुपये?

उत्तर, { अ, ६०० रुपये.
ब, १४०० रुपये.
क, २००० रुपये.

अकरावे, कोणी दुकानदार आंबे मोहोर आणि पटणी अशा दोन जातींचे तांदूळ ५०० पळे एकत्र करून विकायामे इच्छितो, त्यांत आंबे मोहोर ४ रुपयांनीं पळे, आणि पटणी ३ रुपये

२ पावले पल्ला, ह्या प्रमाणें वेगळे भाव होते, आणि हांल्लीं मिश्ररा-
शीचा सकटभाव ३ रुपये २ पावले ८० रेस असा आहे तेव्हां आं-
बे मोहोर आणि पटणी किती किती असावे?

पल्ले
उत्तर, { २०० आंबे मोहोर.
३०० पटणी.

बारावें, कोणी भाडेकरी ह्यानें २३० रुपयांस चार तट्टू
विकत घेतले, ते असे, पहिल्याची किंमत अधिक १२ म्हणजे दुस-
रा, दुसऱ्याची किंमत अधिक ६ म्हणजे तिसरा, तिसऱ्याची किं-
मत अधिक २ म्हणजे चौथा, असे आहेत. तेव्हां त्या तट्टूंचें मोल
काय?

उत्तर, ४५ ; ५७ ; ६३ ; ६९.

तेरावें, एके सरदाराने दोन पुत्र होते, त्यांनीं समान रुपये
घेऊन उंच बहुमोल घोडे एका दरानें खरेदी केले, ते असे, एकानें
५ घोडे खरेदी करून ७०० रुपये शिल्लकेस ठेविले, दुसऱ्यानें ७
घोडे खरेदी करून ९०० रुपये कर्ज केले, तेव्हां घोड्यांची किंमत काय
व प्रत्येकानें खरेदीस किती किती रुपये नेले होते ते सांग.

उत्तर, { ८०० घोड्यांची किंमत रुपये.
४७०० प्रत्येकानें खरेदीस नेले रु.

णोत्तर काय आहे? सूर्य पृथ्वी ह्यांच्यामध्ये अंतर १००००००००
मैल आहे?

उत्तर, ७८२२२२ हे हें गुणोत्तर.

चौथा, १ मिन्युटांत ७० पावले चालतो (पाऊल म्हणजे २८ इंच) तर ह्या मानानें एका अवरांत किती मैल चालेल?

उत्तर, $\frac{113}{132}$ मैल.

पांचवा, कोणी शिपाई एके मिन्युटांत १२० पावले चालतो. (पाऊल म्हणजे २८ इंच) तर ह्या मानानें १ अवरांत किती चालेल? आणि एक ठाणें २० मैल दूर आहे, तेथें त्या शिपायास पांचण्यास किती वेळ लागेल? मार्गी विश्रांतीस एक अवर अवकाश दिला आहे.

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} ३ \frac{१}{२} \text{ मैल } १ \text{ अवरांत चालेल} \\ \text{आणि } ७ \frac{१}{२} \cdot १७ \frac{१}{२} \text{ वेळ लागेल.} \end{array} \right.$

साहावा, ७०० यार्ड लांबीची एक भिंत २९ दिवसांत सिद्ध करायाचा संकेत, त्यांत १२ माणसांनी ११ दिवस कामकेलें; तीं ती भिंत २२० यार्ड मात्र सिद्ध झाली; तर ह्या मानानें काम चालविणें तेव्हां पूर्व संकेता प्रमाणें भिंत पुरी होण्यास पूर्व संख्येहून किती माणसें अधिक असावीं?

उत्तर, { ४ माणसें पूर्वसंख्येहून अधिक
म्हणजे १६ माणसें असावीं.

सातवा, एके शोताचे भोंवता बांध आहे, त्याचा परिघ ५३६ यार्ड आहे, आणि त्या शोताचे समोरासमोरचे बाजूंवर अ, आणि ब, हे दोघे मनुष्य उभे आहेत, त्यांत अ, एक मिन्युटांत ११ यार्ड चालतो आणि ब, तीन मिन्युटांत ३४ यार्ड चालतो, ते दोघे शोतास सव्य प्रदक्षिणा करायास उभे असतां तेथून एककाळीच निघाले, तर लवकर चालणाराच्या किती प्रदक्षिणा होतील तेव्हां पुढील मंद चालणारास मिळवील?

उत्तर, १७ प्रदक्षिणा.

आठवा, एके तांब्याचे खाणींत एकाचा भाग ३ आहे, त्यानें त्याचे तीन चतुर्थांश १८००० रुपयांस विकले, तेव्हां त्या सगळे खाणीचे मोल काय होईल?

उत्तर, ४०००० रुपये.

नववा, कोणाजवळ गलबताचे ३ होते, त्या गलबताची किंमत १२००० रुपये. पुढें त्यानें त्यांतून २ चे २ विकले, आतां बाकी राहिलेल्या विभागांचे त्यास किती रुपये येतील?

उत्तर, { ३०० हिंसा.
१८५० किंमत रुपये.

दाहावा, २० मनुष्ये, १२ दिवसांत जें काम करितील त्या-
चे तिप्पट काम बारा दिवसांचा दे थांत करणें, तर किती म-
नुष्ये असावीं ?

उत्तर, ३०० मनुष्ये.

अकरावा, घड्याळांतील मिन्युट कांटा आणि अवर
कांटा हे दोनही १२ अवरांचे स्थानीं एकत्र असतात, ते पुनः
पुढें केव्हां एकत्र होतील ?

(घड्याळामध्ये १ अवरांत अवर कांटा सर्व परिघाचा
ने चालतो, आणि मिन्युटकांटा १ अवरांत सगळा परिघ म्हण-
जे चालतो.)

अ. मि. से.

उत्तर, १ वे अवर. किंवा १ ... ५ ... २७ ...

बारावा, कोणी एका मनुष्याची प्राप्ति एकेवर्षाची १५०००
रुपये आहे, आणि एक आठवड्यांत २१० रुपये खर्च करितो,
तेव्हां वर्षांत किती रुपये संग्रह किंवा कर्ज होईल ? (एथें वर्ष
विलायती नानाचें.)

उत्तर, ४०८० रुपये संग्रह.

तेरावा, कोणी एके मनुष्यानें दरपेशास दोन प्रमाणें
१८० आंबे विकत घेतले, पुनः दरपेशास तीन प्रमाणें दूसरे १८०

आंबे विकत घेतले, नंतर दोन पैशांचे ५ प्रमाणे ते सर्व आंबे विकले, तेव्हा मुदळांत नफा किंवा तोटा किती झाला तो सांग.

उत्तर, ६ पैसे तोटा झाला.

चौदावा, दर असामीस दर दिवशीं दोन शेर प्रमाणे १५०० मनुष्यांस १२ आठवडेपर्यंत पुरे इतकें अन्न कोठींत आहे, तेंच अन्न दर असामीस दर दिवशीं १ $\frac{२}{३}$ शेर प्रमाणे देऊन २० आठवडेपर्यंत पुराविणें, तर किती मनुष्यांस पुरेल ?

उत्तर, १२०० मनुष्ये.

पंधरावा, लंडन शहराचे ध्रुवोन्नतांत पृथ्वीचे भोंवतीं त्या स्थळीं ध्रुवोन्नत परिघाची लांबी सुमारे १५५५० मैल आहे.

पुढें, ह्या सर्व परिघाची प्रदक्षिणा २३ अंश ५६ मिन्युटांत होती, तर ह्या मानानें दर अवरास किती किती मैल येतील ?

उत्तर, ६४९ $\frac{३५६}{३६०}$ मैल १ अवरास.

सोळावा, अ १२ दिवसांत जें काम करितो, तेंच काम ब १४ दिवसांत करितो, आणि क १६ दिवसांत करितो ते काम तिघे मिळून करतील तर किती दिवसांत होईल ?

उत्तर, ४ $\frac{४५}{३३}$ दिवस.

सतरावा, कोणी मनुष्य आपले घास्तीचे चतुर्थांशाहून

२०० रुपये अधिक खर्च करितो, तथापि त्यापाशीं प्राप्तीचे अर्धाहून ३०० रुपये अधिक संग्रह राहतो, तेव्हां त्याची सर्व प्राप्ति किती?

उत्तर, २००० रु०

अठरावा, कोणी मनुष्य अंतकाळीं आपलें सर्व द्रव्य पुत्रास देऊन आपण मरण पावला, नंतर त्यापुत्रानें त्या द्रव्याचा $\frac{2}{3}$ कांहीं कामास खर्च केला, नंतर बाकी राहिलेले द्रव्याचे $\frac{3}{4}$ उपजीविकेस खर्च करून हिशेब पाहतो, तो ८२०० रुपये बाकी राहिले, तेव्हां सर्वद्रव्य किती होतें तें सांग.

रु. पा. रे.

उत्तर, १११३३ · १ · ३ $\frac{2}{3}$ सगळें द्रव्य.

एकुणिसावा, एके किल्ल्यास शत्रूनें फौजेचा वेढा दिला होता, त्या किल्ल्यांत १००० मनुष्य होते, त्यांस भक्षावयास प्रतिदिवशीं प्रतिमनुष्यास २ शेर प्रमाणें ५ आठवडे पर्यंत पुरेल इतकें अन्न संग्रहीं होतें, तेचसमयीं त्याचे कुमकेस ५०० मनुष्य किल्ल्यांत आले, परंतु वेढा उठवाया जोगती कुमके येण्यास ८ आठवड्यांचा अवकाश होता, तेव्हां तेंच अन्न त्यासर्वास तेथपर्यंत पुरविणें प्राप्त झालें तेव्हां दरमनुष्यास दरदिवशी किती शेर प्रमाणें द्यावें?

उत्तर, ३३ पाव शेर.

विसावा, कोणीएके मनुष्याने आपले अंतकाळीं धा-
कटे पुत्रास ८४००० रुपये दिले, हे वडीलपुत्रास जें द्रव्य दिलें
त्याचे $\frac{१}{२}$ होतात, तेव्हां त्या मनुष्याचें सर्व द्रव्य किती तें सांग.

उत्तर, १९२००० सर्व द्रव्य.

एकविसावा, कोणी एक मनुष्य घड्याळाचे कांढ्यावर
दृष्टि ठेवून बसला होता, त्यास दुसऱ्याने विचारिलें, “किती अ-
वर झाले?” तेव्हां तो म्हणतो, “पांचांपासून साहा इतक्यांत
आहे.” तेसमयीं पुनः त्यानें विचारिलें कीं. “निश्चय सांग.”
त्यास त्यानें उत्तर केले कीं, “द्यासमयीं अवर कांढा आणि मि-
न्युट कांढा हे दोन्ही एकत्र आहेत” ह्यावरून किती अवर झाले?

उत्तर, ५ अवर २७ $\frac{१}{२}$ मिन्युटे.

बाविसावा, कोणी एके मनुष्यानें मरण समयीं आपले
द्रव्याचे $\frac{१}{२}$ एके पुत्रास देऊन जें बाकी राहिलें त्याचे $\frac{१}{२}$ दुसरे
पुत्रास दिले, आणि जें बाकी राहिलें तें बायकोस दिलें. पुढें पा-
हतां त्या दोनपुत्रांचे वांट्यांची वजाबाकी ५१४३ रुपये १ पाव-
ला $३३\frac{१}{३}$ रस इतकी आहे, तेव्हां बायकोस किती दिले तें सांग

रु. पा. र.

उत्तर, १२७०० . . . ३ . . . ५३ .

तेविसावा, कोणी गृहस्थानें मरणसमयीं आपले द्रव्याचे $\frac{13}{20}$ एके पुत्रास आणि बाकी राहिले ते दुसरे पुत्रास, असें लिहून मरण पावला. पुढें ते दोघेपुत्र द्रव्य वांटून घेऊं लागले, तों एकास दुसऱ्यापेक्षां १२००० रुपये अधिक आले, तेव्हां सगळें द्रव्य किती तें सांग.

उत्तर, ४०००० रुपये.

चोविसावा, मुंबई आणि पुणे ह्यांचे मध्ये अंतर सुमारानें १०० मैल आहे, आतां अ आणि ब हे दोघे सांडणी स्वार होऊन त्या दोन स्थळांहून एकदांच निघाले, त्यांत अ मुंबईहून निघाला तो पुण्यास जाणारा, आणि ब पुण्याहून निघाला तो मुंबईस जाणारा पुढें ते निघाल्यापासून ७ अवरांनीं मार्गी भेटले, तेव्हां असें कळलें कीं, ब पेक्षां अ दर अवरास $1\frac{1}{2}$ मैल अधिक चालला, तेव्हां ह्यावरून ते उभयतां सांडणी स्वार दर अवरास किती मैल चालले ?

७ $\frac{1}{2}$ मैल अ.

६ $\frac{1}{2}$ मैल ब.

पंचविसावा, पुणे व पंढरपूर ह्यांचे मध्ये अंतर सुमारानें १३० मैल आहे. आतां प्रातःकाळीं आठ अवर वाजतांच पंढरपुराहून पुण्यास जावयाकरितां अ जासूद निघाला,

तो दरअवरास ३ मैल चालतो, आणि त्याच दिवशीं सायं
काळीं चार अवर वाजतांच पुण्याहून व् जासूद पंढरपुरीं
जावयाकरितां निघाला, तो दरअवरास ४ मैल चालतो, तेव्हां
त्या दोघांची मार्गी पंढरपुरापासून किती मैलांवर भेट होईल
तें सांग.

उत्तर, पंढरपुरापासून ६९ $\frac{३}{४}$ मैल.

सविसावा, १०० आंबे एकेक यार्डाचे अंतरानें भूमी-
वर सरळ रेषेंत ठेविले आहेत, आणि प्रथम आंब्यापासून एक
यार्डाचे अंतरानें पांटी ठेविली आहे, ते समयीं एकानें दुसऱ्यास
सांगितलें कीं, प्रतिस्वेपेस एक एक आंबा पाटींत ठेवावा; तर अ-
शा रीतीनें सर्व आंबे त्या पाटींत ठेवीपर्यंत त्या मनुष्यास किती
चालावें लागेल तें सांग.

मै. या.

उत्तर, ५००१३००

सत्ताविसावा, घोडी दरदिवस २४ कोस चालती, आ-
णि तिचे शिंगरू आज १ कोस, उद्यां २ परवां ३ ह्या प्रमाणें
चालतें, तेव्हां त्या दोघांची किती दिवसांनीं परस्पर भेट हो-
ईल ?

उत्तर, ४७ दिवस.

अठ्ठाविसावा, शेष ह्या नांवाचा एक मनुष्य होता, त्या-
 नें आपले बुद्धिवळानें अपूर्व बुद्बळान्चा खेळ उत्पन्न करून रा-
 जास दारवविला, तेसमयीं तो खेळ पाहून राजा अतिसंतुष्ट झा-
 ला, आणि त्यास माग म्हणाला, तेव्हां त्यानें असें मागितलें कीं,
 ह्या बुद्बळान्चे पटास ६४ कोष्टक आहेत, तर पहिले कोष्टकास १ ग-
 हूं दुसऱ्यास २ तिसऱ्यास ४ ह्या प्रमाणें प्रतिकोष्टकास दुपटीनें वा-
 ढते असे ६४ पर्यंत जे गहूं होतील त्यांचें मोल मळा घावें, तें रा-
 जानें भान्य केलें, त्यास जर २००७५ गहूं एक शेरान्त राहातात,
 आणि दरमणास दोन रुपये प्रमाणें भाव आहे, तर त्या सर्व गह्वां-
 चे किती रुपये होतील ?

	रु.	पा.	रे
उत्तर,	३८२८७१४००४५०५९	१	४ $\frac{११७६}{६६३६}$

एकुणातिसावा, कोणी एके मनुष्यानें प्रतिवर्षीं आपले
 द्रव्याचा ३ आणि १००० रुपये अशारीतीनें चार वर्षे पर्यंत द्र-
 व्य वाढविलें, आणि पाहतो तो १०३४२१ रुपये ३ पावले ५०
 रेस इतकें झालें तेव्हां आरंभीं किती रुपये होते तें सांग.

उत्तर, ४०००० रुपये.
 तिसावा, कोणी एके मनुष्यानें ७५०० रुपये कर्जां घे-
 तले. नंतर ते त्यानें ७ वर्षांनीं १०१२५ रुपये व्याजसुद्धां आणून

दिले, तेव्हा दरसाल दरशेकजास व्याजाचा दर काय होता?

उत्तर, ५ रुपये.

एकतिसावा, १०००० रुपये आंहेत, ते अ, ब, क, ह्या तिघांस वीटावयाचे, ते असे कीं, अला कपेक्षां १२०० रुपये अधिक मिळतील, आणि बला कपेक्षां ९५० रुपये उणे मिळतील. तेव्हा त्या तिघांतून कोण कोणास किती रुपये येतील?

उत्तर, अ, ४४५०; ब, २३००; क, ३२५० रुपये.

बतिसावा, कोणी एक मनुष्याजवळ घड्याळ होते, त्यास दुसऱ्याने विचारिलें, कीं ह्या वेळेस किती अवर वाजले आहेत, तेव्हा तो सांगतो, "दुपारचे बारा अवर वाजल्या पासून ह्या वेळेपर्यंत जो काळ गेला तो ह्या वेळेपासून रात्रीचे बारा वाजत तो पर्यंत जो काळ जाणार त्याचे द् आहेत. तेव्हा ह्यावरून बारा अवर किती वाजले?"

उत्तर, ५ अवर २० मिन्युटे.

तेहेतिसावा, १२०० विघेजमीन अ, ब, क, ह्या तिघांस बांटून देणें आहे ती अशी कीं, बला अहून १०० विघे अधिक, आणि कला बहून ६४ विघे अधिक मिळेल, तेव्हा कोणास किती विघे येईल?

उत्तर, { ३१२ अ.
४१२ ब,
४७६ क.

चौतिसावा, ती संख्या काय आहे? कीं, ज्या संख्येतून
३ चे ३ वजा करून बाकीत ३ चे ३ मिळविले, तर बराबर
१० होतील?

उत्तर, ९

पसतिसावा, ती संख्या काय आहे? कीं, जी १ चे ३
३ चे ३ ह्यांनी गुणिली असतां गुणाकार बराबर १ होईल?

उत्तर, १

छतिसावा, ८ इंच रुंदीचा बहुत लांब एक ताका
आहे, त्यातून एक चौरस फूट म्हणजे १२ इंच लांब आणि १२
इंच रुंद घेणे आहे. तर किली इंच लांब घ्यावा?

उत्तर, १६ इंच

सततिसावा, कांहीं मुद्दल आहे, त्यास व्याज दरसाल
दरशेंकडा ५ रुपय प्रमाणे आहे, आणि १ १/२ वर्षांत त्याची
राशि १३०१ रुपये १ पावला होती, तें मुद्दल कोणतें?

उत्तर, १३०० रुपये.

अडतिसावा, एक कुतरा आणि एक ससा एके शेंतां-

त ४० यार्डचे अंतराने असे उभे होते, तो ससा कुतच्यास पाहून भयाने पळू लागला. तेव्हा आरंभी कुतच्याने त्या सशास पाहिले नव्हते, परंतु ४० सेकंद गेल्यानंतर पाहिले, आणि त्यास धरावे ह्या बुद्धीने त्याचे मागे तो कुतरा धावू लागला, ह्या प्रमाणे दोघे धावू लागले; त्यांत सशाचे धांवण्याचा वेग १ अवरान्त १० मैल आणि कुतच्याचे धांवण्याचा वेग १ अवरान्त १८ मैल आहे. पुढे कुतच्याने त्या सशास धरिले; तेव्हा मध्ये काळ किती गेला व कुतरा किती चालला ते सांग.

उत्तर, ६० सेकंद आणि ५३० यार्ड.

एकुणचाळिसावा, कोणीएक गृहस्थ आपली स्त्री गरोदर असतां मरण पावला, त्याने पूर्वांच लिहून ठेविले होते कीं, “ माझे द्रव्य ६३०० रुपये आहेत; त्यांतून मला कन्या झाली असतां तिला एक हिसा व बायकोस दोन हिसे द्यावे, आणि जर पुत्र झाला तर, बायकोस एक हिसा आणि पुत्रास दोन हिसे द्यावे. पुढे तिला एक कन्या व एक पुत्र अशीं दोन जुळीं मुले झालीं, तेव्हा ते द्रव्य त्या तिघांस कसे वांटून द्यावे ?

उत्तर, कन्या १००; स्त्री १८००; पुत्र ३६००.

चाळिसावा, कोणीएके गृहस्थाने मरणसमयी आ

पलें द्रव्य अ, ब, क, घा तिघां पुत्रांस वांटून दिलें, तें असें
कीं, जर ब ला ३ तर अ ला ४ आणि जर ब ला ६ तर क
ला ५, घा प्रमाणें दिलें. त्यांत अ चा वांटा ४०००० रुपये आहे,
तेव्हां सगळें द्रव्य किती ?

उत्तर, ९५००० रुपये.

एके चाळिसावा, एक त्रिकोणाकृति क्षेत्र आहे, त्याचा
पाया २ एकर ३० गुंठे आणि उंची २० गुंठे ८ आणे आहे; तेव्हां
त्याचें क्षेत्रफळ किती होईल ? आणि दर एकरास २ रुपये प्रमा-
णें त्या क्षेत्राचा आकार किती झाला ?

उत्तर, $\left\{ \begin{array}{l} २० \text{ गुंठे } ७ \frac{१}{२} \text{ प्र० गुंठे क्षेत्र.} \\ १ \text{ रु. } १ \text{ पा. } ६३ \frac{१}{२} \text{ रे. आकार} \end{array} \right.$

समाप्त

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
१	१	१	१.००००००००	१.०००००००
२	४	८	१.४१४२१३६	१.२५९९३१
३	९	२७	१.७३२०५०८	१.४४२२२०
४	१६	६४	२.००००००००	१.५८७४०५
५	२५	१२५	२.२३६०६८०	१.७०९९१३६
६	३६	२१६	२.४४९४८९७	१.८१७१२१
७	४९	३४३	२.६४५७५१३	१.९१२९३३
८	६४	५१२	२.८२८४२७१	२.०००००००
९	८१	७२९	३.००००००००	२.०८००८४
१०	१००	१०००	३.१६२२७७७	२.१६४४३३
११	१२१	१३३१	३.३१६६२४८	२.२२३९८०
१२	१४४	१७२८	३.४६४१०१६	२.२८६४२८
१३	१६९	२१९७	३.६०५५२१३	२.३५१३३५
१४	१९६	२७४४	३.७४१६५७४	२.४१०१५२
१५	२२५	३३७५	३.८७२९८३३	२.४६६२१२
१६	२५६	४०९६	४.००००००००	२.५१९८४२
१७	२८९	४९१३	४.१२३१०५६	२.५७१७८०
१८	३२४	५८३२	४.२४२६४०७	२.६२०७४१
१९	३६१	६८५९	४.३५८८९८९	२.६६८४००
२०	४००	८०००	४.४७२१३६०	२.७१४४१८
२१	४४१	९२६१	४.५८२५७५७	२.७५४९२३
२२	४८४	१०६४८	४.६९०४१५८	२.८०२०३९
२३	५२९	१२१६७	४.७९५८३१५	२.८४३८६७
२४	५७६	१३८२४	४.८९८९७९५	२.८८४४९९
२५	६२५	१५६२५	५.००००००००	२.९२४०१८

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
५१	२६०९	१३२६५१	७१४१४२०४	३७००५३०
५२	२७०४	१४०६०८	७२११०२६	३७३२५११
५३	२८०९	१४८८७७	७२००१०९९	३७५६२८६
५४	२९१६	१५७४६४	७२८४६६२	३७७९७६३
५५	३०२५	१६६३७५	७३६९९८५	३८०३२५३
५६	३१३६	१७५६१६	७४५३३१४८	३८२५८६२
५७	३२४९	१८५१९७	७५४९८३४४	३८४८५०१
५८	३३६४	१९५११२	७६४५७७३१	३८७०८७७
५९	३४८१	२०५३७९	७७४११४५७	३८९३२९६
६०	३६००	२१६०००	७८४५९६६७	३९१५८६७
६१	३७२१	२२६९८१	७९५०२४९७	३९३८४९७
६२	३८४४	२३८३२८	८०६४००७९	३९६१०९२
६३	३९६९	२५००४७	८१७७२५३९	३९८३७५७
६४	४०९६	२६२१४४	८२००००००	४००००००
६५	४२२५	२७४६२५	८३२२२५७७	४०२२७२६
६६	४३५६	२८७४९६	८४४४०३८४	४०४५२४०
६७	४४८९	३००७६३	८५६५७५२८	४०६७५५८
६८	४६२४	३१४४३२	८६८७२११३	४०९००५६
६९	४७६१	३२८२०९	८८०८६२३९	४११२५६६
७०	४९००	३४३०००	८९३०१३०३	४१३५०८६
७१	५०४१	३५७९११	९०५१६४९८	४१५७६०६
७२	५१८४	३७३२४८	९१७३२८१४	४१८०१४८
७३	५३२९	३८९०१७	९२९४९०३७	४२०२६८९
७४	५४७६	४०५२२४	९४१६६०३३	४२२५२९०
७५	५६२५	४२१८७५	९५३८३०४०	४२४७८९१

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
२६	६७६	१७५७६	५०९९०१९५	२९६२४९६
२७	७२९	१९६८३	५१९६३५२४	३००००००
२८	७८४	२१९५२	५२९५०२६	३०३६५८९
२९	८४१	२४३८९	५३८५९६४८	३०७२३१७
३०	९००	२७०००	५४७७२२५६	३१०७२३२
३१	९६१	२८७९१	५५७७६४४	३१४१३८१
३२	१०२४	३२७६८	५६५६८५४२	३१७४८०२
३३	१०८९	३५९३७	५७४४५६२६	३२०७५३४
३४	११५६	३९३०४	५८३०९५१९	३२३९६१२
३५	१२२५	४२८७५	५९१६०७९८	३२७१०६६
३६	१२९६	४६६५६	६०००००००	३३०१९२४
३७	१३६९	५०६५३	६०८२७६२५	३३३२२२२
३८	१४४४	५४८७२	६१६४४१४०	३३६१९७५
३९	१५२१	५९३१९	६२४४९९८०	३३९१२११
४०	१६००	६४०००	६३२४५५५७	३४१९९५२
४१	१६८१	६८९२१	६४०३१२४२	३४४८२१७
४२	१७६४	७४०८८	६४८०७४०७	३४७६०२७
४३	१८४९	७९५०७	६५५७४३८५	३५०३३१४
४४	१९३६	८५१८४	६६३३२४९६	३५३१३४८
४५	२०२५	९११२५	६७०८२०३९	३५५६८९३
४६	२११६	९७३३६	६७८२३३००	३५८३०४८
४७	२२०९	१०३८२३	६८५५६५४६	३६०८८२६
४८	२३०४	११०५९२	६९२९२०३२	३६३४२४१
४९	२४०१	११७६४९	७०००००००	३६५९७०६
५०	२५००	१२५०००	७०७१०६७८	३६८४०३१

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
१०१	१०२०१	१०३०३०१	१००४९८७५६	४०६९७०१०
१०२	१०४०४	१०६१२०८	१००९९५०४९	४०६७२३२९
१०३	१०६०९	१०९२७२७	१०१४८८९१६	४०६८७५४८
१०४	१०८१६	११२४८६४	१०१९८०३९०	४०७०२६६९
१०५	११०२५	११५७६२५	१०२४६९५०८	४०७१७६९४
१०६	११२३६	११९१०१६	१०२९५६३०१	४०७३२६२४
१०७	११४४९	१२२५०४३	१०३४४०८०४	४०७४७४५९
१०८	११६६४	१२५९७१२	१०३९२३०४८	४०७६२२०३
१०९	११८८१	१२९५०२९	१०४४०३०६५	४०७७६८५६
११०	१२१००	१३३१०००	१०४८८०८८५	४०७९१४२०
१११	१२३२१	१३६७६३१	१०५३५६५३८	४०८०५८९६
११२	१२५४४	१४०४९२८	१०५८३००५२	४०८२०५२८४
११३	१२७६९	१४४४२८९७	१०६३०१४५८	४०८३४५८८
११४	१२९९६	१४८१५४४	१०६७७०७८३	४०८४०८०८
११५	१३२२५	१५२०८७५	१०७२३८०५३	४०८६२९४४
११६	१३४५६	१५६०८९६	१०७७०३२९६	४०८७६९९९
११७	१३६८९	१६०१६१३	१०८१६६५३८	४०८९०९७३
११८	१३९२४	१६४४३०३२	१०८६३७८०५	४०९०४८६८
११९	१४१६१	१६८५१५९	१०९१०८७१२१	४०९१८६०५
१२०	१४४००	१७२८०००	१०९५८४५१२	४०९३२४२४
१२१	१४६४१	१७७१५६१	११०००००००	४०९४६०८८
१२२	१४८८४	१८१५८४८	११०४५३६१०	४०९५९८७५
१२३	१५१२९	१८६०८६७	११०९०५३६५	४०९७३९९०
१२४	१५३७६	१९०६६२४	१११३५५२८७	४०९८६६३१
१२५	१५६२५	१९५३१२५	१११८०३३९९	४०९९९९००

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
७६	५७७६	४३८२७६	८.७७७७७७७७	४.२३५८२४
७७	५९२९	४५६५७७	८.७७४९६४४	४.२५४३५२
७८	६०८४	४७४५५२	८.८३७७६०९	४.२७२६५९
७९	६२४९	४९३०३९	८.८८८१९४४	४.२९०८४९
८०	६४००	५१२०००	८.९४४२७१९	४.३०८८७०
८१	६५६१	५३१४४९	९.०००००००	४.३२६७४९
८२	६७२४	५५१३६८	९.०५५३६२९	४.३४४४८९
८३	६८८९	५७१७८७	९.११०४३३६	४.३६२०७९
८४	७०५६	५९२७०४	९.१६५१५१४	४.३७९५१९
८५	७२२५	६१४१२५	९.२१९५४४४	४.३९६८३०
८६	७३९६	६३६०५६	९.२७३६१८५	४.४१४००५
८७	७५६९	६५८५०३	९.३२७७७९९	४.४३१०४७
८८	७७४४	६८१४७२	९.३८०८३१५	४.४४७९.६०
८९	७९२१	७०४९६९	९.४३३९८११	४.४६४७४९
९०	८१००	७२९०००	९.४८६८३३०	४.४८१४०५
९१	८२८१	७५३५७१	९.५३९९९२०	४.४९७९४९
९२	८४६४	७७८६८८	९.५९३६६३०	४.५१४७३५
९३	८६४९	८०४७५७	९.६४७३६५०	४.५३०६५५
९४	८८३६	८३०५८४	९.६९९७५९६	४.५४६८३६
९५	९०२५	८५७३७५	९.७५६७९४३	४.५६३९०३
९६	९२१६	८८४७३६	९.८१७९५९०	४.५८०८५७
९७	९४०९	९१२६७७	९.८७८८५७८	४.५९७७०९
९८	९६०४	९४११९२	९.९३९४९४९	४.६१०४७६
९९	९८०१	९७०२९९	९.९९९८७४४	४.६२६०६५
१००	१००००	१००००००	१००००००००	४.६४१५८९

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
१५१	२२००१	३४४२८५१	१२२००२०५७	५३२५०३४
१५२	२३१०४	३५११००८	१२३२००२००	५३३६००३
१५३	२३४०९	३५८१५७७	१२३६९३१६९	५३४८४८१
१५४	२३७१६	३६५२२६४	१२४०९६७३६	५३६०१०८
१५५	२४०२५	३७२३०७५	१२४४९८९९६	५३७१६८५
१५६	२४३३६	३७९६४१६	१२४९०९९६०	५३८३२१३
१५७	२४६४९	३८६९८८३	१२५२९९६४१	५३९४६९१
१५८	२४९६४	३९४४३१२	१२५६९८०५१	५४०६१२०
१५९	२५२८१	४०१९६७९	१२६०९५२०९	५४१७५०१
१६०	२५६००	४०९६०००	१२६४९११०६	५४२८८३५
१६१	२५९२१	४१७३२८१	१२६८९५०३५	५४४०१२३
१६२	२६२४४	४२५१५२८	१२७३०९२२१	५४५१३६५
१६३	२६५६९	४३३०७४७	१२७६७१४५३	५४६२६५६
१६४	२६८९६	४४१०९४४	१२८०६२४८५	५४७३९०४
१६५	२७२२५	४४९२१२५	१२८४५२३२६	५४८५१०६
१६६	२७५५६	४५७४२९६	१२८८४०९८७	५४९६३८५
१६७	२७८८९	४६५७३६३	१२९२२९६८०	५५०७६७९
१६८	२८२२४	४७४१६३२	१२९६१८८१४	५५१९०४८
१६९	२८५६१	४८२६८०९	१३०००००००	५५२८७७५
१७०	२८९००	४९१३०००	१३०३८१०४८	५५३९६५८
१७१	२९२४१	५०००२११	१३०७६६९६८	५५५०४९९
१७२	२९५८४	५०८८४४८	१३११४८७७०	५५६१२९८
१७३	२९९२९	५१७७७१७	१३१५२९४६४	५५७२०५५
१७४	३०२७६	५२६८०२४	१३१९१०९०६०	५५८२७७०
१७५	३०६२५	५३५९३७५	१३२२९७५६५	५५९३४४५

वर्ग, घन, आणि मूळ

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
१२६	१५६७६	२०००३७६	११२२४९७२२	५०१३२९०
१२७	१६१२९	२०४८३८३	११२६९४२७७	५०२६५२६
१२८	१६३८४	२०९७१५२	११३१३७०८५	५०३९६८४
१२९	१६६४१	२१४६६८९	११३५७८१६७	५०५२७७४
१३०	१६९००	२१९७०००	११४०१७५४३	५०६५७९७
१३१	१७१६१	२२४८०९१	११४४५५२३१	५०७८७५३
१३२	१७४२४	२२९९९८८	११४८९१२५३	५०९१६४३
१३३	१७६८९	२३५२६३७	११५३२५६२६	५१०४४६९
१३४	१७९५६	२४०६१०४	११५७५८३६९	५११७२३०
१३५	१८२२५	२४६०३७५	११६१८९५००	५१२९९२८
१३६	१८४९६	२५१५४५६	११६६१९०३८	५१४२५६३
१३७	१८७६९	२५७१३५३	११७०४६९९९	५१५५५१३७
१३८	१९०४४	२६२८०७२	११७४७३४४४	५१६७६४९
१३९	१९३२१	२६८५६१९	११७९०८२६१	५१८०१०१
१४०	१९६००	२७४४०००	११८३२१५९६	५१९२४९४
१४१	१९८८१	२८०३२२१	११८७४३४२१	५२०४८२८
१४२	२०१६४	२८६३२८८	११९१६३३७३	५२१७१०३
१४३	२०४४९	२९२४२०७	११९५८२६०७	५२२९३२१
१४४	२०७३६	२९८५९८४	१२०००००००	५२४१४८३
१४५	२१०२५	३०४८६२५	१२०४१५९४६	५२५३५८८
१४६	२१३१६	३११२१३६	१२०८३०४६०	५२६५६३७
१४७	२१६०९	३१७६५२३	१२१२४३५५७	५२७७६३२
१४८	२१९०४	३२४१७९२	१२१६५५२५१	५२८९५७२
१४९	२२२०१	३३०७९५९	१२२०६५५५६	५२९१४५९
१५०	२२५००	३३७५०००	१२२४७४५७७	५३०३३९३

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
२०१	४०४०१	८१२०६०१	१४-१७७४४६९	५-८५७७६५
२०२	४०८०४	८२४२४०८	१४-२१२६७०४	५-८६७४६४
२०३	४१२०९	८३६५४२७	१४-२४७८०६८	५-८७७१३०
२०४	४१६१६	८४८८६६४	१४-२८२८५६९	५-८८६७६५
२०५	४२०२५	८६१५१२५	१४-३१७८३११	५-८९६३६८
२०६	४२४३६	८७४१८१६	१४-३५२७००१	५-९०५९४१
२०७	४२८४९	८८६९७४३	१४-३८७४९४६	५-९१५४८२
२०८	४३२६४	८९९८९१२	१४-४२२२०५१	५-९२४९९२
२०९	४३६८१	९१२७३२९	१४-४५६८३२३	५-९३४४७३
२१०	४४१००	९२६५५००	१४-४९१३७६७	५-९४३९२२
२११	४४५२१	९३९३८३१	१४-५२५८३९०	५-९५३३४२
२१२	४४९४४	९५२८१२८	१४-५६०९१९६	५-९६२७३१
२१३	४५३६९	९६६३५८७	१४-५९४५१९५	५-९७२०९१
२१४	४५७९६	९८००३४४	१४-६२८७३८८	५-९८१४२६
२१५	४६२२५	९९३८३७५	१४-६६२८७८३	५-९९०७२७
२१६	४६६५६	१००७७६९६	१४-६९६९३८५	६-००००००
२१७	४७०८९	१०२१८३१३	१४-७३०९९९०	६-००९२४४
२१८	४७५२४	१०३६०२३२	१४-७६४८२३१	६-०१८४६३
२१९	४७९६१	१०५०३४५९	१४-७९७६४८६	६-०२७६५०
२२०	४८४००	१०६४८०००	१४-८३२३९७०	६-०३६८११
२२१	४८८४१	१०७९३८६१	१४-८६६०६८७	६-०४५९४३
२२२	४९२८४	१०९४१०४८	१४-९०९६६४४	६-०५५०४८
२२३	४९७२९	११०८९५६७	१४-९५३१८४५	६-०६४१२६
२२४	५०१७६	११२३९४२४	१४-९९६६२९५	६-०७३१७८
२२५	५०६२५	११३९०६२५	१५-०००००००	६-०८२२०१

वर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूक	घनमूक
१७६	३०९७६	२४५१७७६	१३२६६४९९२	५०६०४०७९
१७७	३१३२९	५५४५२३३	१३३०४१३४७	५०६१४६७३
१७८	३१६८४	५६३९७५२	१३३४१६६४१	५०६२५२२६
१७९	३२०४१	५७३५३३९	१३३७९०८८२	५०६३५७४१
१८०	३२४००	५८३२०००	१३४१६४०७९	५०६४६२१६
१८१	३२७६१	५९२९७४१	१३४५३६२४०	५०६५६६५२
१८२	३३१२४	६०२८५६८	१३४९०७३७६	५०६६७१०५१
१८३	३३४८९	६१२८४८७	१३५२७७४९३	५०६७७५११
१८४	३३८५६	६२२९५०४	१३५६४६६००	५०६८७७३४
१८५	३४२२५	६३३१६२५	१३५९९७७०५	५०६९८०१९
१८६	३४५९६	६४३४८५६	१३६३८१८१७	५०७०८२६७
१८७	३४९६९	६५३९२०३	१३६७७७९४३	५०७१८४७९
१८८	३५३४४	६६४४६७२	१३७११३०९२	५०७२८६५४
१८९	३५७२१	६७५१२६९	१३७४७७२७१	५०७३८७९४
१९०	३६१००	६८५९०००	१३७८४०४८८	५०७४८८९७
१९१	३६४८१	६९६७०७१	१३८२०२७५०	५०७५९०६५
१९२	३६८६४	७०७७०८८	१३८५६४०६५	५०७६९२९८
१९३	३७२४९	७१८९०५७	१३८९२४४४०	५०७७९५९६
१९४	३७६३६	७३०१३८४	१३९२८३८८३	५०७८९९६०
१९५	३८०२५	७४१४८७५	१३९६४२४००	५०७९९९९०
१९६	३८४१६	७५२९५३६	१४००००००००	५०८०९९८५
१९७	३८८०९	७६४५३७३	१४०३५६६८८	५०८१९९४८
१९८	३९२०४	७७६२३९२	१४०७१२४७३	५०८२९९७६
१९९	३९६०१	७८८०५९९	१४१०६७३६०	५०८३९९७२
२००	४००००	८००००००	१४१४२१३५६	५०८४९९३५

વર્ગ, ઘન, આણિ મૂલ.

સંખ્યા	વર્ગ	ઘન	વર્ગમૂલ	ઘનમૂલ
૨૫૧	૬૩૦૦૧	૧૫૮૧૩૨૫૧	૧૫૮૫૨૯૭૯૫	૬૩૦૭૯૯૨
૨૫૨	૬૩૫૦૪	૧૬૦૦૩૦૦૮	૧૫૮૭૪૫૦૫૯	૬૩૧૬૩૫૯
૨૫૩	૬૪૦૦૯	૧૬૧૯૪૨૭૭	૧૫૮૯૦૫૯૭૩૭	૬૩૨૪૭૦૪
૨૫૪	૬૪૫૧૬	૧૬૩૮૭૦૬૪	૧૫૯૦૭૩૭૫૫૫	૬૩૩૩૦૨૬
૨૫૫	૬૫૦૨૫	૧૬૫૮૧૩૭૫	૧૫૯૨૪૮૭૧૯૪	૬૩૪૧૩૨૬
૨૫૬	૬૫૫૩૬	૧૬૭૭૭૨૧૬	૧૬૦૦૦૦૦૦૦૦	૬૩૪૯૬૦૪
૨૫૭	૬૬૦૪૯	૧૬૯૭૪૫૯૩	૧૬૦૩૧૨૧૯૫	૬૩૫૭૯૬૧
૨૫૮	૬૬૫૬૪	૧૭૧૭૩૫૧૨	૧૬૦૬૨૩૭૮૪	૬૩૬૬૦૯૫
૨૫૯	૬૭૦૮૧	૧૭૩૭૩૯૭૯	૧૬૦૯૩૪૭૬૯	૬૩૭૪૩૧૧
૨૬૦	૬૭૬૦૦	૧૭૫૭૬૦૦૦	૧૬૧૨૪૫૧૧૫	૬૩૮૨૫૦૪
૨૬૧	૬૮૧૨૧	૧૭૭૭૭૯૫૮૧	૧૬૧૫૫૪૨૪૪	૬૩૯૦૬૭૬
૨૬૨	૬૮૬૪૪	૧૭૯૮૪૭૨૮	૧૬૧૮૬૪૧૪૧	૬૪૦૮૮૨૮
૨૬૩	૬૯૧૬૯	૧૮૧૯૧૪૪૭	૧૬૨૧૭૨૭૪૭	૬૪૧૭૦૫૮
૨૬૪	૬૯૬૯૬	૧૮૩૯૯૭૪૪	૧૬૨૪૮૦૭૬૮	૬૪૨૫૦૬૮
૨૬૫	૭૦૨૨૫	૧૮૬૦૯૬૨૫	૧૬૨૭૮૮૨૦૬	૬૪૩૩૧૬૮
૨૬૬	૭૦૭૫૬	૧૮૮૨૧૦૯૬	૧૬૩૦૯૫૦૬૪	૬૪૪૧૨૨૮
૨૬૭	૭૧૨૮૯	૧૯૦૩૪૧૬૩	૧૬૩૪૦૧૩૪૬	૬૪૪૯૨૭૭
૨૬૮	૭૧૮૨૪	૧૯૨૪૮૮૩૨	૧૬૩૭૦૭૦૫૫	૬૪૫૭૩૦૫
૨૬૯	૭૨૩૬૧	૧૯૪૬૫૧૦૯	૧૬૪૦૧૨૧૯૫	૬૪૬૫૩૧૫
૨૭૦	૭૨૯૦૦	૧૯૬૮૩૦૦૦	૧૬૪૩૧૬૭૬૭	૬૪૭૩૩૦૪
૨૭૧	૭૩૪૪૧	૧૯૯૦૨૫૧૧	૧૬૪૬૨૦૭૭૬	૬૪૮૧૨૭૪
૨૭૨	૭૩૯૮૪	૨૦૧૨૩૬૪૮	૧૬૪૯૨૪૨૨૫	૬૪૮૯૨૨૪
૨૭૩	૭૪૫૨૯	૨૦૩૪૬૪૧૭	૧૬૫૨૨૭૧૧૬	૬૪૯૭૧૫૪
૨૭૪	૭૫૦૭૬	૨૦૫૭૦૮૨૪	૧૬૫૫૨૯૪૫૪	૬૫૦૫૦૬૫
૨૭૫	૭૫૬૨૫	૨૦૭૯૬૫૭૫	૧૬૫૮૩૧૨૪૦	૬૫૦૨૯૫૬

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
२२६	५१० ७६	११ ५४ ३१ ७६	१५०३३२६४	६०९११९९
२२७	५१ ५२ ९	११ ६९ ७०८३	१५०६६५१९२	६१००१७०
२२८	५१ ९८ ४	११ ८५ २३ ५२	१५०९९६६८९	६१०९११५
२२९	५२ ४४ १	१२ ०० ८९ ८९	१५१३२७४६०	६११८०३३
२३०	५२ ९० ०	१२ १६ ७० ००	१५१६५७५०९	६१२६९२५
२३१	५३ ३६ १	१२ ३२ ६३ ९१	१५१९८८६८४२	६१३५७९२
२३२	५३ ८२ ४	१२ ४८ ७१ ६८	१५२३१५४६२	६१४४६३४
२३३	५४ २८ ९	१२ ६४ ८३ ३७	१५२६४३३७	६१५३४४९
२३४	५४ ७५ ६	१२ ८१ २९ ०४	१५२९७०५८	६१६२२३९
२३५	५५ २२ ५	१२ ९७ ७८ ९५	१५३३०७०९	६१७१००५
२३६	५५ ६९ ६	१३ १४ ४२ ५६	१५३६३२८१	६१७९८४७
२३७	५५ १६ ९	१३ ३१ ०० ५३	१५३९६८०४	६१८८६६३
२३८	५६ ६४ ४	१३ ४८ १२ ७२	१५४३०४२८	६१९७५५४
२३९	५७ १२ १	१३ ६५ १८ १९	१५४६३९५२	६२०६८२२
२४०	५७ ६० ०	१३ ८२ ४० ००	१५४९७९७३	६२१६४६९
२४१	५८ ०८ १	१३ ९९ ७५ २१	१५५३२०१४	६२२६०८४
२४२	५८ ५६ ४	१४ १७ २४ ८८	१५५६६०५९	६२३५६७६
२४३	५९ ०४ ९	१४ ३४ ८९ ०७	१५६००११५	६२४५३०१
२४४	५९ ५३ ६	१४ ५२ ४७ ८४	१५६३४१७१	६२५४९३६
२४५	६० ०२ ५	१४ ७० ०६ २५	१५६६८२२७	६२६४५६१
२४६	६० ५१ ६	१४ ८८ ६९ ३६	१५७०२३८३	६२७४१९६
२४७	६१ ०० ९	१५ ०६ २२ ३	१५७३६४३९	६२८३८३१
२४८	६१ ५० ४	१५ २५ २९ ८२	१५७७०५९५	६२९३४६६
२४९	६२ ०० १	१५ ४४ ४३ ४९	१५८०४७५१	६३०३१०१
२५०	६२ ५० ०	१५ ६२ ५० ००	१५८३८९०७	६३१२७३६

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
३०१	९०६०१	२७२७०८०१	१७०३४८३५१६	६०१७५८
३०२	९१२०४	२७५४३६०८	१७०३७८१४७६	६०२१७२
३०३	९१८०८	२७८१८१२७	१७०४०६८८५२	६०२६२३०
३०४	९२४१६	२८०९४४६४	१७०४३५५८५८	६०३१२५१
३०५	९३०२५	२८३७२६२५	१७०४६४२४०२	६०३६३१६
३०६	९३६३६	२८६५२६१६	१७०४९२८५१७	६०४१४६५
३०७	९४२४८	२८९३४४४३	१७०५२१४१२५	६०४६६८७
३०८	९४८६४	२९२१८११२	१७०५४९९२८८	६०५१८३१३
३०९	९५४८१	२९५०३६२८	१७०५७८७३९८	६०५७०६१४
३१०	९६१००	२९७९१०००	१७०६०७६१६९	६०६२३८८८
३११	९६७२१	३००८०२३१	१७०६३६५९८२१	६०६७६१६८
३१२	९७३४४	३०३७१३२८	१७०६६५५२१७	६०७२८४२३
३१३	९७९६८	३०६६४२८७	१७०६९४८०६०	६०७८०६६१
३१४	९८५९६	३०९५८१४४	१७०७२००४५१	६०८३२८८४
३१५	९९२२५	३१२५५८७५	१७०७४८२३९१	६०८८५०९२
३१६	९९८५६	३१५५४४९६	१७०७७६३८८८	६०९३७३०४
३१७	१००४८८	३१८५५०१७	१७०८०४४८३८	६०९९०४६२
३१८	१०११२४	३२१५७४३२	१७०८३२५५४५	६१०४२६२४
३१९	१०१७६१	३२४६१७५८	१७०८६०५७११	६१०९४७७१
३२०	१०२४००	३२७६८०००	१७०८८८५४३८	६११४६९०४
३२१	१०३०४१	३३०७६१६१	१७०९१६४७२८	६११९९०३१
३२२	१०३६८४	३३३८६२४८	१७०९४४३५८४	६१२५११२४
३२३	१०४३२८	३३६९८२६७	१७०९७२२००८	६१३०३२१२
३२४	१०४९७६	३४०१२२२४	१७१०००००००	६१३५५२८५
३२५	१०५६२५	३४३२८१२५	१७१०२७७५६४	६१४०७३४४

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
२७६	७६१७६	२१०२४५७६	१६६१३२४	६५१०८३०
२७७	७६७२८	२१२५३८३३	१६६४३३१७	६५१८६८४
२७८	७७२८४	२१४८४९५२	१६६७३३३२	६५२६५९८
२७९	७७८४९	२१७१७६३९	१६७०३२८३	६५३४३३५
२८०	७८४००	२१९५२०००	१६७३३२००	६५४२१३२
२८१	७८९६१	२२१८८०४१	१६७६३०५५	६५४९८९२
२८२	७९५२४	२२४२५७६८	१६७९२८५	६५५७६७२
२८३	८००८९	२२६६५१८७	१६८२२६०	६५६५४१५
२८४	८०६५६	२२९०६३०४	१६८५२२९९	६५७३१३९
२८५	८१२२५	२३१४८१२५	१६८८१९४	६५८०८४४
२८६	८१७९६	२३३९३६५६	१६९११५३	६५८८५३२
२८७	८२३६९	२३६३८९०३	१६९४१०७४	६५९६२०२
२८८	८२९४४	२३८८७८७२	१६९७०५६२	६६०३८५४
२८९	८३५२१	२४१३७५६९	१७००००००	६६११४८९
२९०	८४१००	२४३८९०००	१७००२८३८	६६१९१०६
२९१	८४६८१	२४६४२१७१	१७००५८७२	६६२६७०५
२९२	८५२६४	२४८९७०८८	१७००८८००	६६३४२८७
२९३	८५८४९	२५१५३७५७	१७०११७२४२	६६४१८५२
२९४	८६४३६	२५४१२१८४	१७०१४६४२८	६६४९३९९
२९५	८७०२५	२५६७२३७५	१७०१७५५६६	६६५६९३०
२९६	८७६१६	२५९३४३३६	१७०२०४६५०	६६६४४४४
२९७	८८२०९	२६१९८०७३	१७०२३३६८८	६६७१९४०
२९८	८८८०४	२६४६३५९२	१७०२६२७७०	६६७९४२०
२९९	८९४०१	२६७३०८९९	१७०२९१६१६	६६८६८८२
३००	९००००	२७००००००	१७०३२०५०	६६९४३२९

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
३५१	१२३२०१	४३२४३५५१	१०७३४९९४०	७०५४००३
३५२	१२३९०४	४३६१४२०८	१०७६१६६३०	७०६०६९६
३५३	१२४६०९	४३९८६९७७	१०७९३३३६२	७०६७३७६
३५४	१२५३१६	४४३६०८६४	१०८२५००७७	७०७४०४३
३५५	१२६०२५	४४७३९८७५	१०८५६६७३७	७०८०६९८
३५६	१२६७३६	४५११९०१६	१०८८८३४२३	७०८७३४१
३५७	१२७४४९	४५५००२९३	१०९२००१३६	७०९४०१०
३५८	१२८१६४	४५८८२७१२	१०९५१६८४९	७१००६८८
३५९	१२८८८१	४६२६६०८९	१०९८३३५२३	७१०७३९३
३६०	१२९६००	४६६५२०००	११०१५०२६६०	७११४०८६
३६१	१३०३२१	४७०३९०८१	११०४६७०००	७१२०३६६
३६२	१३१०४४	४७४२९९८४	११०७८३७२६	७१२६६३६
३६३	१३१७६९	४७८२२१४७	१११०९९५५९	७१३३३९२
३६४	१३२४९६	४८२१६५४४	१११४१६३४०	७१४००३७
३६५	१३३२२५	४८६१३१२५	१११७३३१३२	७१४६५६९
३६६	१३३९५६	४९०१३६९६	११२०५०००५	७१५३०९०
३६७	१३४६८९	४९४१६०८३	११२३६६८७९	७१५९६९९
३६८	१३५४२४	४९८१९६०३२	११२६८३७२९	७१६६०९९
३६९	१३६१६१	५०२२४३४०९	११३०००६७२७	७१७२५८०
३७०	१३६९००	५०६३५३०००	११३३१७६४९	७१७९०५४
३७१	१३७६४१	५१०४६८९११	११३६३४५६०३	७१८५५१६
३७२	१३८३८४	५१४६०८४८	११३९५१४३०९५	७१९२०६६
३७३	१३९१२९	५१८७६९९७	११४२६८३०७९	७१९८६०५
३७४	१३९८७६	५२२९४३६९४	११४५८५२७९६	७२०५१३२
३७५	१४०६२५	५२७१३४३७५	११४९०२२९७७	७२११६४३

वर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूक	घनमूक
३२६	१०६२७६	३४६४५८७६	१८०५५४७०१	६८८२३८८
३२७	१०६६६२८	३४६६५७८३	१८०८३१४१३	६८८६४१८
३२८	१०७०५०४	३४६८५५५२	१८०९९०७७०३	६८९०४३५
३२९	१०८२४१	३४६९९२८८	१८०९३८३५७१	६८९०४३५
३३०	१०८९००	३४७१३०००	१८०९६५६०२१	६८९०४३५
३३१	१०९५६१	३४७२६५६९	१८०९८३४०५४	६८९०४३५
३३२	११०२२४	३४७४०१३८	१८०२२०८६७२	६८९०४३५
३३३	११०८८८	३४७५३६०३५	१८०२४८२८७६	६८९०४३५
३३४	१११५५६	३४७६७०२०४	१८०२७५६६६८	६८९०४३५
३३५	११२२२५	३४७८०४३७५	१८०३०३००५२	६८९०४३५
३३६	११२८९६	३४७९३८५६	१८०३३०३०२८	६८९०४३५
३३७	११३५६८	३४८०७२७५	१८०३५७६५९८	६८९०४३५
३३८	११४२४४	३४८२०६८४	१८०३८५०१६३	६८९०४३५
३३९	११४९२१	३४८३४१०३	१८०४१२३४६	६८९०४३५
३४०	११५६००	३४८४७५२२	१८०४३९६७९	६८९०४३५
३४१	११६२८१	३४८६०९४१	१८०४६७००३	६८९०४३५
३४२	११६९६४	४०००१५८८	१८०४९४३३६	६८९०४३५
३४३	११७६४९	४००१५००७	१८०५२१६६९	६८९०४३५
३४४	११८३३६	४००२९०८४	१८०५४९००३	६८९०४३५
३४५	११९०२५	४००४३१७५	१८०५७६३३६	६८९०४३५
३४६	११९७१६	४००५७२६६	१८०६०३६६९	६८९०४३५
३४७	१२०४०८	४००७१३५७	१८०६३१००३	६८९०४३५
३४८	१२११०४	४००८५४४८	१८०६५८३३६	६८९०४३५
३४९	१२१८०१	४००९९५३९	१८०६८५६६९	६८९०४३५
३५०	१२२५००	४०११३६३०	१८०७१३००३	६८९०४३५

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
४०१	१६०८०१	६४४८१२०१	२००२४९८४४	७३७४१९८
४०२	१६१६०४	६४९६४८०८	२००४९९३७७	७३८०३२२
४०३	१६२४०९	६५४५०८२७	२००७४८९९९	७३८६४३७
४०४	१६३२१६	६५९३९२६४	२००९९७५१२	७३९२५४२
४०५	१६४०२५	६६४३०१२५	२०१२४६११८	७३९८६३६
४०६	१६४८३६	६६९२३४१६	२०१४९४४१७	७४०४७२०
४०७	१६५६४९	६७४१९१४३	२०१७४२४१०	७४१०७९५
४०८	१६६४६४	६७९११३१२	२०१९९००९९	७४१६८५९
४०९	१६७२८१	६८४१७९२९	२०२२३७४८४	७४२२९१४
४१०	१६८१००	६८९२१०००	२०२४८४५६७	७४२९०५९
४११	१६८९२१	६९४२६५११	२०२७३१३४९	७४३५१९३
४१२	१६९७४४	६९९३४५२८	२०२९७७८३१	७४४१०१९
४१३	१७०५६९	७०४४४९९७	२०३२२४०१४	७४४७०३४
४१४	१७१३९६	७०९५७९४४	२०३४६९८९९	७४५३०४०
४१५	१७२२२५	७१४७३३७५	२०३७१५४८८	७४५९०३६
४१६	१७३०५६	७१९९१२९६	२०३९६०७८१	७४६५०२२
४१७	१७३८८९	७२५११७१७	२०४२०५७७९	७४७१०९९
४१८	१७४७२४	७३०३४६३२	२०४४५०४८३	७४७७१६६
४१९	१७५५६१	७३५६००५९	२०४६९४८९५	७४८३२२४
४२०	१७६४००	७४०८८०००	२०४९३९०१५	७४८९३७२
४२१	१७७२४१	७४६१८४६१	२०५१८२८४५	७४९५४८१
४२२	१७८०८४	७५१५१४४८	२०५४२६३८६	७५०१६४१
४२३	१७८९२९	७५६८६९६७	२०५६६९९३८	७५०७८०१
४२४	१७९७७६	७६२२५०२४	२०५९१२६०३	७५१३९७१
४२५	१८०६२५	७६७६५६२५	२०६१५५२८१	७५२०१७३

वर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूक	घनमूक
३७६	१४१३७६	५३१५७३७६	१९०३९०७९९४	७३१७६५२
३७७	१४२१२९	५३५९२६३३	१९०४१६४८७८	७३२४०४५
३७८	१४२८८४	५४०१०१५२	१९०४४२२२०.१	७३३०४२७
३७९	१४३६४१	५४४३९९३९	१९०४६७९.२२३	७३३६७९७
३८०	१४४४००	५४८७००००	१९०४९३५८८७	७३४३१५६
३८१	१४५१६१	५५३०६३४१	१९०५१९२२१३	७३४९५०४
३८२	१४५९२४	५५७४२९६८	१९०५४४८२०३	७३५५८४१
३८३	१४६६८९	५६१८१८८७	१९०५७०३८५८	७३६२१६७
३८४	१४७४५६	५६६२३१०४	१९०५९५९१७९	७३६८४८२
३८५	१४८२२५	५७०६६६२५	१९०६२१४१६९	७३७४७८६
३८६	१४८९९६	५७५१२४५६	१९०६४६८८२७	७३८१०७९
३८७	१४९७६९	५७९६०६०३	१९०६७२३१५६	७३८७३६१
३८८	१५०५४४	५८४११०७२	१९०६९७७१५६	७३९३६३३
३८९	१५१३२१	५८८६३८६९	१९०७२३०८२९	७४०००८४
३९०	१५२१००	५९३१९०००	१९०७४८४१७७	७४०६१४३
३९१	१५२८८१	५९७७६४३१	१९०७७३७१९९	७४१२३८३
३९२	१५३६६४	६०२३६२८८	१९०७९९०८९९	७४१८६११
३९३	१५४४४९	६०६९८४५७	१९०८२४३२१६	७४२४८२९
३९४	१५५२३६	६११६२९८४	१९०८४९६३३२	७४३१०३७
३९५	१५६०२५	६१६२९८७५	१९०८७५०६२	७४३७२३४
३९६	१५६८१६	६२०९२१३६	१९०८९९७४८७	७४४३४२०
३९७	१५७६०९	६२५५७०७७७	१९०९२४८५८८	७४४९६०७
३९८	१५८४०४	६३०२४७९६	१९०९५०१७७३	७४५५७६२
३९९	१५९२०१	६३४९२११९९	१९०९७५९८४५	७४६१९१८
४००	१६००००	६४००००००	२०००००००००	७४६८०६३

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
४७१	२० ३४०१	८१७३३८५१	२१-२३६५६०६	७-६६८७६६
४७२	२० ४३०४	८२३४५४०८	२१-२६०२९६	७-६७४४३०
४७३	२० ५२०९	८२९५६६७७	२१-२८३७९६७	७-६८००८६
४७४	२० ६१०६	८३५७६६६४	२१-३०७२७५८	७-६८५७३३
४७५	२० ७०२५	८४१९६३७५	२१-३३०७२९०	७-६९१३७२
४७६	२० ७९३६	८४८१८८१६	२१-३५४१५६५	७-६९७००२
४७७	२० ८८४९	८५४४३९९३	२१-३७७५७८३	७-७०२६२५
४७८	२० ९७६४	८६०७१९१२	२१-४००९३४६	७-७०८२३९
४७९	२१ ०६८१	८६७०२५७९	२१-४२४२८५३	७-७१३८४५
४८०	२१ १६००	८७३३६०००	२१-४४७६१०६	७-७१९४४२
४८१	२१ २५२१	८७९७२१८१	२१-४७०९१०६	७-७२५०३२
४८२	२१ ३४४४	८८६१११२८	२१-४९४१८५३	७-७३०६१४
४८३	२१ ४३६९	८९२५२८४७	२१-५१७४३४८	७-७३६११८
४८४	२१ ५२९६	८९८९७३४४	२१-५४०६५९२	७-७४१७५३
४८५	२१ ६२२५	९०५४४६२५	२१-५६३८५८७	७-७४७३११
४८६	२१ ७१५६	९०१९६६९६	२१-५८७०३३१	७-७५२८६१
४८७	२१ ८०८९	९०९८४७५५३	२१-६१०१८८८	७-७५८४०२
४८८	२१ ९०२४	९०२५०३२३२	२१-६३३३०७७	७-७६३९३६
४८९	२१ ९९६१	९०३१६१७०९	२१-६५६४०७८	७-७६९४६२
४९०	२२ ०९००	९०३८२३०००	२१-६७९६८३४	७-७७५०९०
४९१	२२ १८४१	९०४४८७१११	२१-७०२५३४४	७-७८०७२०
४९२	२२ २७८४	९०५१५४०४८	२१-७२७५६१०	७-७८६३६३
४९३	२२ ३७२९	९०५८२३८१७	२१-७४८५६३२	७-७९२००७
४९४	२२ ४६७६	९०६४९६४२४	२१-७७१५४११	७-७९७६७४
४९५	२२ ५६२५	९०७१७१८७५	२१-७९४४९४७	७-८०३४५४

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
४२६	१८१४७६	७७३०८७७६	२०६३२७६७४	७५२४३६५
४२७	१८२३२९	७७८५४४८३	२०६६३९७८३	७५३०२४८
४२८	१८३१८४	७८४०२७५२	२०६९८१६०९	७५३६१२१
४२९	१८४०४१	७८९५३५८९	२०७१२७१५२	७५४१९८६
४३०	१८४९२०	७९५०७०००	२०७३६४४१४	७५४७८४२
४३१	१८५७६१	८००६२९९१	२०७६०५३९५	७५५३६८८
४३२	१८६६२४	८०६२१५६८	२०७८४६०९७	७५५९५२६
४३३	१८७४८९	८११८२७३७	२०८०८६५२०	७५६५३५५
४३४	१८८३५६	८१७४६५०४	२०८३२६६६७	७५७११५४
४३५	१८९२२५	८२३१२४७५	२०८५६६५३६	७५७६९८५
४३६	१९००९६	८२८८१८५६	२०८८०६१३०	७५८२७८६
४३७	१९०९६९	८३४५३४५३	२०९०४५४५०	७५८८५७९
४३८	१९१८४४	८४०२७६७२	२०९२८४४९५	७५९४३६३
४३९	१९२७२१	८४६०४५१९	२०९५२३२६८	७६००१३८
४४०	१९३६००	८५१८४०००	२०९७६१७७०	७६०६९०५
४४१	१९४४८१	८५७६६१२१	२१००००००००	७६११६६२
४४२	१९५३६४	८६३५०३८८	२१०२३७९६०	७६१७४१२
४४३	१९६२४९	८६९३८३०७	२१०४७५६५२	७६२३१५२
४४४	१९७१३६	८७५२८३८४	२१०७१३०७५	७६२८८८४
४४५	१९८०२५	८८१२११२५	२१०९५०२३१	७६३४६०७
४४६	१९८९१६	८८७१६५३६	२१११८७१२१	७६४०३२१
४४७	१९९८०९	८९३१४६२३	२११४२३७४५	७६४६०२७
४४८	२००७०४	८९९१५३८२	२११६६५१०५	७६५१७२५
४४९	२०१६०१	९०५१८८४९	२११९०६२०१	७६५७४१४
४५०	२०२५००	९११२५०००	२१२१३२०३४	७६६३०९४

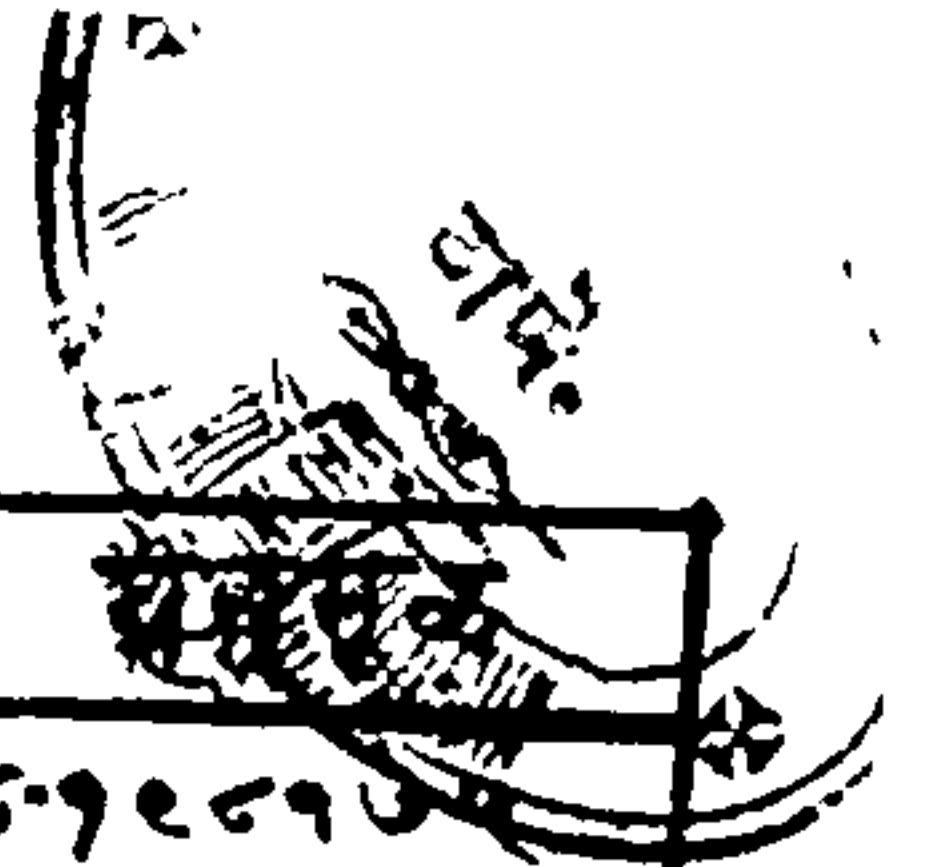
वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
५०१	२५१००१	१२५७५१५०१	२२.५०३०२८३	७.९४२२८३
५०२	२५२००४	१२६५०६००८	२२.४०५३५६५	७.९४७५७४
५०३	२५३००९	१२७३६२५२७	२२.४२७६६१५	७.९५२८४८
५०४	२५४०१६	१२८०२४०६४	२२.४४९९४४३	७.९५८१४१
५०५	२५५०२५	१२८६७८७६२५	२२.४७२२०५१	७.९६३४५४
५०६	२५६०३६	१२९३५५४२१६	२२.४९४४४३८	७.९६८७६७
५०७	२५७०४९	१३००३२३८४३	२२.५१६६६०९	७.९७४०८३
५०८	२५८०६४	१३०७०९५१२	२२.५३८८५५३	७.९७९३९२
५०९	२५९०८१	१३१३८७२२२९	२२.५६१०२८३	७.९८४७४४
५१०	२६०१००	१३२०६५१०००	२२.५८३१७९६	७.९९००५७०
५११	२६११२१	१३२७४३२८३१	२२.६०५३०९१	७.९९५३७८८
५१२	२६२१४४	१३३४२१७७२८	२२.६२७४४१७	८.०००००००
५१३	२६३१६९	१३४१००५६९७	२२.६४९५७३३	८.००५३०५
५१४	२६४१९६	१३४७७९७४४	२२.६७१७०६१	८.०१०६०३
५१५	२६५२२५	१३५४५९०८७५	२२.६९३८३९१	८.०१५९०५
५१६	२६६२५६	१३६१३८४०९६	२२.७१५९७३४	८.०२१२०७
५१७	२६७२८९	१३६८१८४१३	२२.७३८१०७०	८.०२६५०७
५१८	२६८३२४	१३७५०००३२	२२.७६०२३९४	८.०३१८०९
५१९	२६९३६१	१३८१८१८९९	२२.७८२३७९५	८.०३७१०९
५२०	२७०४००	१३८८६४०००	२२.८०४५२०५	८.०४२४१९
५२१	२७१४४१	१३९५४६०७६१	२२.८२६६६१४	८.०४७७३०
५२२	२७२४८४	१४०२२८१६८	२२.८४८८१२३	८.०५३०४१
५२३	२७३५२९	१४०९१०३६७	२२.८७१०६३३	८.०५८३५२
५२४	२७४५७६	१४१५९२४७६	२२.८९३३१४३	८.०६३६६३
५२५	२७५६२५	१४२२७५०७५	२२.९१५५६५३	८.०६८९७४

वर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	पगार	मूल्य
४७६	२२६५७६	१०७८५०१७६	२१०८१७४२४२	७००७८२५
४७७	२२७५२८	१०८५३१३३३	२१०८४०३२८७	७०१३३८८
४७८	२२८४८४	१०९२१५३५२	२१०८६७२१११	७०१८८४६
४७९	२२९४४१	१०९८९०२२३८	२१०८९४०६८६	७०२४२८४
४८०	२३०४००	११०५६२००००	२१०९२०८९०२३	७०२९७३५
४८१	२३१३६१	१११२४४६४१	२१०९४७७१२२	७०३५१६८
४८२	२३२३२४	१११९२८०१६८	२१०९७४४९८४	७०४०५९५
४८३	२३३२८९	११२६११८५८७	२१०९९९७२१०	७०४६०१३
४८४	२३४२५६	११३३०७०८०४	२११०२५०००००	७०५१४२४
४८५	२३५२२५	११३९९८४१२५	२११०५१३१५५	७०५६८२८
४८६	२३६१९६	११४६९९२५६	२११०७७६०७७	७०६२२२४
४८७	२३७१६८	११५४१०१७०३	२१११०३९०६५	७०६७६१३
४८८	२३८१४४	११६१२१४२७२	२१११३०२२२०	७०७३०८४
४८९	२३९१२१	११६८३३०५६८	२१११५६४४४४	७०७८५३८
४९०	२४०१००	११७५४४९०००	२१११८२६६६६	७०८४००५
४९१	२४१०८१	११८२५६७०७७	२११२०८८८८८	७०८९५०५
४९२	२४२०६४	११८९६९४८८८	२११२३५१११०	७०९५००५
४९३	२४३०४९	११९६८२२१५७	२११२६१३३३३	७१००५०५
४९४	२४४०३६	१२०४०५००८४	२११२८७५५५५	७१०६००५
४९५	२४५०२५	१२११२८७८१५	२११३१३७७७७	७१११५०५
४९६	२४६०१६	१२१८५२५६८६	२११३४०००००	७११७००५
४९७	२४७००८	१२२५७६३४७३०	२११३६६२२२२	७१२२५०५
४९८	२४८००४	१२३३००५६८२	२११३९२४४४४	७१२८००५
४९९	२४९००१	१२४०२५१४९८	२११४१८६६६६	७१३३५०५
५००	२५००००	१२४७५०००००	२११४४४८८८८	७१३९००५

वर्ग, घन, आणि मूळ.



संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	
५५१	३० ३६०१	१६७२८४१५१	२३-४७३३८६२	८-१९८१७
५५२	३० ४७०४	१६८१९६६०८	२३-४९४६८०२	८-२०२१३२
५५३	३० ५८०९	१६९११२३७७	२३-५१५९९२०	८-२०८०८२
५५४	३० ६९१६	१७००३१४६४	२३-५३७२०४६	८-२१३०२७
५५५	३० ८०२५	१७०९५३८७५	२३-५५८४३८०	८-२१६९६६
५५६	३० ९१३६	१७१८७९६१६	२३-५७९६५२२	८-२२२८९८
५५७	३१ ०२४९	१७२८०४६९६	२३-६००८४७४	८-२२७८२५
५५८	३१ १३६४	१७३७४१११२	२३-६२२०२३६	८-२३२७४६
५५९	३१ २४८१	१७४६७६८७९	२३-६४३१८०८	८-२३७६६१
५६०	३१ ३६००	१७५६१६०००	२३-६६४३१९१	८-२४२५७१
५६१	३१ ४७२१	१७६५५८४८१	२३-६८५४३८६	८-२४७४७४
५६२	३१ ५८४४	१७७५०४३२४	२३-७०६५३८२	८-२५२३७१
५६३	३१ ६९६९	१७८४५३५४७	२३-७२७६२१०	८-२५७२६३
५६४	३१ ८०९६	१७९४०६१४४	२३-७४८६८४२	८-२६२१४९
५६५	३१ ९२२५	१८०३६२१२५	२३-७६९७२८६	८-२६७०९९
५६६	३२ ०३५६	१८१३२१४९६	२३-७९०८५४५	८-२७२००४
५६७	३२ १४८९	१८२२८४२६३	२३-८११७६१८	८-२७६७७३
५६८	३२ २६२४	१८३२५०४३२	२३-८३२७५०६	८-२८१६३५
५६९	३२ ३७६१	१८४२२०००९	२३-८५३७२०९	८-२८६४९३
५७०	३२ ४९००	१८५१९३०००	२३-८७४६७२८	८-२९१३४४
५७१	३२ ६०४१	१८६१६९४११	२३-८९५६०६३	८-२९६१९०
५७२	३२ ७१८४	१८७१४९२४८	२३-९१६५२१५	८-३०१०३०
५७३	३२ ८३२९	१८८१३२५१७	२३-९३७४१८४	८-३०५८६५
५७४	३२ ९४७६	१८९११९२२४	२३-९५८३२७१	८-३१०६९४
५७५	३३ ०६२५	१९०१०८३७५	२३-९७९२५७६	८-३१५५१७

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
५२६	२७ ६६ ७६	१४ ५५७ ९५७६	२२-८३४६८८८	८०० ७२२ ६२
५२७	२७ ७७ २८	१४ ६७ ६३९८३	२२-८५६४८०६	८०० ७७७ ७४
५२८	२७ ८७ ८४	१४ ७९ ८५८५२	२२-८७८२५०६	८०० ८२४ ८९
५२९	२७ ९८ ४९	१४ ८० ९८८८८	२३-०००००००	८०० ८७५ ७८
५३०	२८ ०८ ००	१४ ८८ ७७०००	२३-०२९७२८८	८०० ९२६ ७२
५३१	२८ १८ ६९	१४ ९७ २९२८९	२३-०४३४३७२	८०० ९७७ ५८
५३२	२८ २० २४	१५ ०५ ६८७६८	२३-०६५९२५२	८०१ ०२८३८
५३३	२८ ३० ८८	१५ १४ ९८४७७	२३-०८६७८२८	८०१ ०७८९३
५३४	२८ ४१ ५६	१५ २२ ७३३०४	२३-१०८४४००	८०१ १२८८०
५३५	२८ ५२ २५	१५ ३१ ३०३०५	२३-१३००६७०	८०१ १८०४१
५३६	२८ ६२ ९६	१५ ३९ ८०६५६	२३-१५१६७७८	८०१ २३०८६
५३७	२८ ७३ ६८	१५ ४८ ५४९५३	२३-१७३२६०५	८०१ २८१४५
५३८	२८ ८४ ४४	१५ ५७ २०८७२	२३-१९४८२७०	८०१ ३३१८७
५३९	२८ ९५ २९	१५ ६५ ९०८९८	२३-२१६३७३५	८०१ ३८२२३
५४०	२९ ०६ ००	१५ ७४ ६४०००	२३-२३७९००९	८०१ ४३२५३
५४१	२९ १६ ८९	१५ ८३ ४०४२९	२३-२५९४०६७	८०१ ४८२७६
५४२	२९ २७ ६४	१५ ९२ २००८८	२३-२८०८८३५	८०१ ५३२९४
५४३	२९ ३८ ४८	१६ ०१ ०३००७	२३-३०२३६०४	८०१ ५८३०५
५४४	२९ ४९ २६	१६ ०९ ८९९८४	२३-३२३८०७६	८०१ ६३३१०
५४५	२९ ६० ०५	१६ १८ ७८६२५	२३-३४५२३५९	८०१ ६८३०८
५४६	२९ ७१ ९६	१६ २७ ७१३३६	२३-३६६६६४२	८०१ ७३३०२
५४७	२९ ८२ ०९	१६ ३६ ६४३२३	२३-३८८०३९९	८०१ ७८२८८
५४८	३० ०३ ०४	१६ ४५ ५६६५२	२३-४०९३९८८	८०१ ८३२६८
५४९	३० १४ ०९	१६ ५४ ४९९४८	२३-४३०७४९०	८०१ ८८२४४
५५०	३० २५ ००	१६ ६३ ४३०००	२३-४५२०७८८	८०१ ९३२९३

वर्ग, घन, आणि मूक.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूक	घनमूक
५७६	३३१७७६	१९११०२२७६	२४-००००००००	८-३२०३३९
५७७	३३२८२८	१९२१००००३३	२४-०२०८२४३	८-३२५१४१
५७८	३३४०८४	१९३१००५५२	२४-०४१६३०६	८-३२८५५४
५७९	३३५२४१	१९४१०४५३८	२४-०६०४१८८	८-३३४७५५
५८०	३३६४००	१९५११२०००	२४-०८३१८९२	८-३३९५५१
५८१	३३७५६१	१९६१२२८४१	२४-१०३८४१६	८-३४४३४१
५८२	३३८७२४	१९७१३७३६८	२४-१२४६७६२	८-३४९१२६
५८३	३३९८८९	१९८१५५२८७	२४-१४५३८२८	८-३५३९०५
५८४	३४१०५६	१९९१७६७०४	२४-१६६०९१९	८-३५८६४८
५८५	३४२२२५	२००२०१६२५	२४-१८६७७३२	८-३६३४४६
५८६	३४३३९६	२०१२३००५६	२४-२०७४३६८	८-३६८२०९
५८७	३४४५६९	२०२२६२००३	२४-२२८०८२९	८-३७२९६७
५८८	३४५७४४	२०३२९७४७२	२४-२४८७९१३	८-३७७७१९
५८९	३४६९२१	२०४३३६४६८	२४-२६९३२२२	८-३८२४६५
५९०	३४८१००	२०५३७६०००	२४-२९०८९५६	८-३८७२०६
५९१	३४९२८१	२०६४२५०३१	२४-३१०४९१६	८-३९१९४१
५९२	३५०४६४	२०७४७४६८८	२४-३३१०५०१	८-३९६६७३
५९३	३५१६४९	२०८५२७८५७	२४-३५१५९१३	८-४०१३९८
५९४	३५२८३६	२०९५८४५८५	२४-३७२१९५२	८-४०६११८
५९५	३५४०२५	२१०६४४८७५	२४-३९२८२१८	८-४१०८३३
५९६	३५५२१६	२११७०८७३६	२४-४१३४११२	८-४१५५४२
५९७	३५६४०९	२१२७७६९७३	२४-४३४०५८३४	८-४२०२४६
५९८	३५७६०४	२१३८४७९९२	२४-४५४६०३८५	८-४२४९४५
५९९	३५८८०१	२१४९२१७९९	२४-४७५४७६५	८-४२९६३८
६००	३६००००	२१६००००००	२४-४९६८९७४	८-४३४३२७

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
६०१	३६ १२०१	२१ ७००८१ ८०१	२४.५१५३०१३	८.४३२०१०
६०२	३६ २४०४	२१ ८१६७ २०८	२४.५३५६८८३	८.४४३६८८
६०३	३६ ३६०९	२१ ९२५६ २१७	२४.५५६०६८३	८.४४८३६०
६०४	३६ ४८१६	२२ ०३४८८६४	२४.५७६४९९५	८.४५००२८
६०५	३६ ६०२५	२२ १४४५९२५	२४.५९६७४७८	८.४५७५९९
६०६	३६ ७२३६	२२ २५४५०९६	२४.६१७०६७३	८.४६२३४८
६०७	३६ ८४४९	२२ ३६४८९४३	२४.६३७३७००	८.४६७०००
६०८	३६ ९६६४	२२ ४७५५७९२	२४.६५७६५६०	८.४७१६४७
६०९	३७ ०८८१	२२ ५८६६५२९	२४.६७७९२५५	८.४७६२८९
६१०	३७ २१००	२२ ६९८१०००	२४.६९८१७८९	८.४८०८२४
६११	३७ ३३२१	२२ ८०९८१३१	२४.७१८४९४२	८.४८५५५८
६१२	३७ ४५४४	२२ ९२२०९२८	२४.७३८६३३८	८.४९०१८५
६१३	३७ ५७६९	२३ ०३४६३८७	२४.७५८८३६८	८.४९४८०६
६१४	३७ ६९९६	२३ १४७५५५५	२४.७७९०२३४	८.४९९४२३
६१५	३७ ८२२५	२३ २६०८७७५	२४.७९९२३३५	८.५०४०३९
६१६	३७ ९४५६	२३ ३७४४८९६	२४.८१९४४७३	८.५०८६४२
६१७	३८ ०६८९	२३ ४८८५११९	२४.८३९६६४७	८.५१३२४३
६१८	३८ १९२४	२३ ६०२६०३२	२४.८५९८७०५	८.५१७८४०
६१९	३८ ३१६९	२३ ७१७६६५९	२४.८८००७६६	८.५२२४३२
६२०	३८ ४४००	२३ ८३२८०००	२४.८९९८८२२	८.५२७०१९
६२१	३८ ५६४१	२३ ९४८३०६९	२४.९१९८७९६	८.५२१६०९
६२२	३८ ६८८४	२४ ०६४९८४८	२४.९३९८२७८	८.५२६१७९
६२३	३८ ८१२९	२४ १८०४३६७	२४.९५९८६७९	८.५२७७५०
६२४	३८ ९३७६	२४ २९७०६५४	२४.९७९८९२०	८.५२८३१७
६२५	३९ ०६२५	२४ ४१४०६२५	२५.०००००००	८.५२८८७९

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
६५१	४२३८०१	२७५८८४४५१	२५-५१४७०१६	८-६६६८३१
६५२	४२५१०४	२७७७१६३८०४	२५-५३४२८०३	८-६७१२६६
६५३	४२६४०९	२७९६४५०७७	२५-५५३८६४७	८-६७५६८७
६५४	४२७७१६	२८१६४२६२६४	२५-५७३४२३७	८-६८०१२४
६५५	४२९०२५	२८३७०१३७५	२५-५९२८६७८	८-६८४५२६
६५६	४३०३३६	२८५८००४१६	२५-६१२४६६९	८-६८८९३३
६५७	४३१६४९	२८७९८३३८३	२५-६३२०११२	८-६९३३७६
६५८	४३२९६४	२८९२६०३१२	२५-६५१६१०७	८-६९८७८४
६५९	४३४२८१	२९०६४९१७९	२५-६७०९९५३	८-७०४१८८
६६०	४३५६००	२९२१४९०००	२५-६९०४६५२	८-७०९६२८७
६६१	४३६९२१	२९३७६०४७१	२५-७०९९२०३	८-७१५०९३
६६२	४३८२४४	२९५४९७५२८	२५-७२९३६०३	८-७१९५४३
६६३	४३९५६९	२९७२६३२४७	२५-७४८८६४४	८-७२४०५९
६६४	४४०९०६	२९९१६४६४४	२५-७६८१९७५	८-७२८५९१
६६५	४४२२३६	३०११३६६२५	२५-७८७५९३९	८-७२८११८
६६६	४४३५५६	३०३१६०८२६६	२५-८०६९८५८	८-७२८६९२
६६७	४४४८८९	३०५२४०८६३	२५-८२६३४३१	८-७२९२६०
६६८	४४६२२४	३०७३६०८३४	२५-८४५६९६०	८-७२९९२५
६६९	४४७५६१	३०९५३९८३९	२५-८६५०३४३	८-७३०६०६
६७०	४४८९००	३११७६९०००	२५-८८४३५६२	८-७३१२८८
६७१	४५०२४१	३१४०५१७११	२५-९०३६६७७	८-७३१९८१
६७२	४५१५८४	३१६३६४४४८	२५-९२२९६९८	८-७३२६८०
६७३	४५२९२९	३१८७३९२१७	२५-९४२२४३५	८-७३३३८१
६७४	४५४२७६	३२११६९०२४	२५-९६१५१००	८-७३४०८२
६७५	४५५६२५	३२३६६४८७५	२५-९८०७६२१	८-७३४७८३

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
६२६	३८१०७६	२४५३११३७६	२५००९२२२०	६०५५४४३७
६२७	३८३१२६	२४६४९०८७३	२५००४२२६०९	६०५५८२२०
६२८	३८४३०४	२४७६७३१५२	२५००५२२८२	६०५६३२८७
६२९	३८५६४१	२४८८५८१८२	२५००७२८३४	६०५६८०८९
६३०	३८६९००	२४९०४७०००	२५००९२८००	६०५७२६१२
६३१	३८८१६१	२४९२३८२५९	२५०११२८१३	६०५७७१५२
६३२	३८९४२४	२४९४३९८६८	२५०१३२८२०	६०५८१६८९
६३३	३९०६८९	२४९६४३९३७	२५०१५२८२९	६०५८६२०५
६३४	३९१९५६	२४९८५०१०४	२५०१७२८३६	६०५९०७२४
६३५	३९३२२५	२५००५७८७५	२५०१९२८०६	६०५९५२३८
६३६	३९४४९६	२५०२६६६४६	२५०२१२८०४०	६०५९९७४७
६३७	३९५७६९	२५०४७६६५७	२५०२३२८०५८	६०६०४२५२
६३८	३९७०४४	२५०६८६६०७२	२५०२५२८०६९	६०६०८७५३
६३९	३९८३२१	२५०८९६५९९	२५०२७२८०४२	६०६१३२४८
६४०	३९९६००	२५११०६५०००	२५०२९२८०२१३	६०६१७७३९
६४१	४००८८१	२५१३१६४०२१	२५०३१२८०७८	६०६२२२२५
६४२	४०२१६४	२५१५२६३०४८	२५०३३२८०९८	६०६२६७०७
६४३	४०३४४९	२५१७३६२०७६	२५०३५२८१४७	६०६३११८३
६४४	४०४७३६	२५१९४६१०८४	२५०३७२८१५९	६०६३५६५५
६४५	४०६०२५	२५२१५६००९२	२५०३९२८१०२	६०६४०१२३
६४६	४०७३१६	२५२३६६००९६	२५०४१२८१३०९	६०६४४६८५
६४७	४०८६०९	२५२५७६०००३	२५०४३२८१२४७	६०६४९०४४
६४८	४०९८०४	२५२७८६००७२	२५०४५२८१५५९	६०६५३४२०
६४९	४११००१	२५२९९६००४४	२५०४७२८१६८४	६०६५७९४६
६५०	४१२२००	२५३२०६००००	२५०४९२८१७७४	६०६६२४८९

वर्ग, घन, आणि मूळ

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
७०१	४११४०१	३४४४७२१०१	२६५१६४०४६	८८८३६६
७०२	४१२००४	३४५६४०००८	२६५४५२०२६	८८८७४०८
७०३	४१२२०६	३४७४२००२७	२६५९४१४७२	८८९१७०६
७०४	४१२६१६	३४८६१३६६४	२६५३२००८८	८८९५९२०
७०५	४१३०२५	३५०४०२६२५	२६५५१८३६९	८९००१३०
७०६	४१३४३६	३५१६०५०१६	२६५७०६६०५	८९०४३३६
७०७	४१३८४८	३५३४०७४४३	२६५८९९९१६	८९०८५४८
७०८	४१४२६४	३५४६०९८९२	२६६०९३२६४	८९१२७३०
७०९	४१४६८१	३५६४०००८२	२६६२८६५३६	८९१६९३१
७१०	४१५१००	३५८२०११००	२६६४८०८२५२	८९२११२१
७११	४१५५२१	३६०००२५४१	२६६६७५१०३३	८९२५३०८
७१२	४१५९४४	३६१८०४१२८	२६६८७०३२०१	८९२९५००
७१३	४१६३६८	३६३६०६००८	२६७०६५६०८८	८९३३६९८
७१४	४१६७९६	३६५४०७९२४	२६७२६०९७७४	८९३७८९३
७१५	४१७२२५	३६७२०९८५५	२६७४५६४८३६	८९४२०९४
७१६	४१७६५६	३६९०११८०६	२६७६५२३९३३	८९४६२९९
७१७	४१८०८८	३७०८१३७१३	२६७८४८३५५७	८९५०५०४
७१८	४१८५२१	३७२६१५६२४	२६८०४४३७८०	८९५४७०३
७१९	४१८९५६	३७४४१७५३५	२६८२४०३९९६	८९५८९०८
७२०	४१९३९०	३७६२१९४४६	२६८४३६४२१३	८९६३१०९
७२१	४१९८२५	३७८०२१३५७	२६८६३२४४२०	८९६७३१०
७२२	४२०२६०	३८००२३२८८	२६८८२८४६२७	८९७१५११
७२३	४२०७०५	३८२०२५२००	२६९०२४४८३४	८९७५७१२
७२४	४२११५०	३८४०२७११२	२६९२२०५०४१	८९८००१३
७२५	४२१६०५	३८६०२९०२४	२६९४१६५२४८	८९८४३१४

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
६७६	४५ ६८७६	३०८८१५७७६	२१०००००००	१७७६३८३
६७७	४५ ८३२८	३१०२८८७३३	२१०१८२२३७	१७८०७०८
६७८	४५ ९८८४	३११६६५७५२	२१०३८४३३१	१७८५०२८
६७९	४६ १०४१	३१३०४६८३८	२१०५७६२८४	१७८९२४६
६८०	४६ २४००	३१४४३००००	२१०७६८०९६	१७९३६५८
६८१	४६ ३७६१	३१५८२१२४१	२१०९६८७६७	१७९८०६८
६८२	४६ ५१२४	३१७२१४५६८	२१११६९२८७	१८०२२७५
६८३	४६ ६४८८	३१८६११९८७	२११३७०८८७	१८०६५७२
६८४	४६ ७८५६	३२००१३५०४	२११५७३८३७	१८१०८६८
६८५	४६ ९२२५	३२१४१८१२५	२११७७६०४७	१८१५१६०
६८६	४७ ०५९६	३२२८२८८५६	२११९७९६०१७	१८१९४४७
६८७	४७ १९६८	३२४२४२७०३	२१२१८०६८४८	१८२३७३१
६८८	४७ ३३४४	३२५६६०६७२	२१२३८२७५११	१८२८००९
६८९	४७ ४७२१	३२७०८२७६८	२१२५८८०९५	१८३२२८५
६९०	४७ ६१००	३२८५०९०००	२१२७९७८५११	१८३६५५६
६९१	४७ ७४८१	३२९९३८३७१	२१२९९८७८९	१८४०८२३
६९२	४७ ८८६४	३३१३७७८८८	२१३२०५८९२२	१८४५०८५
६९३	४८ ०२४८	३३२८१२५५७	२१३४०८९३२	१८४९३४४
६९४	४८ १६३६	३३४२५५३८४	२१३६१८७९७	१८५३६२८
६९५	४८ ३०२५	३३५७०२३७५	२१३८२८७२७	१८५७८४८
६९६	४८ ४४१६	३३७१५३५३६	२१४०३९८१९	१८६२०९५
६९७	४८ ५८०८	३३८६०८८७७	२१४२५०९७६	१८६६३३७
६९८	४८ ७२०४	३४००६८३८८	२१४४६२०८६	१८७०५७६
६९९	४८ ८६०१	३४१५३२०९९	२१४६७३०८९	१८७४८१०
७००	४९ ००००	३४३००००००	२१४८८४११३	१८७९०४०

વર્ગ, ઘન, આણિમૂલક .

સંખ્યા	વર્ગ	ઘન	વર્ગમૂલક	ઘનમૂલક
૭૫૧	૫૬૪૦૦૧	૪૨૩૫૬૪૦૫૧	૨૩૪	૯૦૦૮૬૩૯
૭૫૨	૫૬૫૫૦૪	૪૨૫૨૫૯૦૦૮	૨૩૬	૯૦૧૩૬૭૨
૭૫૩	૫૬૭૦૦૯	૪૨૬૯૫૭૭૭૭	૨૩૮	૯૦૧૮૭૦૯
૭૫૪	૫૬૮૫૧૬	૪૨૮૬૬૧૦૬૪	૨૪૦	૯૦૨૩૭૪૬
૭૫૫	૫૭૦૦૨૫	૪૩૦૩૬૮૮૭૫	૨૪૨	૯૦૨૮૭૯૨
૭૫૬	૫૭૧૫૩૬	૪૩૨૦૮૧૨૧૬	૨૪૪	૯૦૩૩૮૨૮
૭૫૭	૫૭૩૦૪૯	૪૩૩૭૯૯૦૯૩	૨૪૬	૯૦૩૮૮૬૪
૭૫૮	૫૭૪૫૬૪	૪૩૫૫૧૯૫૧૨	૨૪૮	૯૦૪૩૯૦૦
૭૫૯	૫૭૬૦૮૧	૪૩૭૨૪૨૪૦૯	૨૫૦	૯૦૪૮૯૩૬
૭૬૦	૫૭૭૬૦૦	૪૩૮૯૭૬૦૦૦	૨૫૨	૯૦૫૩૯૭૨
૭૬૧	૫૭૯૧૨૧	૪૪૦૭૧૧૦૮૧	૨૫૪	૯૦૫૯૦૦૮
૭૬૨	૫૮૦૬૪૪	૪૪૨૪૫૦૭૨૪	૨૫૬	૯૦૬૪૦૪૪
૭૬૩	૫૮૨૧૬૯	૪૪૪૧૯૦૮૪૭	૨૫૮	૯૦૬૯૦૮૦
૭૬૪	૫૮૩૬૯૬	૪૪૫૯૩૧૪૪૪	૨૬૦	૯૦૭૪૧૧૬
૭૬૫	૫૮૫૨૨૫	૪૪૭૬૭૨૦૨૫	૨૬૨	૯૦૭૯૧૫૨
૭૬૬	૫૮૬૭૫૬	૪૪૯૪૧૨૬૦૬	૨૬૪	૯૦૮૪૧૮૮
૭૬૭	૫૮૮૨૮૯	૪૫૧૧૫૩૨૧૩	૨૬૬	૯૦૮૯૨૨૪
૭૬૮	૫૮૯૮૨૪	૪૫૨૯૦૪૮૩૨	૨૬૮	૯૦૯૪૨૬૦
૭૬૯	૫૯૧૩૬૧	૪૫૪૬૫૬૪૦૯	૨૭૦	૯૦૯૯૨૯૬
૭૭૦	૫૯૨૯૦૦	૪૫૬૪૦૮૦૦૦	૨૭૨	૯૧૦૪૩૩૨
૭૭૧	૫૯૪૪૪૧	૪૫૮૧૫૯૬૦૧	૨૭૪	૯૧૦૯૩૬૮
૭૭૨	૫૯૫૯૮૪	૪૬૦૦૧૧૨૦૪	૨૭૬	૯૧૧૪૪૦૪
૭૭૩	૫૯૭૫૨૯	૪૬૧૭૬૨૮૧૭	૨૭૮	૯૧૧૯૪૪૦
૭૭૪	૫૯૯૦૭૬	૪૬૩૫૧૪૪૨૪	૨૮૦	૯૧૨૪૪૭૬
૭૭૫	૬૦૦૬૨૫	૪૬૫૨૬૬૦૩૫	૨૮૨	૯૧૨૯૫૧૨

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
७२६	५२ ७० ७६	३८२६५७१७६	२६९४४३८७२	८९८७६३७
७२७	५२ ८५ २८	३८४२२०६८३	२६९६२८३७५	८९९१७६२
७२८	५२ ९९ ८४	३८५८२८३५२	२६९८१४७५१	९००६८८७
७२९	५३ १४ ४१	३८७४२०४८८	२७०००००००	९००००००
७३०	५३ २९ ००	३८९०१७०००	२७०१८५१२२	९००४११७
७३१	५३ ४३ ६१	३९०६१७८८१	२७०३७०११७	९००८२२३
७३२	५३ ५८ २४	३९२२२३१६८	२७०५५४८८५	९०१२३२८
७३३	५३ ७२ ८८	३९३८३२८३७	२७०७३९७२७	९०१६४३१
७३४	५३ ८७ ५६	३९५४४६९०४	२७०९२४३४४	९०२०५२८
७३५	५४ ०२ २५	३९७०६१३७५	२७११०८८३४	९०२४६३४
७३६	५४ १६ ८६	३९८६८८२५६	२७१२९३९९८	९०२८७४१
७३७	५४ ३१ ६८	४००३१५५५३	२७१४७९१४९	९०३२८०२
७३८	५४ ४६ ४४	४०१९४८४४४	२७१६६४३५५	९०३६८८६
७३९	५४ ६१ २१	४०३५८३४४९	२७१८४९५१४	९०४०९६५
७४०	५४ ७६ ००	४०५२२४०००	२७२०२९७१०	९०४५०४१
७४१	५४ ९० ८१	४०६८६९०२१	२७२२१३९९२	९०४९११४
७४२	५५ ०५ ६४	४०८५१८४८८	२७२३९८६७६	९०५३१८३
७४३	५५ २० ४९	४१०१७२४०७	२७२५८०२६७	९०५७२४८
७४४	५५ ३५ ३६	४११८३०७८४	२७२७६३८६४	९०६१३१०
७४५	५५ ५० २५	४१३४८९३५५	२७२९४७८८१	९०६५३६७
७४६	५५ ६५ १६	४१५१४८८३६	२७३१३०००६	९०६९४२२
७४७	५५ ८० ०८	४१६८०८३७३	२७३३१३००७	९०७३४७३
७४८	५५ ९५ ०४	४१८४६८१९२	२७३४९६०८७	९०७७५२०
७४९	५६ १० ०१	४२०१२८७४८	२७३६७९०६४	९०८१५६७
७५०	५६ २५ ००	४२१७८७५००	२७३८६१५७९	९०८५६०७

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
८०१	६४५६०१	५१७८२२४०१	२८०३०१८४३४	८०१
८०२	६४३२०४	५१५८४८६०८	२८०३१८६०४५	८०२
८०३	६४४८०८	५१७७८१६२७	२८०३३७२५४६	८०३
८०४	६४६४१६	५१९७१८४६४	२८०३५४८८३८	८०४
८०५	६४८०२५	५२१६६०१२५	२८०३७२५२१८	८०५
८०६	६४९६३६	५२३६०६६१६	२८०३९०१३८१	८०६
८०७	६५१२४८	५२५५५७८४३	२८०४०७७४५४	८०७
८०८	६५२८६४	५२७५१४११२	२८०४२५३४०८	८०८
८०९	६५४४८१	५२९४७०५१२	२८०४४३०२५३	८०९
८१०	६५६१००	५३१४३१०००	२८०४६०४८८८	८१०
८११	६५७७२१	५३३४११७३१	२८०४७८०६१७	८११
८१२	६५९३४४	५३५४००३२८	२८०४९५६१३७	८१२
८१३	६६०९६८	५३७३९६७८७	२८०५१३१५४८	८१३
८१४	६६२५९६	५३९४००१४४	२८०५३०६८५२	८१४
८१५	६६४२२५	५४१४०४३७५	२८०५४८२०४८	८१५
८१६	६६५८५६	५४३४०८६०६	२८०५६५७५१७	८१६
८१७	६६७४८८	५४५४१२८३७	२८०५८३२९१८	८१७
८१८	६६९१२४	५४७४१७१६८	२८०६००८८८३	८१८
८१९	६७०७५९	५४९४२१५६८	२८०६१८४९६०	८१९
८२०	६७२४००	५५१४२६०००	२८०६३६१०४१	८२०
८२१	६७४०४१	५५३४३०६६१	२८०६५३७०८६	८२१
८२२	६७५६८४	५५५४३५३२४	२८०६७१३१५४	८२२
८२३	६७७३२८	५५७४४००८७	२८०६८८९२२५	८२३
८२४	६७८९७६	५५९४४४८४४	२८०७०६५३०२	८२४
८२५	६८०६२५	५६१४४९६१५	२८०७२४१३७३	८२५

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
७७६	६०२१ ७६	२६७२८८५७६	२७०८५६७७६६	१०१८८४०२
७७७	६०३१७२८	२६८०८७४३३	२७०८७४७१८७	१०१८३३४७
७७८	६०४२८४	२६८९०८५२	२७०८९२६५१४	१०१८७२८८
७७९	६०५४०१	२६९७२९७३	२७०९१०५७१५	१०२०१२२९
७८०	६०६५२०	२७०५५२०००	२७०९२८४८०१	१०२०५१६४
७८१	६०७६४१	२७१३७८५४१	२७०९४६३७७२	१०२०९०८८
७८२	६०८७६४	२७२२०५०८८	२७०९६४२६४३	१०२१३०२६
७८३	६०९८८९	२७३०३१७४७	२७०९८२१५१४	१०२१६९६०
७८४	६११०१६	२७३८५८४०४	२७१०००००००	१०२२०८७३
७८५	६१२१४५	२७४६८९०३५	२७१०१७८८९५	१०२२४७८१
७८६	६१३२७६	२७५५२०६४६	२७१०३५७८१५	१०२२८७०८
७८७	६१४४०९	२७६३५१२५९	२७१०५३७७२०	१०२३२६१६
७८८	६१५५४४	२७७१८१८५४	२७१०७१७६३५	१०२३६५२५
७८९	६१६६८१	२७८०१२४५९	२७१०८९७५४०	१०२४०४३३
७९०	६१७८२०	२७८८४३०६०	२७११०७७४३५	१०२४४३४१
७९१	६१८९६१	२७९६७३६६१	२७११२५७३२५	१०२४८२५०
७९२	६१९१०४	२८०५०४३२४	२७११४३७२१६	१०२५२१६०
७९३	६२०२४९	२८१३३५००५	२७११६१७१०७	१०२५६०७२
७९४	६२१४०६	२८२१६५६८६	२७११७९७००१८	१०२६००००
७९५	६२२५६५	२८३००००००	२७११९७६९९२९	१०२६३९३३
७९६	६२३७२६	२८३८३५०००	२७१२१५६९९०	१०२६७८६६
७९७	६२४८८९	२८४६७००००	२७१२३३६९९०१	१०२७१८००
७९८	६२६०५६	२८५५०५०००	२७१२५१६९९०२	१०२७५७३३
७९९	६२७२२५	२८६३४००००	२७१२६९६९९०३	१०२८००६६
८००	६२८४००	२८७१७५०००	२७१२८७६९९०४	१०२८४४००

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
८२६	६८२२७६	५६३५५८८७६	२८७४०२१५७	८३८०६७५
८२७	६८३८२८	५६५६०८२८३	२८७५७६०७७	८३८६४६०
८२८	६८५५८४	५६७६६३५५२	२८७७४८८८९	८३९२४२
८२९	६८७२४९	५६९७२२७८८	२८७९२३६०७	८४००२०
८३०	६८८९००	५७१७८७०००	२८८०९८२०६	८४०७७९६
८३१	६९०५६१	५७३८५६९८९	२८८२७०७०६	८४१५६८
८३२	६९२२२४	५७५९३०३६८	२८८४४४१०२	८४२३३८
८३३	६९३८८८	५७८००८५३७	२८८६१७३८४	८४३१०५
८३४	६९५५५६	५८००८३७०४	२८८७९०५८२	८४३८६८
८३५	६९७२२५	५८२१८२८७५	२८८९६३६६६	८४४६३०
८३६	६९८८९६	५८४२७७०५६	२८९१३६६४६	८४५३९७
८३७	७००५६८	५८६३७६२५३	२८९३०९५२३	८४६१४२
८३८	७०२२४४	५८८४८०४७२	२८९४८२२८७	८४६९०८
८३९	७०३९२१	५९०५८९७१८	२८९६५४९६७	८४७६७४
८४०	७०५६००	५९२७०४०००	२८९८२७६३५	८४८४४०
८४१	७०७२८१	५९४८२३३२९	२९०००००००	८४९२०६
८४२	७०८९६४	५९६९४७६८८	२९०१७२३६३	८४९९७२
८४३	७१०६४८	५९९०७७९०७	२९०३४४६२३	८५०७३९
८४४	७१२३३६	६०१२११५८४	२९०५१६७८९	८५१५०६
८४५	७१४०२५	६०३३५११२५	२९०६८८८७७	८५२२७३
८४६	७१५७१६	६०५४९५७३६	२९०८६०७८९	८५३०४०
८४७	७१७४०८	६०७६४५४२३	२९१०३२६४४	८५३८०७
८४८	७१९१०४	६०९८००१८२	२९१२०४३८६	८५४५७४
८४९	७२०८०९	६११९६००४८	२९१३७६०४६	८५५३४०
८५०	७२२५००	६१४१२५०००	२९१५४७५८५	८५६१०६

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
८५१	७२४२०१	६१ ६२ ६५० ५१	२६-१७१२० ४३	६-४ ७६३६५
८५२	७२५२०४	६१ ८४ ७०२० ८	२६-१८२०३२०	६-४ ८०१०६
८५३	७२७६०९	६२ ० ६५० ४७७	२६-२०६१६३७	६-४ ८३८१३
८५४	७२९३१६	६२ २८३५८६४	२६-२२३२७८४	६-४ ८७५१८
८५५	७३१०२५	६२ ५०२६३७५	२६-२४०३८३०	६-४ ९१२२०
८५६	७३२७३६	६२ ७२२२०१६	२६-२५७४७७७	६-४ ९४९१९
८५७	७३४४४९	६२ ९४२२६९३	२६-२७४५६२३	६-४ ९८६१५
८५८	७३६१६४	६३ १६२८७१२	२६-२९१६३७०	६-५ ० २३ ० ८
८५९	७३७८८१	६३ ३८३९७७९	२६-३०८७०१८	६-५ ० ५६ ९ ८
८६०	७३९६००	६३ ६०५६०००	२६-३२५७५६६	६-५ ० ९६ ८ ५
८६१	७४१३२१	६३ ८२७७३८१	२६-३४२८०१५	६-५ १३ ३७ ०
८६२	७४३०४४	६४ ० ५०३९२८	२६-३५९८३६५	६-५ १७ ० ५१
८६३	७४४७६९	६४ २७३५६४७	२६-३७६८६१६	६-५ २० ७३ ०
८६४	७४६४९६	६४ ४९७२५४४	२६-३९३८९६९	६-५ २४ ४० ६
८६५	७४८२२५	६४ ७२१४६२५	२६-४१०९२२३	६-५ २८ ० ७९
८६६	७४९९५६	६४ ९४६१८९६	२६-४२७९७७९	६-५ ३१ ७ ४९
८६७	७५१६८९	६५ १७१४३६३	२६-४४५०६३७	६-५ ३५ ४१ ७
८६८	७५३४२४	६५ ३९७२०३२	२६-४६२१८३९	६-५ ३९ ० ८२
८६९	७५५१६१	६५ ६२३४९०९	२६-४७९३०५६	६-५ ४२ ७ ४४
८७०	७५६९००	६५ ८५०३०००	२६-४९६४२६४	६-५ ४६ ४ ० ३
८७१	७५८६४१	६५ ०७७६३११	२६-५१३५०९१	६-५ ५० ० ५९
८७२	७६०३८४	६५ ३०५४८४८	२६-५२९६४६४	६-५ ५३ ७ १२
८७३	७६२१२९	६५ ५३३८६१७	२६-५४६७४७७	६-५ ५७ ३ ६३
८७४	७६३८७६	६५ ७६२७६२४	२६-५६३८२९०	६-५ ६१ ० ११
८७५	७६५६२५	६६ ९९२१८७५	२६-५८०९२९९	६-५ ६४ ६ ५६

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
८७६	७६७३७६	६७२२२१३७६	२७५८७२८७२	८५६७३८०
८७७	७६२१२८	६७४५२६१३३	२७६१४१८५८	८५७१२३८
८७८	७७०८८४	६७६८३६१५२	२७६३१०६४८	८५७५५७४
८७९	७७२६४१	६७९१५१४३९	२७६४७९३२५	८५७९२०८
८८०	७७४४००	६८१४६२०००	२७६६४७९३९	८५८२८४०
८८१	७७६१६१	६८३७९७८४१	२७६८१६४४२	८५८६५०५
८८२	७७७९२४	६८६१२८८६८	२७६९८५१८४८	८५९००९४
८८३	७७९६८९	६८८४६५३८७	२७७१५३९५८	८५९३७१६
८८४	७८१४५६	६९०८०७१०५६	२७७३२२७३५	८५९७३३७
८८५	७८३२२५	६९३१५४१२५	२७७४९१५१६	८६००९५५
८८६	७८४९९६	६९५५०६४५६	२७७६६०३९१	८६०४५७०
८८७	७८६७६९	६९७८६४१०३	२७७८२९४५२	८६०८१८२
८८८	७८८५४४	७००२२७०७२	२७७९९८२८९	८६११७९१
८८९	७९०३२१	७०२५९५३६	२७८१६७०३०	८६१५३९८
८९०	७९२१००	७०४९६९०००	२७८३३६७७८	८६१९००५
८९१	७९३८८१	७०७३४७९७१	२७८५०६५२१	८६२२६०३
८९२	७९५६६४	७०९७३२२८८	२७८६७५३६८०	८६२६२०९
८९३	७९७४४९	७१२१२१९५७	२७८८४४१०५६	८६२९८१७
८९४	७९९२३६	७१४५१६९८४	२७९०१२८३२८	८६३३४२८०
८९५	८०१०२५	७१६९१७३७५	२७९१८१६५०६	८६३७०३९
८९६	८०२८१६	७१९३२३१३६	२७९३५०४८९	८६४०६५८
८९७	८०४६०९	७२१७३४२७३	२७९५१९३५८३	८६४४२७५
८९८	८०६४०४	७२४१५०७९२	२७९६८८२४८१	८६४७८८७
८९९	८०८२०१	७२६५७२६९९	२७९८५७१३८७	८६५१५०६
९००	८१००००	७२९०००००	२८००२६०५००	८६५५१२५

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
१०१	८११८०१	७३१४३२७०१	३००१६६६२०	१०६५८४६८
१०२	८१३६०४	७३३८७०८०८	३००३३३३१४८	१०६६२०४०
१०३	८१५४०९	७३६३१४३२७	३००४८८५८४	१०६६५६०९
१०४	८१७२१६	७३८७६३२६४	३००६६५८२८	१०६६८९७६
१०५	८१९०२५	७४१२१७६२५	३००८३२९७९	१०६७२७४०
१०६	८२०८३६	७४३६७७४९६	३००९९८८३३८	१०६७६३०२
१०७	८२२६४९	७४६१४२६४३	३०११६४४४०७	१०६७९८६०
१०८	८२४४६४	७४८६१३३१२	३०१३३०३८३	१०६८३४९६
१०९	८२६२८१	७५१०८८४२९	३०१४९६४४९८	१०६८६८७०
११०	८२८१००	७५३५७१०००	३०१६६२०६३	१०६९०५२१
१११	८२९९२१	७५६०५८०३१	३०१८२७७६५	१०६९४०६९
११२	८३१७४४	७५८५५०५२८	३०१९९३३७७	१०६९७६१५
११३	८३३५६९	७६१०४८४९७	३०२१५८८९९	१०७०११५८
११४	८३५३९६	७६३५५१९४४	३०२३२४४३९	१०७०४६९९
११५	८३७२२५	७६६०६०८७५	३०२४९००६९	१०७०८२३७
११६	८३९०५६	७६८५७५२९६	३०२६५५४९९	१०७११७७२
११७	८४०८८९	७७१०८५२१३	३०२८२००७९	१०७१५३०५
११८	८४२७२४	७७३६२०६३२	३०२९८५१४८	१०७१८८३५
११९	८४४५६१	७७६१५१५५९	३०३१५०१२८	१०७२२३६३
१२०	८४६४००	७७८६८८०००	३०३३१५०१८	१०७२५८८८
१२१	८४८२४१	७८१२२९९६१	३०३४८०८१८	१०७२९४११
१२२	८५००८४	७८३७७७४४८	३०३६४५५२९	१०७३२९३१
१२३	८५१९२९	७८६३३०५६७	३०३८०९९५१	१०७३६४४८
१२४	८५३७७६	७८८८८८०२४	३०३९७५०६३	१०७३९९६३
१२५	८५५६२५	७९१४५३१२५	३०४१४०१२७	१०७४३४७६

वर्ग, घन, आणि मूळ

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
८५१	८०४४०१	८६००८५३५१	३००८३८२८७८	८०४३३८२४
८५२	८०६३०४	८६२८०१४०८	३००८५४४८७२	८०६३७३६८
८५३	८०८२०८	८६५५२३१७७	३००८७०६८८१	८०८४०८१३
८५४	८१०११६	८६८२५०६६४	३००८८६८८०४	८०८४४२५४
८५५	८१२०२५	८७०९८३८७५	३००९०३०७४३	८०८४७६८२
८५६	८१३९३६	८७३७२२८१६	३००९१९२४८७	८०८५११२८
८५७	८१५८४८	८७६४६७४८३	३००९३५४१६६	८०८५४५६२
८५८	८१७७६४	८७९२१७८१२	३००९५१५७५१	८०८५७९८३
८५९	८१९६८१	८८१९७४०७८	३००९६७७२५१	८०८६१४२२
८६०	८२१६००	८८४७३६०००	३००९८३८६६८	८०८६४८४८
८६१	८२३५२१	८८७५०३६८१	३१००००००००	८०८६८२०२
८६२	८२५४४४	८९०२७७१९८	३१००१६१२४८	८०८७१६८४
८६३	८२७३६८	८९३०५६३४७	३१००३२२४१३	८०८७५११३
८६४	८२९२९६	८९५८४१३४४	३१००४८३४८४	८०८७८५३०
८६५	८३१२२५	८९८६३२१२५	३१००६४४४८१	८०८८१९४५
८६६	८३३१५६	९०१४२८६८६	३१००८०५४०५	८०८८५३५७
८६७	८३५०८८	९०४२३१०६३	३१००९६६२३६	८०८८८७६७
८६८	८३७०२४	९०७०३८२३२	३१०११२६८८४	८०८९२१७५
८६९	८३८९६१	९०९८५३२०८	३१०१२८७६४४	८०८९५५८०
८७०	८४०९००	९१२६७३०००	३१०१४४८२३०	८०८९८९८३
८७१	८४२८४१	९१५४९८६११	३१०१६०८७२८	८०९०२३८३
८७२	८४४७८४	९१८३३००४८	३१०१७६९१४५	८०९०५७८२
८७३	८४६७२८	९२११६७३१७	३१०१९२९४७९	८०९०९१७८
८७४	८४८६७६	९२४०१०४२४	३१०२०८९७३१	८०९१२५७१
८७५	८५०६२५	९२६८५९८७५	३१०२२४९९००	८०९१५९६४

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
८२६	८५७४१६	७८४०२३७७६	२०१३०२४८१	९७४६८८६
८२७	८५८३२८	७८६५८७८८३	२०१४४६६७४७	९७५०४८३
८२८	८६११८४	७८८१७८७५२	२०१६३०८२४	९७५३८८८
८२९	८६३०४१	८०१७६५०८८	२०१७८५०१३	९७५७५००
८३०	८६४९००	८०४३५७०००	२०१९२५८०१४	९७६१०००
८३१	८६६७५९	८०६८५४४८९	२०२०६६८२८६	९७६४४८७
८३२	८६८६२४	८०९४५७५६८	२०२२०८६७५०	९७६७९८२
८३३	८७०४८८	८१२०६६२३७	२०२३५०४८७	९७७१४८४
८३४	८७२३५६	८१४६८०५०४	२०२४९२१३६	९७७५०७४
८३५	८७४२२५	८१७३००३७५	२०२६३४७६७	९७७८६६२
८३६	८७६०९६	८२००२५८५६	२०२७७७१७१	९७८२२४६
८३७	८७७९६८	८२२६५६८५३	२०२९१९०५७	९७८५८२८
८३८	८७९८४४	८२५२८३६७२	२०३०६०४८५	९७८९४०८
८३९	८८१७२१	८२७९१६०१८	२०३२०१९०६	९७९२९८६
८४०	८८३६००	८३०५८४०००	२०३३४३४२४	९७९६५६९
८४१	८८५४८१	८३३२३७६२१	२०३४८५७३३	९७९९९३४
८४२	८८७३६४	८३५८९६८८८	२०३६२८०४५	९८०३८०४
८४३	८८९२४८	८३८५६१८०७	२०३७७०३०५१	९८०७२७१
८४४	८९११३६	८४१२३२३८४	२०३९१२५८३०	९८१०६३६
८४५	८९३०२५	८४३९०८६२५	२०४०५४०५२३	९८१४०९८
८४६	८९४९१६	८४६५८०५३६	२०४१९५११३०	९८१७६५८
८४७	८९६८०८	८४९२५७१२३	२०४३३६२६५१	९८२०११७
८४८	८९८७०४	८५१९३४१८२	२०४४७७४०८६	९८२३५७३
८४९	९००६०१	८५४६१०३४८	२०४६१८५३६	९८२७०२५
९५०	९०२५००	८५७३०५०००	२०४७६००००	९८३०४७६

वर्ग, घन, आणि मूळ.

संख्या	वर्ग	घन	वर्गमूळ	घनमूळ
१७६	२५ २५ ७६	२२ २७ १४ १७ ६	३१-२४०२२८७	२-२१-८३५१
१७७	२५ ४५ २२	२३ २५ ७ ४ ८ ३ ३	३१-२५६२२२२	२-२२२७३८
१७८	२५ ६४ ८४	२३ ५४ ४ १ ३ ५ २	३१-२७२२२७५	२-२२६१२२
१७९	२५ ८४ ४१	२३ ८ ३ १ ३ ७ ३ २	३१-२८८२७५७	२-२२८५०४
१८०	२६ ० ४ ० ०	२४ १ १ २ २ ० ० ०	३१-३०४२५१७	२-२३२८८४
१८१	२६ २३ ६ १	२४ ४ ० ७ ६ १ ४ १	३१-३२०२१२५	२-२३६२६१
१८२	२६ ४३ २ ४	२४ ६ २ ६ ६ १ ६ ८	३१-३३६८७२२	२-२३९६३६
१८३	२६ ६२ ८ २	२४ ९ ८ ६ २ ० ८ ७	३१-३५२८३०८	२-२४३००८
१८४	२६ ८२ ५ ६	२५ २ ७ ६ ३ २ ० ४	३१-३६८७७४३	२-२४६३८०
१८५	२७ ० २ २ ५	२५ ५ ६ ७ १ ६ २ ५	३१-३८४७०२७	२-२४९७४८
१८६	२७ २ १ २ ६	२५ ८ ५ ८ ५ २ ५ ६	३१-४००६३६२	२-२५३११४
१८७	२७ ४ १ ६ २	२६ १ ५ ० ४ ८ ० ३	३१-४१६५५६१	२-२५६४७७
१८८	२७ ६ १ ४ ४	२६ ४ ४ ३ ० २ ७ २	३१-४३२४६७३	२-२५९८३२
१८९	२७ ८ १ २ १	२६ ७ ३ ६ १ ६ ६ २	३१-४४८३७०४	२-२६३१८८
१९०	२८ ० १ ० ०	२७ ० २ २ २ ० ० ०	३१-४६४२६५४	२-२६६५५५
१९१	२८ २ ० ८ १	२७ ३ २ ४ २ २ ७ १	३१-४८०१५२५	२-२६९९०९
१९२	२८ ४ ० ६ ४	२७ ६ १ ९ १ ४ ८ ८	३१-४९६०३१५	२-२७३२६२
१९३	२८ ६ ० ४ २	२७ ९ १ ४ ६ ६ ५ ७	३१-५११९०२५	२-२७६६१२
१९४	२८ ८ ० ३ ६	२८ २ १ ० ७ ७ ८ ४	३१-५२७७६२५	२-२७९९६०
१९५	२९ ० ० २ ५	२८ ५ ० ७ ४ ४ ७ ६	३१-५४३६२०६	२-२८३३०५
१९६	२९ २ ० १ ६	२८ ८ ० ४ ७ ८ ३ ६	३१-५५९४७९७	२-२८६६४२
१९७	२९ ४ ० ० २	२९ १ ० २ ६ ८ ७ ३	३१-५७५४०६८	२-२९००००
१९८	२९ ६ ० ० ४	२९ ४ ० १ १ २ २ २	३१-५९११३८०	२-२९३३२८
१९९	२९ ८ ० ० १	२९ ७ ० ० २ २ २ २	३१-६०६९६१३	२-२९६६६६
२००	३० ० ० ० ०	३० ० ० ० ० ० ० ०	३१-६२२७७६६	३०-००००००

उत्तर, ३६ रु १ आणा = २५२०.

चवदावे. १० मण आणि पायलीचे = हे परस्पर गुण.

उत्तर, ३६० रु. अथवा. १ शेर १ पाकशेर.

व्यवहारी अपूर्णांकांचा भागाकार.

जसे गुणाकार करावयास अपूर्णांक तयार केले, तसेच भागाकार करावयास तयार करावे. नंतर निःशेष भागले जावात तर अंशांनीं अंश आणि छेदांनीं छेद भागावे. असें नहोईल तर भाजकाचे अंश व छेद बदलून लिहून गुणाकार रीती प्रमाणे भाजक व भाज्य हे परस्पर गुणावे, म्हणजे भाग
+
झाला.

उदाहरणें.

पहिलें, $\frac{24}{5}$ घांस $\frac{5}{3}$ घांतीं भाग.

$$\frac{24}{5} \div \frac{5}{3} = \frac{24}{5} \times \frac{3}{5} = 9 \frac{2}{5} \text{ हें उत्तर.}$$

दुसरें, $\frac{5}{2}$ घांस $\frac{3}{4}$ घांतीं भाग.

$$\frac{5}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3} = 6 \frac{2}{3} \text{ हें उत्तर.}$$

तिसरें, $\frac{15}{22}$ घांस $\frac{4}{5}$ घांतीं भाग.

उत्तर, $\frac{15}{44}$

चौथें, $\frac{9}{11}$ घांस $\frac{3}{8}$ घांतीं भाग.

उत्तर, $\frac{27}{88}$

पंचमें, $\frac{5}{6}$ घांस $\frac{2}{3}$ घांतीं भाग.

उत्तर, $9 \frac{1}{3}$

पहिलें घांस भाग.

दशांशपंचराशिक.

ह्याची रीति वर सांगितली आहे.

उदाहरणे.

पहिले, जर ४ मनुष्यांची तेनात ७ दिवसांत १३ रुपये २ पावले होते, तर १४ मनुष्यांची तेनात १० दिवसांत किती होईल?

आ.	म.	अं.
म.	रु.	पा.
४	१३	२
७		१०
४		१४
७	१३.५ रु.	१०
<hr/>	<hr/>	<hr/>
२८	१४०	१४०
	<hr/>	
	५४०	

	१३५	रु.
२८)	१८२००	(६७.५
	१६८	५
	<hr/>	४
	२१०	पा. २०
	१९६	
	<hr/>	
	१४०	
	१४०	
	<hr/>	
	०००	

६७ रुपये २ पावले इच्छाफळ हें उत्तर.

दुसरें, जर ८ मनुष्यांचे कुटुंबास १ वर्ष ९ महिन्यांत
२००० रुपये खर्च लागतो, तर १८ मनुष्यांचे कुटुंबास ९ महिन्यांत
किती रुपये लागतील ?

रु. पा. रे.

उत्तर, १९२० . . . २ . . . २० $\frac{६}{७}$

तिसरें, जर मुद्दल १०० रुपयांचें १ वर्षांत ५ रुपये २ पाव-
ले ५० रेस व्याज होते, तर ७५० रुपयांचें ७ वर्षांत काय व्याज हो-
ईल ?

उत्तर, २९.५ रुपये, १ पावला, २५ रेस

चौथें, जर कोणी जासूद १३० कोस जमीन १२ वरांचें
३६० कोस जमीन चालावयास १० वरां

सांत चाला

लागत

उ०

थया

दि. प्र. मु. घ.

१० ६ १ १